

**И.Ф. Куштин, В.И. Куштин**

# **ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОДЕЗИЯ**

*Рекомендовано учебно-методическим объединением  
в качестве учебного пособия для студентов,  
обучающихся по направлению «Строительство»*

Ростов-на-Дону  
Феникс  
2002

ин-  
ер-  
де-  
сы  
нет  
ми  
  
ис-  
ых  
ия  
ых  
  
ра,  
  
т-  
  
а-

**И.Ф. Куштин, В.И. Куштин**

К 96 **Инженерная геодезия. Учебник.** Ростов-на-Дону: Издательство ФЕНИКС, 2002. — 416 с.

Изложены общие сведения по геодезии, топографии, теории ошибок измерений, вопросы использования инженерно-геодезических работ в строительстве. Описаны методы разбивочных работ, геодезического обеспечения строительства гражданских и промышленных зданий, линейных сооружений, вопросы наблюдения за деформациями сооружений, геодезического обеспечения кадастра. Дан раздел геодезического использования спутниковых технологий.

Для студентов строительных специальностей вузов. Может быть использован студентами геодезических специальностей вузов, студентами техникумов, колледжей и работниками геодезического производства.

ISBN 5-222-02134-3

© Куштин И.Ф., Куштин В.И., 2002  
© Оформление, изд-во «Феникс», 2002

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебник предназначен в первую очередь студентам строительных и других специальностей, изучающих курс «Инженерная геодезия». В первом разделе даны общие сведения по геодезии, топографии, теории ошибок измерений. Многие вопросы этого раздела изложены достаточно подробно, что позволяет рекомендовать учебник при изучении курса геодезии студентами геодезических специальностей.

Второй раздел учебника посвящен инженерно-геодезическим работам в строительстве. Изложены методы разбивочных работ, исполнительных съемок, геодезического обеспечения строительства гражданских и промышленных зданий, линейных сооружений и т.п.

Изложены вопросы геодезического обеспечения кадастра, наблюдения за деформациями сооружений.

Рассмотрены вопросы геодезического использования спутниковых технологий.

Учебник может быть использован широким кругом специалистов геодезического производства.

# РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ

## ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ПО ГЕОДЕЗИИ

### 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О ГЕОДЕЗИИ, ТОПОГРАФИЧЕСКИХ КАРТАХ И ТЕОРИИ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ

#### 1.1. Сведения о фигуре Земли и системах координат

##### 1. Предмет геодезии

Геодезия – наука об измерениях, средствах измерений и математической обработке результатов этих измерений, выполняемых для решения различных научных, производственных и оборонных задач: для определения формы, размеров и гравитационного поля Земли, планет и спутников Солнечной системы, для определения координат точек на поверхности Земли и в околоземном пространстве, для создания планов, карт, профилей и математических моделей местности, для выполнения инженерно-геодезических работ при изысканиях, проектировании, строительстве и эксплуатации инженерных сооружений.

Геодезия имеет широкое применение в различных областях науки, производства и в военном деле. Топографические карты используют при планировании и размещении производительных сил государства, при разведке и эксплуатации природных ресурсов, в архитектуре и градостроительстве, при мелиорации земель, землеустройстве, лесоустройстве, земельном и городском кадастре. Геодезия используется при строительстве зданий, мостов, тоннелей, метрополитенов, шахт, гидротехнических сооружений, железных и автомобильных дорог, трубопроводов, аэродромов, линий электропередач, при определении деформаций зданий и инженерных сооружений, при строительстве плотин, при решении задач оборонного характера.

Геодезия – греческое слово, означающее «землеразделение», является одной из древнейших наук о Земле, имеет многовековую историю. В процессе своего развития содержание предмета обогатилось, расширилось и в связи с этим возникло несколько научных и научно-технических дисциплин.

Высшая геодезия, используя результаты высокоточных геодезических, астрономических, гравиметрических и спутниковых

измерений, изучает форму, размеры и гравитационное поле Земли и планет Солнечной системы, занимается созданием государственных опорных геодезических сетей, изучением геодинимических явлений, решением различных геодезических задач на поверхности эллипсоида и в пространстве.

Космическая геодезия – наука, изучающая использование результатов наблюдений искусственных и естественных спутников Земли для решения научных и научно-технических задач геодезии. Наблюдения выполняют как с поверхности планеты, так и непосредственно на спутниках.

Топография рассматривает измерения, выполняемые для создания планов и карт сравнительно небольших участков земной поверхности.

Фотограмметрия изучает формы, размеры, положение, динамику и другие качественные и количественные характеристики объектов по их фотографическим изображениям. Фотограмметрические методы применяют в различных областях науки и техники; в топографии и геодезии, астрономии, архитектуре, строительстве, географии, океанологии, медицине, криминалистике, космических исследованиях и др. Такое широкое применение объясняется объективностью, достоверностью и быстротой получения информации обо всем объекте или отдельных его частях, возможностью бесконтактных исследований явлений и процессов, высокой точностью и производительностью.

Инженерная геодезия изучает геодезические работы при изысканиях, проектировании, строительстве, реконструкции, монтаже и эксплуатации различных инженерных сооружений и технологического оборудования, при разведке и добыче природных богатств страны и ее недр, при создании уникальных объектов и т.п.

#### 2. Задачи инженерной геодезии

Инженерная геодезия решает следующие задачи:

1) геодезические изыскания, включающие создание топографических планов и карт, профилей, математических моделей местности;

2) инженерно-геодезическое проектирование зданий и сооружений;

3) разбивка сооружений, т.е. вынесение на местность основных и дополнительных осей и контуров запроектированных объектов;

4) геодезическое обслуживание строительства для обеспечения геометрических форм и размеров возводимых сооружений на местности;

5) обеспечение геометрических параметров монтажа и наладки оборудования;

6) исполнительная съемка, определение соответствия построенного сооружения его проекту;

7) исследование в процессе эксплуатации деформаций зданий и сооружений и их частей, возникающих под влиянием различных факторов.

### 3. Краткий исторический очерк о развитии геодезии

Определением формы и размеров Земли занимались в древнейшие времена и продолжают заниматься до настоящего времени. Можно выделить четыре основных этапа решения этой проблемы [10]:

1) с древнейших времен до конца XVII в., когда Землю принимали за шар;

2) с конца XVII в. до второй половины XIX в, когда считали, что Земля является сплюснутым у полюсов шаром, т.е. сфероидом, близким к эллипсоиду вращения;

3) со второй половины XIX в до сороковых годов XX в., когда установили, что более правильно представлять Землю трехосным эллипсоидом, который является моделью более сложной формы Земли – геоида;

4) с сороковых годов XX в до настоящего времени, когда за фигуру Земли принимают тело, ограниченное физической поверхностью Земли.

В VI в. до н.э. мысль о шарообразности Земли высказал Пифагор (около 571-497 гг.). Он считал, что в природе все должно быть совершенным, наиболее совершенным из геометрических тел является шар, потому Земля должна быть шаром.

В IV в до н.э. Аристотель (384-322 гг. до н.э.), наблюдая за постепенным исчезновением в море корабля (сначала нижней, а затем верхней его части), пришел к выводу, что Земля – всюду выпуклое тело. Наблюдения за лунными затмениями показали, что отбрасываемая на поверхность Луны тень Земли всегда имеет форму круга, что возможно только при шарообразности Земли.

В III в. до н.э. знаменитый математик и географ Эратосфен (278-196 гг. до н.э.), работавший в Александрии, определил радиус земного шара. Он знал, что Сиена (нынешний Асуан) находится южнее Александрии примерно на одном меридиане с ней. В полдень 21 июня Солнце в Сиене находится в зените (отражаясь в глубоких колодцах), его зенитное расстояние равно  $0^\circ$  (рис.1, пункт А). В этот же момент, т.е. в полдень, в Александрии (точка В на рис.1) Солнце имело зенитное расстояние  $Z=7^\circ 11'$ . Так как Солнце практически находится в бесконечности, то линии А и В параллельны и угол с вершиной в центре Земли  $\Delta\varphi=Z$ . На рис. 1

откуда

$$\frac{S}{R} = \frac{\Delta\varphi}{\rho},$$
$$R = \frac{S \cdot \rho}{\Delta\varphi} \quad (1)$$

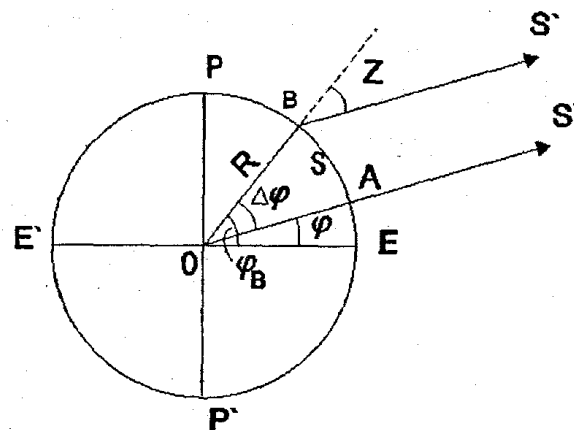


Рис. 1. Определение радиуса Земли Эратосфеном.

Расстояние  $S \approx 5000$  греческих стадий от Сиены до Александрии Эратосфен определил по времени перехода каравана верблюдов из Сиены в Александрию и обратно и средней скорости перехода – по рассказам купцов. Стадий греки считали расстояние, равное примерно 158-185м, которое человек спокойным шагом мог пройти от момента появления Солнца над горизонтом до момента появления всего диска Солнца.



Подставляя в формулу (1)  $S=0,5(158 + 185)5000 = 857500\text{м}$ ,  $\rho=3437,75'$ ,  $\Delta\varphi=7^{\circ}12'$ , имеем  $R=6823,8\text{км}$ , которое отличается от современных данных примерно на 450 км.

Для определения радиуса земного шара Эратосфен выполнил астрономические наблюдения по определению разности широт (см. рис. 1)

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A,$$

где  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$  – широты пунктов в Сиене и Александрии, расположенных на концах дуги  $S$  меридиана, и геодезические работы по определению длины дуги  $S$ . Примененный Эратосфеном способ до сих пор используется при астрономо – геодезическом методе изучения Земли.

После Эратосфена греки и арабы несколько раз определяли размеры радиуса Земли. В 827 г. н.э. арабским калифом Аль-Мамуном (786-833 гг.), сыном известного Гарун-аль-Рашида, в Месопотамии к северу и к югу от пункта с широтой  $35^{\circ}$  были измерены дуги меридиана в  $1^{\circ}$ , угловые и линейные измерения были выполнены с высокой для того времени точностью, радиус Земли, вычисленный по результатам этих измерений, оказался равным 6406 км, т.е. близким к современным данным (для  $35^{\circ}$  средний радиус  $R=6371$  км), т.е. разность равна 35 км, радиус получен с ошибкой менее 0,6%.

Эпоха мрачного средневековья. По образному выражению С.Цвейга (Цвейг С. Америкго. – М., Географиздат, 1960г.) "дух человеческий парализован как после смертельно опасной болезни, человечество больше ничего не желает знать о мире, который оно населяет. И самое удивительное – все, что люди знали ранее, непонятным образом ими забыто".

Только в эпоху великих географических открытий, т.е. в период Возрождения, наступает новый расцвет наук и искусств. Кругосветное путешествие Магеллана в 1519 – 1522 г. подтвердило шарообразность Земли.

Развитие мореплавания требовало подробных и точных карт, при создании которых необходимы более точные данные о размерах земного шара. Были попытки новых определений размеров Земли. Наиболее точное определение было выполнено французским ученым и придворным врачом Жаном Френелем (1497 – 1558 гг.), определившим дугу меридиана между Парижем и Амьеном, длина дуги в  $1^{\circ}$  оказалась равной 56747 тоазам (1 тоаз = 1,94904 м), т.е. 110,6 км, по сравнению с современными данными ошибка составила 0,1%.

Предложенный в 1614 г. голландским астрономом и математиком Снеллиусом (1580 – 1626 гг.) метод триангуляции, позволяющий довольно точно определять на местности длины дуг меридианов в сотни и тысячи километров, явился началом новой эпохи в истории градусных измерений.

Французский академик Жак Пикар (1620 – 1682 гг.) впервые использовал геодезические приборы со зрительными трубами и сеткой нитей (прообраз современных теодолитов) и в 1669 – 1670гг. повторил градусные измерения Френеля между Парижем и Амьеном, создав цепь из 13 треугольников, определив длину одного градуса дуги парижского меридиана, равную 111,212 км (по современным данным 112,221 км), т.е. с ошибкой 9 м. Определенный им радиус Земли оказался равным 6372 км. Работами Ж. Пикара завершился первый, 2000 – летний, период изучения Земли как правильного шара.

Второй период изучения формы и размеров Земли связан с работами великого английского ученого И.Ньютона (1642 – 1727 гг.), который показал, что фигурой равновесия жидкого тела, в котором силы притяжения направлены по радиусам в центр, является шар. На вращающийся жидкий шар кроме силы тяжести действуют центробежные силы, возрастающие от полюсов к экватору и стремящиеся приплюснуть шар у полюсов. В результате фигурой равновесия вращающегося жидкого тела становится эллипсоид вращения с малым сжатием, и сила тяжести возрастает от экватора к полюсам.

Хотя теория Ньютона подтверждалась открытием вращения и сжатия Юпитера и наблюдавшимся отставанием маятниковых часов при перемещении от полюсов к экватору, в связи с уменьшением силы тяжести, она вызывала ожесточенные споры. Для проверки теории Ньютона Парижская академия наук для выполнения градусных измерений организовала две экспедиции: в 1735 году в экваториальную область Перу и в 1736 году в Лапландию. Первая экспедиция за 8 лет измерила дугу меридиана в  $3^{\circ}07'$  – 350 км, вторая – за полгода дугу в  $1^{\circ}$ . Результаты этих экспедиций подтвердили теорию Ньютона.

В 1792 – 1797 гг. по решению революционного Конвента французские ученые Деламбр (1749 – 1822 гг.) и Мешен (1744 – 1804 гг.) за 6 лет измерили дугу парижского меридиана длиной в  $9^{\circ}40'$  (1000 км) от Дюнкерка до Барселоны, проложив цепь из 115 треугольников через всю Францию и часть Испании. Эти работы

были выполнены для определения длины метра, равного одной десятиллионной части половины парижского меридиана.

Плоскость меридиана, проходящая через данную точку и ось вращения эллипсоида, при пересечении с поверхностью эллипсоида образует эллипс, который осью вращения делится пополам, каждую половину такого эллипса называют меридианом. К сожалению, во многих литературных источниках метр определяют как одну десятиллионную часть не половины, а четверти парижского меридиана.

Крупнейшие градусные измерения в XIX в. были выполнены в пограничных западных районах России под руководством известных русских астрономов и геодезистов: первого директора Пулковской обсерватории В.Я. Струве (1793 – 1864 гг.) и генерала К.И. Теннера (1783 – 1860 гг.). Продолженная через Швецию и Норвегию Зеландером (1804 – 1870 гг.) и Х. Гастином (1784 – 1873 гг.) дуга меридиана от северного побережья Норвегии до берегов Дуная в Бессарабии имела протяженность 25°20' по широте. Все работы по созданию "дуги Струве" были выполнены с 1816 по 1852 г. По глубине научных разработок, тщательности и объему выполненных работ "дуга Струве" была уникальной и не потеряла своей ценности до настоящего времени, использовалась при определении параметров земного эллипсоида в нашей и многих других странах.

Следует отметить два небольших, но важных градусных измерения, выполненных в 1822 – 1823 гг. крупнейшим немецким ученым К. Гауссом (1777 – 1855 гг.) в Ганновере – длина дуги 2°01' – и в 1931 – 1934 гг. известным немецким ученым Бесселем (1784 – 1846 гг.) в Восточной Пруссии – длина дуги 3°04'. Ценность этих работ связана с разработкой новых, более совершенных методов измерений и способов обработки результатов этих измерений, образцовым исполнением высокоточных геодезических работ.

Большие градусные измерения с 1800 по 1900 гг. выполнены англичанами в Индии, получившими ряд дуг размером 10-20° по меридианам и параллелям.

Во второй половине XIX в. по инициативе В.Я. Струве выполнены крупнейшие градусные измерения по параллели 47-48° от Бреста до Франции, через Париж – Вену – Ростов-на-Дону – Астрахань и по параллели 52° – от западных берегов Ирландии через Лондон – Берлин – Варшаву – Гродно – Бобруйск – Орел – Саратов – Оренбург – Орск.

В конце XIX начале XX века большие работы по градусным измерениям по меридианам и параллелям выполнены в США: трансконтинентальная дуга по параллели со средней широтой 39° протяженностью в 48°46' и по меридиану 98° от берегов Мексиканского залива до границы с Канадой (длина дуги в 33°).

В конце XIX в. англичане начали градусные измерения в Африке от мыса Доброй Надежды до Каира. В XX в. продолжают построения рядов триангуляции на всех континентах и в ряде стран – сплошных сетей триангуляции. Большой объем градусных измерений выполнен в СССР, они проводились по специальной программе, отличаясь высоким научным уровнем, единообразием методов, применением новейших приборов и современных способов измерений. Построение классической астрономо-геодезической сети в России и СССР было выполнено к 1991 г. При создании астрономо-геодезической сети выполнялись не только геодезические и астрономические, но и гравиметрические определения ускорения силы тяжести.

Результаты градусных измерений были использованы при выводе параметров земного эллипсоида. В табл. 1 приведены сведения о некоторых из этих эллипсоидов [10].

Таблица 1

Автор	Год	Большая полуось, м	Сжатие	Примечание
Деламбр	1800	6375653	1:334	Использован для определения метра
Вальбек	1819	6376896	1:302,8	Первый, применявшийся в России
Бессель	1841	6377397	1:299,15	Применяется во многих странах, в СССР – до 1946г.
Кларк	1880	6378249	1:293,47	Применяется в США и Канаде
Ждапов	1893	6377717	1:299	Получен по русским градусным измерениям
Хейфорд	1909	6378388	1:297	До 1967г. был принят в качестве международного.
Красовский	1940	6378245	1:298,3	Принят в СССР и всех союстранах Европы и Азии

В середине XIX в. закончился второй этап в изучении фигуры Земли, стало ясно, что эллипсоид вращения лишь приближенно описывает действительную фигуру Земли. Первые представления фигуры Земли трехосным эллипсоидом были сделаны в 1860 г. русским геодезистом Ф.Ф. Шубертом (1789 – 1865 гг.) и в 1878 г. английским ученым Кларком. Но и трехосный эллип-

соид недостаточно точно представлял действительную Землю. Современный период в изучении фигуры Земли связан с работами Ф.Н. Красовского (1878 – 1948 гг.) и М.С. Молоденского. М.С. Молоденский разработал метод точного определения физической поверхности Земли, основной задачей при изучении фигуры Земли становится изучение поверхности Земли, ее гравитационного поля.

Использование спутниковых технологий позволило разработать новые независимые методы определения фигуры Земли. Путем использования спутниковых, астрономических, геодезических и гравиметрических методов были определены геодезические модели Земли, принятые в качестве международных: геодезическая референц – система 1980 г. –  $a = 6378137$ ,  $\alpha = 1:298,257$ . Система геодезических параметров Земли ПЗ-90 имеет параметры :  $a = 6378136$ ,  $\alpha = 298,257839303$ . В последнее время в России создана и внедряется система координат СК-95.

Градусные измерения, используемые в научных целях, позже стали применяться для создания опорной геодезической сети. Большое применение эти работы получили после наполеоновских войн и в связи с фундаментальными исследованиями Гаусса, Бесселя, Струве.

В развитых странах появились учреждения, чаще военные, по картографированию территорий, т.е. по выполнению основных работ (астрономо-геодезическое обоснование), топографических съемок и изданию карт различных масштабов.

В России в 1822 г. на основе Военно-топографического депо был создан Корпус военных топографов. До этого картографированием территории России занимался Географический департамент Петербургской Академии наук. Первые топографические съемки в России были выполнены при Петре I в 1696 г. на Дону и в 1715 г. на Иртыше.

Первые систематические работы по развитию сетей триангуляции в России связаны с К.И. Теннером (территории бывшей Виленской губернии) и В.Я. Струве (Прибалтийские губернии).

В течение XIX в. Корпус военных топографов выполнил большие работы по развитию сетей триангуляции в пограничных и центральных районах страны по созданию карт различных масштабов на эти территории. При выполнении этих работ использовались различные эллипсоиды (Вальбека, Кларка, Бесселя), различные начала и различные системы координат, что при-

вело к недопустимым невязкам при соединении различных триангуляций, несмыканию рамок планшетов на границах съемок.

В 1871 г. Военно-топографический отдел Корпуса военных топографов стал систематически выполнять геометрическое нивелирование. К 1894 г. нивелирная сеть достигла 13000 км, было выполнено первое ее уравнивание и составлен каталог, содержащий 1092 пункта. Но и в этом случае не существовало единой исходной поверхности для определения высот точек в разных районах страны, не было единого подхода к выполнению работ.

Кроме Корпуса военных топографов до революции 1917 г. работы по триангуляции и топографическим съемкам выполняли Межевое ведомство, Гидрографическое управление, Горное ведомство, Ведомство путей сообщения, Переселенческое управление и др. Все они вместе с Корпусом военных топографов выполнили топографические съемки менее чем на 20% территории России. После Октябрьской социалистической революции значительно увеличился объем геодезических работ. 15 марта 1919 г. был издан Декрет об организации Высшего геодезического управления (ВГУ) – (позже Главное управление геодезии и картографии (ГУГК) при СМ СССР и в настоящее время Федеральная служба геодезии и картографии России), перед которым ставилась задача выполнения геодезических и топографических работ с целью изучения территории страны, поднятия и развития ее производительных сил. Кроме ВГУ продолжало геодезические и топографические работы военно-топографическое управление (ВТУ).

Работы стали выполняться по единым техническим инструкциям и наставлениям. К 1930 г. на европейской части СССР создано восемь полигонов триангуляции I класса периметром 800-1000 км, уравнивание которых выполнено по способу Красовского на эллипсоиде Бесселя с исходным пунктом в Пулкове.

К 1939 г. было создано 70 полигонов протяженностью в 46000 км. Новое уравнивание астрономо-геодезической сети выполнено в 1942 г. Сделан переход на эллипсоид Красовского.

После Великой Отечественной войны происходит бурное развитие геодезических работ в связи с восстановлением народного хозяйства и освоением малообжитых районов страны. К 1960 г. завершено создание карты масштаба 1:100000 на всю территорию страны, а к 1970 г. в основном закончено создание на территорию СССР астрономо-геодезической сети I класса. В 1980-х годах завершена съемка в масштабе 1:25000. К 1977 г.

выполнена и уравнена нивелирная сеть I и II классов из 500 полигонов периметром от 500 в центральной части страны до 6000 км на северо-востоке в каждом полигоне.

В настоящее время широкое применение в геодезии находят спутниковые технологии, позволяющие с высокой точностью определять координаты пунктов. На высоте около 20000 км функционирует сеть искусственных спутников Земли (не менее 18, обычно 24 – 30), орбиты которых рассчитаны так, чтобы в каждой точке поверхности Земли и Мирового океана в любое время суток независимо от погоды можно было наблюдать не менее четырех спутников. В настоящее время выполняется совместное использование систем ГЛОНАСС (ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система, Россия) и NAVSTAR (NAVigation Satellite providing Time And Range, – навигационная спутниковая система, обеспечивающая измерение времени и местоположения, США). В дифференциальном варианте точность определения координат относительно опорного пункта с известными координатами достигает несколько миллиметров.

В связи со строительством атомных электростанций, ускорителей заряженных частиц, космодромов и других уникальных сооружений точность инженерно-геодезических работ возросла до 0,1 – 0,2 мм. Для получения этой точности используются новейшие достижения в электронике, лазерной технике, математике, вычислительной технике и т.п.

#### 4. Уровенная поверхность. Отвесная линия.

Геоид, квазигеоид, земной эллипсоид, Нормальная Земля.

##### Уклонение отвесных линий

Обычно под фигурой Земли понимают тело, ограниченное ее физической поверхностью и невозмущенной поверхностью морей и океанов. При определении фигуры Земли не нужно подробно изображать ее физическую поверхность в виде карт, достаточно определить положение на ней сети точек в единой пространственной системе координат.

При решении научных и практических задач большое значение имеет определение **уровенных поверхностей** и поверхности геоида. Уровенной называют поверхность, в каждой точке которой потенциал силы тяжести имеет одинаковое значение. Разность потенциалов соответствует работе по перемещению единичной массы в поле действия силы тяжести. При движении ма-

териальной точки по уровенной поверхности не совершается работа  $A$ , т.е.

$$A = Fs \cos \alpha = 0, \quad (2)$$

где  $F$  – сила,  $s$  – путь,  $\alpha$  – угол между направлением силы и движения. Согласно второму закону Ньютона  $F = am$ . В рассматриваемом случае  $a = g$  – ускорению свободного падения. При  $m = 1$ ,  $s = h$  получаем:

$$Fs \cos \alpha = gh \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

Так как  $g \neq 0$ , то при  $h \neq 0$   $\alpha = 90^\circ$ , т.е. уровенная поверхность всюду перпендикулярна направлению силы тяжести.

Известно, что при переходе единичной массы от одной уровенной поверхности к другой совершается одинаковая работа, т.е.

$$A = g\Delta h = \text{const.} \quad (4)$$

Следовательно, для двух точек, в которых ускорение свободного падения неодинаково, можно записать

$$g_1 \Delta h_1 = g_2 \Delta h_2$$

откуда

$$\Delta h_2 = \frac{g_1}{g_2} \Delta h_1 \quad (5)$$

При  $g_1 \neq g_2$   $\Delta h_2 \neq \Delta h_1$ , следовательно, расстояние между уровенными поверхностями является неодинаковым. Так как на полюсах  $g_n$  больше, чем  $g$ , на экваторе, то расстояние между уровенными поверхностями на полюсах будет меньше, чем на экваторе, т.е.  $\Delta h_p > \Delta h_n$ . Расстояние между уровенными поверхностями уменьшается с увеличением широты.

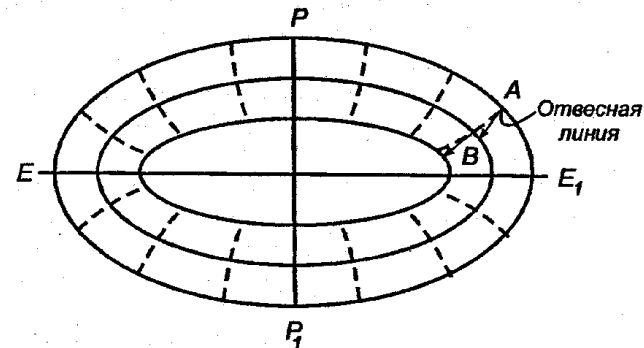


Рис. 2. Уровенные поверхности и силовые линии

Силловые линии (на рис. 2 – пунктирные линии), перпендикулярные к уровенным поверхностям, являются кривыми, обращенными выпуклостью в сторону экватора – для нормального поля силы тяжести. Касательная к точке силовой линии называется отвесной линией (на рис. 2 – стрелки).

Геодезические измерения связаны с установлением направления отвесной линии в точках, в которых выполняются измерения. Если в каждой точке результаты измерений относить к уровенной поверхности, проходящей через эту точку, то они будут отнесены к различным уровенным поверхностям и в результате не получится замкнутых фигур. Поэтому результаты измерений необходимо переносить на какую-нибудь одну, общую для всех измерений, уровенную поверхность, принятую за основную. Из множества уровенных поверхностей за основную целесообразно принять ту, которая лучше представляет фигуру Земли в целом.

Известно, что более 70% поверхности Земли покрыто морями и океанами и суша в среднем возвышается над морем на 900 м, поэтому в качестве основной уровенной поверхности обычно принимают поверхность морей и океанов при спокойном их состоянии и мысленно продолженную под материками.

В России за основную принята уровенная поверхность, проходящая через нуль Кронштадского футштока, который на 10 мм выше среднего уровня Балтийского моря (абсолютная Балтийская система высот 1977 г. [3]). Тело, ограниченное основной уровенной поверхностью, называют геоидом. Эта поверхность из-за различий температуры и солености воды в различных точках Мирового океана и других причин строго не совпадает со средней невозмущенной поверхностью морей и океанов. Например, в районе Панамского канала разность уровней Тихого и Атлантического океанов равна 0,62 м; нуль Кронштадского футштока на 0,7 м выше уровней Черного моря и морей Ледовитого и Тихого океанов. Отклонение среднего уровня океана от геоида может достигать 1 м, поэтому различают поверхность геоида и топографическую поверхность морей и океанов.

Невозможность строгого определения фигуры геоида под сушей (неизвестно распределение масс внутри Земли и, вследствие этого, неизвестна кривизна силовых линий гравитационного поля между геоидом и поверхностью Земли) привела М.С. Молоденского к задаче нахождения фигуры квазигеоида, однозначно определяемой по наземным астрономо-геодезическим и гравиметрическим измерениям.

Квазигеоид совпадает с геоидом на морях и океанах, на суше отступление квазигеоида от геоида не превышает 2 м в высокогорных районах, 1 м в горных, и несколько сантиметров – в равнинных.

Для научного и практического использования необходима простая математическая аппроксимация фигуры Земли. Наиболее удобным представлением Земли оказался земной эллипсоид – эллипсоид вращения (рис. 3), параметры которого подобраны и ориентирование которого в теле Земли выполнено под условием наилучшего соответствия фигуре квазигеоида (геоида) в пределах всей Земли – общеземной эллипсоид – или отдельных ее областей – референц-эллипсоид.

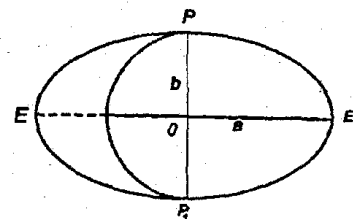


Рис. 3. Земной эллипсоид,  $a$  – большая,  $b$  – малая полуоси эллипсоида

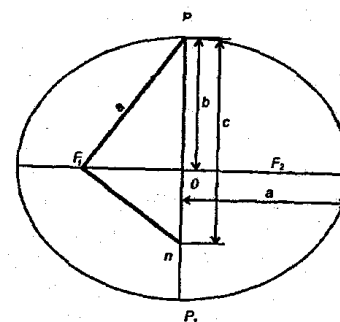


Рис. 4. Основные элементы эллипса

Поверхность земного эллипсоида образуется путем вращения эллипса вокруг малой оси. Для изучения земного эллипсоида достаточно рассмотреть образующий его эллипс. Для эллипса (рис. 4) сумма расстояний от любой его точки до фокусов  $F_1, F_2$  равна  $2a$ , т.е. является постоянной. Эллипс характеризуется следующими величинами:  $a$  – большая полуось,  $b$  – малая полуось эллипса;  $OF = OF_1 = OF_2 = \sqrt{a^2 - b^2}$  – расстояние, определяющее на большой оси фокусов  $F_1$  и  $F_2$  относительно центра  $O$  эллипса;

$c$  – полярный радиус, для определения которого из подобных треугольников  $PF_1P$  и  $PF_1O$  имеем  $c/a = a/b$ , откуда  $c = a^2/b$ ;  $e = OF/a = \sqrt{a^2 - b^2}/a$  – первый эксцентриситет;  $e' = OF/b = \sqrt{a^2 - b^2}/b$  – второй эксцентриситет;  $\alpha = (a - b)/a$  – сжатие эллипса.

Поверхности квазигеоида и земного эллипсоида не совпадают, величина несовпадения этих поверхностей по высоте зависит в основном от принятых размеров, способа ориентировки эллипсоида и от особенностей строения земной коры. Эти несовпадения подразделяют на общие волны квазигеоида, возникающие из-за общих неправильностей строения земной коры, и на местные волны, вызванные региональными особенностями строения земной коры, например, горными массивами. Местные волны квазигеоида имеют небольшие размеры, но нередко вызывают сравнительно резкие изменения кривизны поверхности квазигеоида.

В настоящее время в геодезии, геофизике, астрономии и других отраслях знания используют **Нормальную Землю**. В геодезии наибольшее распространение получило представление Нормальной Земли в виде уровенного эллипсоида вращения, ограниченного эквипотенциальной поверхностью нормального поля силы тяжести. Ввиду важности для геодезии и других отраслей знания многие параметры Нормальной Земли получили название **фундаментальных геодезических постоянных**.

Поверхность квазигеоида и земного эллипсоида в общем случае не параллельны, поэтому в одной и той же точке направление отвесной линии и нормали к поверхности эллипсоида не совпадают (рис.5). Угол  $\mu$  с вершиной в данной точке между направлением отвесной линии и нормалью к поверхности эллипсоида называют **уклонением отвесной линии**. Если нормаль проводят к поверхности общего земного эллипсоида, то уклонение называют **абсолютным**, если к поверхности референц-эллипсоида, то **относительным**. Определение уклонений отвесных линий необходимо для изучения фигуры квазигеоида, установления референц-эллипсоида и для вычисления редукций в процессе обработки результатов геодезических измерений. Уклонения отвесных линий можно определять астрономо-геодезическим, гравиметрическим и астрономо-гравиметрическим методами.

В России и ряде других стран при выполнении геодезических и картографических работ использовали эллипсоид Красовского, для которого:

$$a = 6\,378\,245,0000 \text{ м}, \alpha = 1:298,3 = 0,0033523299;$$

$$b = 6\,356\,863,0188 \text{ м}, c = 6\,399\,698,9018 \text{ м},$$

$$e^2 = 0,0066934216, e'^2 = 0,0067385254.$$



Рис. 5. Сечение физической поверхности Земли и поверхностей земного эллипсоида, геоида и квазигеоида

Кроме того, в России используются геодезические параметры Земли ПЗ-90, для которой  $a = 6378136 \text{ м}$ ,  $\alpha = 1:298,257839303$ .

В последнее время в России создана и внедряется система координат СК-95.

При решении многих практических задач фигуру Земли принимают за шар, объем которого равен объему эллипсоида Красовского, радиус такого шара  $R = 6371110 \text{ м}$ . Для приближенных вычислений принимают  $R = 6371,1 \text{ км}$ .

## 5. Основные системы координат, используемые в геодезии

**1. Система геодезических координат** позволяет однозначно определять положение точки в пространстве тремя величинами: геодезической широтой  $B$ , геодезической долготой  $L$  и геодезической высотой  $H$  (рис.6). Если точка расположена на поверхности эллипсоида, то  $H = 0$  и ее положение определяют величины  $B$  и  $L$ .

**Геодезической широтой  $B$**  называют угол между нормалью к поверхности эллипсоида в данной точке и плоскостью геодезического экватора, т.е. плоскостью, проходящей через центр эллипсоида перпендикулярно к его малой оси. **Геодезической долготой  $L$**  называют двугранный угол между плоскостью начального геодезического меридиана и плоскостью геодезического меридиана, проходящего через данную точку. Плоскость геодезического меридиана проходит через малую ось эллипсоида.

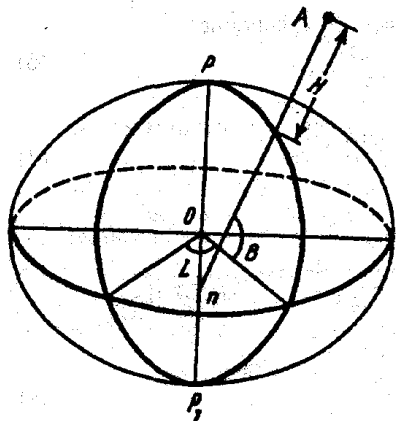


Рис. 6. Система геодезических координат

Геодезической высотой  $H$  называют расстояние от данной точки до поверхности эллипсоида по нормали к ней. Геодезические координаты вычисляют по результатам геодезических измерений.

Кроме геодезических имеются астрономические координаты  $\varphi$  и  $\lambda$ , определяемые из астрономических наблюдений.

Астрономической широтой  $\varphi$  называют угол между отвесной линией, проходящей через данную точку, и плоскостью небесного экватора.

Астрономической долготой  $\lambda$  называют двугранный угол между плоскостью начального меридиана и плоскостью астрономического меридиана данной точки. Плоскость астрономического меридиана проходит через отвесную линию данной точки параллельно оси вращения Земли.

Широты  $\varphi$  и  $\psi$  отсчитываются от экватора к полюсам, изменяются от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  и считаются положительными для северного полушария (имеют обозначение с.ш.) и отрицательными для южного полушария (ю.ш.) Долготы  $L$  и  $\lambda$  отсчитываются от начального меридиана к востоку и западу и измеряются от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ . Восточные долготы (в.д.) считаются положительными, а западные (з.д.) – отрицательными.

Астрономические и геодезические координаты отличаются вследствие несовпадения отвесных линий и нормалей к поверхности эллипсоида. Это отличие зависит от величины уклонения отвесных линий, среднее квадратическое значение которых для равнинных районов составляет около  $5''$ , в горных  $10 - 15''$ , отдельные значения превышают  $40''$ .

При мелкомасштабном картографировании различиями между геодезическими и астрономическими координатами часто пренебрегают, и в этих случаях широты и долготы можно считать координатами общей системы географических координат.

На поверхности эллипсоида координатными линиями служат меридианы и параллели. В системе прямоугольных координат

для эллипсоида вращения известно уравнение:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1. \quad (6)$$

При  $Z = \text{const}$  вместо (6) получим уравнение окружности:

$$x^2 + y^2 = a^2 - \frac{z^2 a^2}{b^2} = r^2 = \text{const}, \quad (7)$$

где  $r$  – радиус окружности, получаемый при пересечении поверхности эллипсоида с плоскостью  $Z = \text{const}$ . Эта окружность называется параллелью. При  $Z = 0$  параллель имеет наибольший радиус  $r = a$  и называется экватором. С учетом (7) вместо (6) получим формулу:

$$\frac{r^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1, \quad (8)$$

которая является уравнением эллипса, получаемого при пересечении поверхности эллипсоида плоскостью, содержащей ось вращения. Осью вращения эллипсы делятся пополам, каждая половина такого эллипса называется меридианом.

Система геодезических координат одина для всей поверхности эллипсоида, удобна для составления карт и имеет широкое применение.

## 2. Система прямоугольных пространственных координат XYZ.

В этой системе (рис.7) за начало координат принят центр  $O$  эллипсоида, ось  $OZ$  совпадает с малой осью эллипсоида, ось  $OX$  находится на пересечении плоскостей геодезического экватора и начального меридиана, ось  $OY$  дополняет систему до правой – в правой системе координат вращение оси  $OX$  к  $OY$  происходит против часовой стрелки, если смотреть по направлению  $ZO$ . Положение точки  $A$  в этой системе определяется координатами  $x = OA''$ ,  $y = A'A''$ ,  $Z = A'A$ .

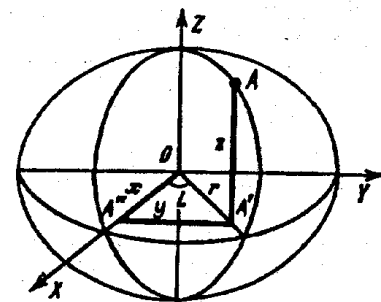


Рис. 7. Система прямоугольных пространственных координат

## 3. Плоские прямоугольные координаты.

Часть поверхности эллипсоида по определенному закону изображают на плоскости. Положение точек на этой плоскости определяют прямоугольными координатами  $x, y$ . В СНГ часть поверхности эллип-

соида, ограниченную меридианами через 6 и 3° (координатную зону), изображают на плоскости с помощью конформной проекции Гаусса-Крюгера.

Система координат в проекции Гаусса-Крюгера определяется следующими условиями:

1) изображение на плоскости равноугольное, т.е. углы при переходе с поверхности эллипсоида на плоскость проекции не искажаются;

2) осевой меридиан, т.е. средний меридиан зоны, и экватор на плоскости изображаются прямыми линиями, принимаемыми за оси абсцисс и ординат. Началом координат служит изображение точки пересечения осевого меридиана с экватором;

3) масштаб вдоль среднего (осевого) меридиана постоянный и принят равным единице. Масштаб в других точках одинаков по всем направлениям и определяется по формуле:

$$m = 1 + \frac{y^2}{2R^2} + \frac{y^4}{24R^4} + \frac{y^6}{720R^6} \quad (9)$$

Максимальное значение последнего слагаемого для шестиградусной зоны равно  $2,9 \cdot 10^{-11}$ , поэтому во многих случаях его можно не учитывать.

В каждой зоне образуется самостоятельная система координат. Западной границей первой зоны является гринвичский меридиан, счет зон ведется к востоку от Гринвича. Долгота  $L_{0,N}$  осевого меридиана шестиградусной зоны

$$L_{0,N} = 6^\circ N - 3^\circ,$$

где  $N$  – номер координатной зоны.

Координатные зоны совпадают с колоннами листов масштаба 1:1000000. Номер зоны на 30 единиц отличается от номера колонны. На территории СНГ широты  $B > 35^\circ$ , поэтому для шестиградусной зоны  $y < y_{max} \cos B = 334 \cos 35^\circ = 274$  км. Этому значению соответствует  $m_{max} \approx 1 + y^2/2R^2 = 1,00092$  и относительное искажение длины:

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{Dm - D}{D} = m - 1 = 92/100000 \approx 1/1100.$$

При топографических съемках в масштабе 1:5000 и крупнее требования к точности изображения предметов местности повышаются, относительная погрешность в измеренном на карте расстоянии не должна превышать 1:2000. Поэтому при выполнении крупномасштабных съемок применяются трехградусные

зоны, осевыми меридианами которых служат осевые и граничные меридианы шестиградусных зон (рис.8). Осевые меридианы первой трехградусной и первой шестиградусной зон совпадают. Долгота осевого меридиана и номер  $n$  трехградусной зоны связаны формулой

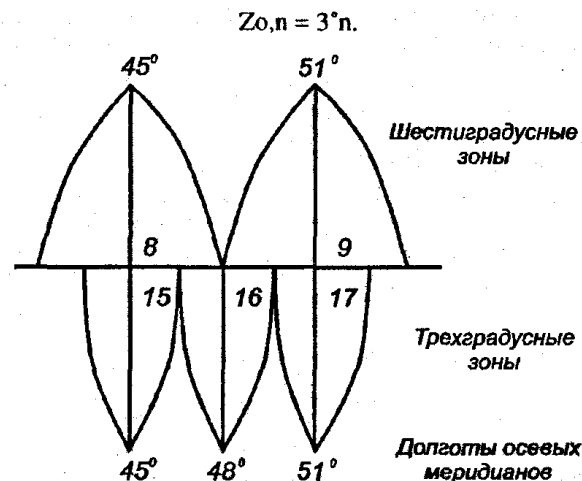


Рис. 8. Взаимное положение шести- и трехградусных зон

Максимальное искажение длин в пределах трехградусной зоны в 4 раза меньше максимального искажения в шестиградусной зоне. Для удобства практического использования проекции Гаусса-Крюгера немецкий ученый Баумгарт в 1919 году предложил ко всем ординатам трехградусных зон прибавлять 500000 м, а перед ординатой ставить номер зоны. Эти предложения были приняты и для шестиградусных зон. С учетом этого условно принимают

$$\tilde{y} = (1000000 \cdot N + 500000 + y) \text{ м},$$

например, если точка находится в 8 координатной зоне и имеет ординату  $y = -55451,54$  м, то  $\tilde{y} = 8\,444\,548,46$ .

Предусмотрены перекрытия координатных зон на 1° – до широты 28°, на 2° – для широт 28-76° и 3° – для широт более 76°.

В отдельных случаях, например, при геодезическом обслуживании строительства промышленных объектов и различных инженерных сооружений, в качестве осевого может быть выбран средний меридиан участка работ. В этом случае искажения, свойственные данной проекции, являются минимальными.



Кроме проекции Гаусса-Крюгера в некоторых странах используют проекцию Universal Transverse Mercator (UTM), в которой воображаемый цилиндр касается эллипсоида не по осевому меридиану, как это выполнено в проекции Гаусса-Крюгера, а вдоль секущих линий, отстоящих от центрального меридиана на 180000 м (рис.9). В этой проекции масштаб по центральному меридиану равен 0,9996.

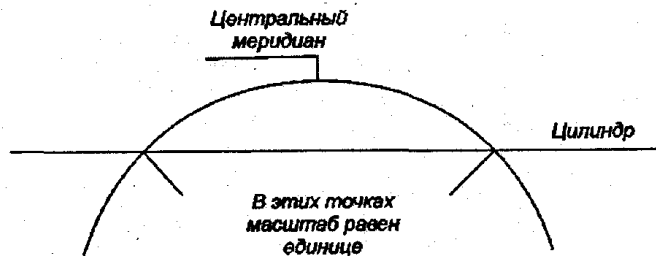


Рис. 9. Проекция UTM

## 6. Ориентирование линий

Ориентирование линий – определение направления линии относительно исходного направления. Исходными направлениями в геодезии являются: астрономический или геодезический меридианы; линии, параллельные осевому меридиану (оси абсцисс в плоской прямоугольной системе координат в проекции Гаусса-Крюгера), магнитный меридиан.

Угол между исходным направлением и линией местности, отсчитываемый по ходу часовой стрелки, называют: истинным азимутом  $A$ , если исходным направлением является астрономический или геодезический меридиан; дирекционным углом  $\alpha$ , если за исходное направление принимают осевой меридиан и магнитный азимут  $A_m$ , если исходным является магнитный меридиан (рис.10).

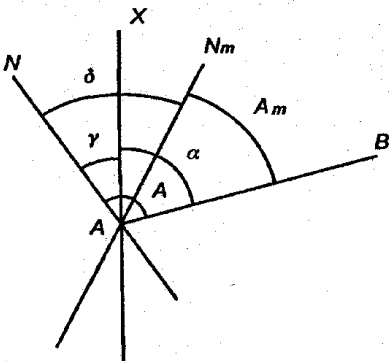


Рис. 10. Дирекционный угол и азимуты  
силовой линии магнитного поля, плоскость магнитного меридиана совпадает с вертикальной плоскостью, проходящей через концы

магнитной стрелки.  $A$ ,  $\alpha$ , и  $A_m$  изменяются по ходу часовой стрелки от 0 до 360°.

Связь между этими углами выражается формулой

$$\begin{aligned} A &= \alpha + \gamma, \\ A &= A_m + \delta, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\gamma$  – гауссово сближение меридианов,  $\delta$  – склонение магнитной стрелки, которое называют восточным, положительным, если магнитная стрелка (магнитный меридиан) расположена восточнее геодезического меридиана. На рис.10 приведены положительные значения  $\gamma$  и  $\delta$ .

Кроме гауссова сближения меридианов (угол между меридианом данной точки и осевым меридианом в проекции Гаусса-Крюгера) имеется сближение меридианов, проходящих через данную и другую точку местности.

Сближение меридианов в проекции Гаусса-Крюгера определяют по формуле

$$\operatorname{tg} \gamma = \left\{ \left[ (l^2 + 0,0045) \cos^2 B + 1 \right] 0,00674 l^3 \cos^4 B + \operatorname{tg} l \right\} \sin B, \quad (11)$$

которая позволяет определять гауссово сближение меридианов до 0,001" при  $l \leq 9^\circ$ . Для приближенного определения  $\gamma$  с точностью до 1' используют формулу

$$\gamma = l \sin B \approx 0,539 \text{ угл } \operatorname{tg} B, \quad (12)$$

В формулах (11) и (12)  $l = L - L_0$  – разность долгот меридиана, проходящего через данную точку, и осевого меридиана. Знак  $\gamma$  определяется знаком  $l$ , т.е. для точек, расположенных к востоку от осевого меридиана, сближение меридианов имеет знак плюс, а к западу – минус. Для приближенного определения сближения меридианов используют формулу

$$\gamma = (\lambda_2 - \lambda_1) \sin \varphi_m, \quad (13)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – долготы точек  $M_1$  и  $M_2$ ,  $\varphi_m$  – средняя широта точек  $M_1$  и  $M_2$ . При  $\varphi_m = 0^\circ$ , на экваторе,  $\gamma = 0$ , т.е. на экваторе все меридианы параллельны между собой. При  $\varphi_m = 90^\circ$ , на полюсах,  $\gamma = \lambda_2 - \lambda_1$ , т.е. углы между меридианами на полюсе равны разности их долгот.

Наряду с азимутами для ориентирования линий применяют румбы. Румбом называют острый угол между ближайшим концом меридиана (северным или южным) и данным направлением. Перед численным значением румба указывают его направление

относительно стран света: СВ, ЮВ, ЮЗ, СЗ. Связь между азимутами или дирекционными углами и румбами приведена в табл. 2.

Таблица 2

№ четверти	Азимут или дирекционный угол	Румб
I	0 – 90°	СВ: $r_1 = A(\alpha)$
II	90 – 180°	ЮВ: $r_2 = 180^\circ - A(\alpha)$
III	180 – 270°	ЮЗ: $r_3 = A(\alpha) - 180^\circ$
IV	270 – 260°	СЗ: $r_4 = 360^\circ - A(\alpha)$

Следует заметить, что магнитное поле Земли изучено недостаточно, поэтому значение  $\delta$  определяют при топографической съемке по показанию магнитной стрелки буссоли (специальный компас, применяемый в геодезии), когда край буссоли, параллельный линии С-Ю, приложен к западной или восточной рамке планшета, которые являются изображениями истинных меридианов. Кроме того, имеются буссоли, которые прикрепляют к теодолиту, при этом нулевой диаметр горизонтального круга теодолита должен быть параллелен линии С-Ю буссоли. В этом случае буссоль используют для ориентирования теодолита по магнитному меридиану. Если при этом измерен магнитный азимут линии, дирекционный угол которой известен, то имеется возможность определить склонение магнитной стрелки, используя формулу

$$\delta = \alpha + \gamma - \text{Ам}, \quad (14)$$

которая получается из сравнений формул (10).

Кроме склонения магнитная стрелка позволяет определять наклонение, т.е. угол ее наклона относительно горизонтальной плоскости. при этом наклоняется северный конец стрелки. Для уравновешивания магнитной стрелки на ее южный конец прикрепляют небольшой грузик.

## 7. Карта, план, профиль

**Картой** называют уменьшенное и обобщенное изображение по определенным математическим законам – законам картографических проекций – всей земной поверхности или отдельных ее частей на плоскости. На карту наносят линии меридианов и параллелей (сетку географических координат). Масштаб карты в различных ее точках не одинаков. Карты, в зависимости от используемой проекции, имеют отдельные характеристики не искаженными, а другие – искаженными. Например, имеются кар-

ты, на которых направления или углы изображаются без искажения (равноугольные проекции); создают карты, в которых площади участков пропорциональны площадям этих участков на местности (равновеликие проекции) и имеются карты, в которых искажаются все характеристики (произвольные проекции).

Карты условно делят на крупномасштабные (1:100000 и крупнее), среднемасштабные (1:200000 – 1:1000000) и мелко-масштабные – мельче 1:1000000. По содержанию имеются карты топографические, географические, специальные.

**Планом** называют уменьшенное и подобное изображение горизонтальной проекции небольших участков местности без учета сферичности Земли. Обычно создают **топографические планы**, на которых изображают предметы местности, ситуацию и рельеф. В некоторых случаях ограничиваются изображением только ситуации, такие планы называют **контурными**.

**Профилем** называют уменьшенное изображение вертикального разреза местности в заданном направлении. Профили используют при изысканиях, проектировании и строительстве линейных инженерных сооружений: дорог, трубопроводов, ЛЭП, каналов и т.п., подземных сооружений, при этом используют продольные и поперечные профили.

## 8. Аппроксимация участка сферической поверхности Земли горизонтальной плоскостью

**Аппроксимацией** называют приближенное выражение математических величин или геометрических фигур через другие, более простые. В первом приближении Землю принимают за шар. Выясним, участки каких размеров с достаточной для практических целей точностью можно считать горизонтальной плоскостью.

На рис. 11 ACB – дуга окружности, A'B' – касательная в точке C – середине дуги, R – радиус окружности;  $\frac{d}{2} = A'C = CB'$ . Для

решения поставленной задачи достаточно определить разность

$$\Delta S = d - S,$$

$$\text{Значение } \frac{d}{2} = R \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}, \quad S = R\beta, \text{ а}$$

$$\Delta S = 2R \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} - R\beta = R \left( 2 \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} - \beta \right)$$

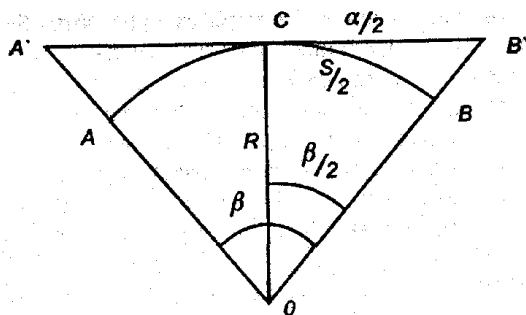


Рис. 11. К вопросу замены дуги окружности касательной к ее середине

Раскладывая  $\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$  в ряд и ограничиваясь двумя первыми членами ряда, находим

$$\Delta S = R \left[ 2 \left[ \frac{\beta}{2} + \frac{1}{3} \left( \frac{\beta}{2} \right)^3 + \dots \right] - \beta \right] = \frac{R\beta^3}{12} = \frac{S^3}{12R^2} \quad (15)$$

Поделив левую и правую части на S, получим относительную ошибку

$$f_s = \frac{\Delta S}{S} = \frac{1}{S/\Delta S} = \frac{S^2}{12R^2} = \frac{1}{12R^2/S^2} \quad (16)$$

При заданном значении  $f_s$

$$S = R\sqrt{12f_s}$$

В табл. 3 приведены значения  $\Delta S$ ,  $f_s = \frac{\Delta S}{S}$  при  $R = 6371,11$  км

и различных значениях S.

Таблица 3

S, км	$\Delta S$ , мм	$f_s = \frac{\Delta S}{S}$
22,07	22,1	1:1 000 000
31,21	62,4	1:500 000
40,29	134,3	1:300 000
49,35	246,8	1:200 000
69,79	697,9	1:100 000
98,70	1974,0	1:50 000

На современном уровне техники геодезических измерений точность определения линий длиной 10-20 км не превышает

1:1 000 000. Так как при  $S = 22$  км  $\frac{\Delta S}{S}$  меньше этой величины, то

дугу сферической поверхности можно заменить отрезком касательной в средней точке этой дуги. Следовательно, участок площадью

$$P = \pi \left( \frac{S}{2} \right)^2 = 3,14 \cdot (22/2)^2 = 380 \text{ км}^2$$

можно с неощутимой для практических целей погрешностью принять за плоскость, т.е. кривизной поверхности Земли в этом случае можно пренебречь и измеренные на земной поверхности отрезки, спроектированные на горизонтальную плоскость, можно считать равными их значениям, спроектированным на сферу.

С относительной ошибкой 1:50 000 замену сферической поверхности плоскостью можно производить на участке площадью  $P = 3,14(98,7/2)^2 = 7647 \text{ км}^2$ , т.е. участке местности размером 87x87 км.

## 9. Метод проекций в геодезии

При изображении на плоскости (листе бумаги) различных предметов обычно используют метод проекций, в частности **ортогональную проекцию**, когда линии проектирования перпендикулярны плоскости или поверхности, на которую выполняют проектирование. В геодезии линиями проектирования являются отвесные линии, перпендикулярные уровенной поверхности, на которую проектируют предметы местности, эту проекцию называют **горизонтальной**.

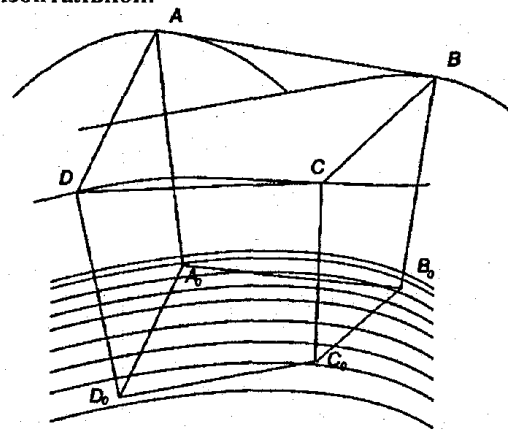


Рис. 12. Проектирование отвесными линиями

На рис. 12 точки А, В, С, D на местности проектируют отвесными линиями  $AA_0, BB_0, CC_0, DD_0$  на уровенную поверхность, которую для небольших участков можно считать сферической. Точки  $A_0, B_0, C_0, D_0$ , в которых отвесные линии пересекают уровенную поверхность M, называют горизонтальными проекциями соответствующих точек местности, а многоугольник  $A_0B_0C_0D_0$  – горизонтальной проекцией многоугольника ABCD.

Для определения пространственного многоугольника ABCD необходимо знать величины  $AA_0, BB_0, CC_0, DD_0$ , т.е. расстояния по отвесным линиям от данных точек местности до уровенной поверхности Земли, эти расстояния называют высотами точек местности. Следовательно, имея горизонтальную проекцию участка местности и зная высоты точек этого участка, можно восстановить пространственное положение этого участка физической поверхности Земли.

В тех случаях, когда часть сферической поверхности можно заменить плоскостью, касающейся сферы в середине участка, проектирование выполняют линиями, перпендикулярными к плоскости P (рис. 13). Стороны  $A_0B_0, B_0C_0, C_0D_0, D_0A_0$  и углы между ними являются горизонтальными проекциями соответствующих сторон и углов на местности, а плоский многоугольник  $A_0B_0C_0D_0$  – горизонтальной проекцией многоугольника ABCD, вершины которого расположены на земной поверхности. Таким способом можно получить горизонтальные проекции всех характерных точек участка местности и в итоге – горизонтальную проекцию всего участка местности.

Горизонтальную проекцию многоугольника  $A_0B_0C_0D_0$  можно изобразить на плоскости (листе бумаги), если нанести в заданном масштабе длины горизонтальных проекций  $A_0B_0, B_0C_0, C_0D_0, D_0A_0$  и углы  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  между ними (см. рис. 13) От измеренной на местности линии  $AB = D$  переходят к длине ее проекции

$$D_0 = D \cos \nu.$$

Отрезок  $D_0$  называют горизонтальным проложением линии D, т.е. горизонтальное проложение линии – это длина ортогональной проекции линии местности на горизонтальную плоскость. Угол  $\nu$  является углом наклона D относительно горизонтальной плоскости. Аналогичным способом находят горизонтальные проложения других линий на местности.

Следовательно, для получения горизонтальной проекции участка местности необходимо измерить отрезки D между точ-

ками на местности, горизонтальные углы  $\beta$  и углы наклона  $\nu$ . Кроме этих величин измеряют разности высот  $h = BB_0 - AA_0$  (см. рис. 13).

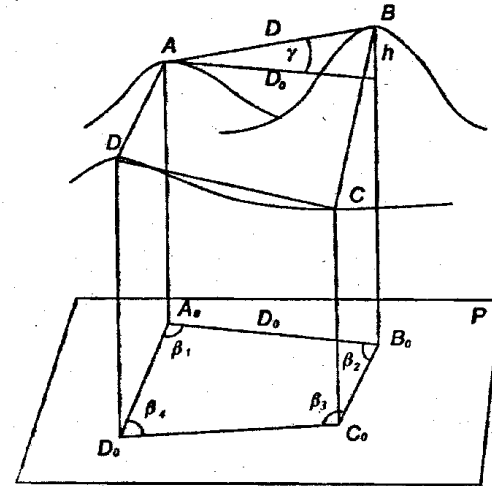


Рис. 13. Проектирование перпендикулярами к горизонтальной плоскости P

При выполнении различных геодезических работ часто используют снимки местности, при получении которых проектирование выполняют линиями, исходящими из точки S, называемой центром проекции (оптический центр объектива фотоаппарата) (рис. 14). В этом случае проектирующие лучи SA, SB, SC, SD пересекают плоскость снимка P в точках a, b, c, d и четырехугольник abcd является центральной проекцией пространственного четырехугольника ABCD.

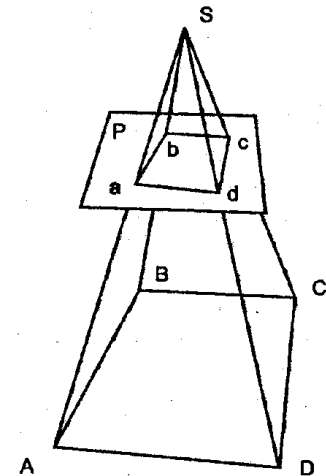


Рис. 14. Центральная проекция

## 10. Высоты точек местности. Влияние кривизны Земли на высоты ее точек

Высота точки – расстояние по отвесной линии от данной точки  $M$  до поверхности отсчета. **Ортометрические высоты  $H^o$**  определяют относительно поверхности геоида, **нормальные высоты  $H^y$**  – относительно поверхности квазигеоида, **геодезические высоты  $H$**  – относительно поверхности референц-эллипсоида по нормали к ней, относительные высоты  $H'$  – относительно условной урванной поверхности (рис.15). В СНГ все



Рис. 15. Системы высот

высоты пунктов государственной нивелирной сети определяют в системе нормальных высот методом геометрического нивелирования с использованием материалов гравиметрической съемки по направлениям нивелирных ходов.

Аномалии высот  $\zeta$ , определяющие положение квазигеоида относительно референц-эллипсоида, находят методами астрономического и астрономо-гравиметрического нивелирования. Геодезическая высота (см. рис.15)

$$H = H' + \zeta.$$

Относительные высоты  $H'$  применяют при выполнении работ на небольших участках.

Численное значение высоты называют отметкой. В СНГ счет высот ведется от нуля Кронштадского футштока (абсолютная Балтийская система высот 1977г.), т.е. относительно нанесенной на медной пластине горизонтальной линии (пластина замурована в гранитном устое моста). Нуль Кронштадского футштока на 10 мм выше среднего уровня Балтийского моря. Эти высоты обычно называют абсолютными.

Разность высот двух точек называют превышением. При замене участка урванной поверхности касательной плоскостью высоты  $A$ , определяемые относительно горизонтальной плоскости, отличаются от их значений  $H$  относительно урванной поверхности. На рис.16

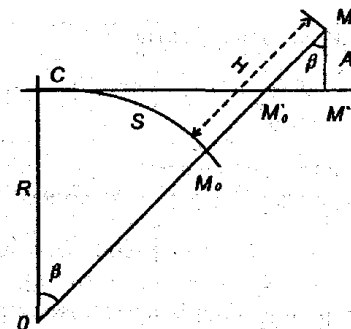


Рис. 16. Высоты  $H$  и  $A$

$$H = A \sec \beta + MoM'_o = A \sec \beta - (R \sec \beta - R)$$

Раскладывая  $\sec \beta$  в ряд и ограничиваясь первыми двумя членами ряда  $\left( \sec \beta = 1 + \beta^2/2 = 1 + \frac{S^2}{2R^2} \right)$ , получим

$$H = A \left( 1 + \frac{S^2}{2R^2} \right) + \left[ R \left( 1 + \frac{S^2}{2R^2} \right) - R \right] = A + \frac{S^2}{2R} + \frac{AS^2}{2R^2} \quad (17)$$

При  $A = 1 \text{ км} = 1000000 \text{ мм}$ ,  $S = 20 \text{ км}$ ,  $R = 6371 \text{ км}$  последнее слагаемое равно 4,9 мм. При выполнении работ невысокой точности этой величиной можно пренебречь. Второе слагаемое

$\Delta h = \frac{S^2}{2R}$  является значимым даже при небольших значениях  $S$ :

$S$ , км ...	0,1	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0	20,0
$\Delta h$ , мм ...	0,8	19,6	78,5	314	1962	7848	31392

Следовательно, величины  $\Delta h$  при определении высот  $H$  или превышений  $h$  нужно учитывать даже при небольших расстояниях  $S$ .

Следует обратить внимание на то, что в геодезии для определения положения точек используют две независимые системы координат: систему плоских прямоугольных координат в проекции Гаусса-Крюгера (или в какой-либо другой проекции) и систему высот относительно поверхности квазигеоида. Начала координат этих двух систем не совпадают: начальный пункт геодезической сети находится в центре круглого зала Пулковской обсерватории, в зональной системе плоских координат – в пересечении изображений экватора и осевого меридиана, а начало системы высот совмещено с нулем Кронштадского футштока.

Для небольших участков местности (в пределах 1 км<sup>2</sup>) при работах невысокой точности можно использовать единую пространственную прямоугольную систему координат.

### 11. Система плоских прямоугольных координат в геодезии

В математике используют левую прямоугольную систему координат, в которой углы отсчитывают от положительного направления оси x (абсцисс) влево, против хода часовой стрелки, в этом же направлении нумеруют четверти.

В геодезии применяют правую систему прямоугольных координат, за ось x (абсцисс) принимают осевой меридиан (или средний меридиан участка работ), его направление на север является положительным, положительное направление

оси y (ординат) совпадает с направлением на восток. Четверти нумеруют по ходу часовой стрелки, углы отсчитывают от положительного направления оси x по движению часовой стрелки (рис. 17). Знаки координат и тригонометрических функций в различных четвертях приведены в табл. 4.

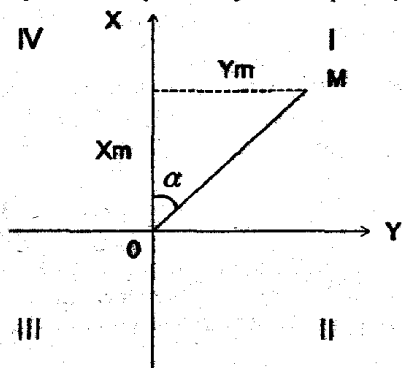


Рис. 17. Система плоских координат в геодезии

Таблица 4

Номер четверти	x	y	sin α	cos α	tg α	ctg α
I	+	+	+	+	+	+
II	-	+	+	-	-	-
III	-	-	-	-	+	+
IV	+	-	-	+	-	-

В условной системе координат направление оси x может не совпадать с направлением меридиана, а принимать другое, более целесообразное направление.

### 12. Единицы мер, используемые в геодезии

При выполнении геодезических работ используют меры длины, площади, веса, температуры, времени и т.п. При измерении углов используют градус, получаемый путем деления прямого угла на 90 равных частей, 1°=60', 1' = 60". Углы выражают также в радиальной мере, равной отношению дуги окружности к ее радиусу. Радиан – центральный угол, опирающийся на дугу окружности, равную радиусу. Так как угол 360° соответствует длине окружности 2π, то один радиан равен 360°/2π = 57°17'44,81" = 3437,7468' = 206264,81" = 57,295780°. При переводе градусной меры в радианную и обратно используют выражение

$$\frac{180^\circ}{\pi} = \frac{n^\circ}{\alpha},$$

где α – радианная, n° – градусная мера одного и того же угла, π=3,141592654. Например, в угловой мере угол n°=135°11'17,25", для его определения в радианной мере имеем

$$\alpha = \frac{n^\circ \pi}{180^\circ} = \frac{135^\circ 11' 17,25'' \cdot 3,141592654}{180^\circ} = 2,35947789 \text{ радиана.}$$

Кроме того, для измерения углов используют десятичную систему мер, в которой прямой угол делят на 100 равных частей, получившаяся часть называется градусом (1<sup>g</sup>). Один градус содержит 100 градových минут (1<sup>g</sup> = 100<sup>c</sup>), одна градсовая минута имеет 100 градových секунд (1<sup>c</sup> = 100<sup>cc</sup>).

Единицей измерения длины является метр, его длина равна одной десятимилионной части половины парижского меридиана (от полюса до экватора). В Международном бюро мер и весов во Франции хранится "архивный метр", изготовленный из платины жезл, соответствующей длины. В 1889 г. из сплава 90% платины и 10% иридия были изготовлены 31 жезл, являющиеся копиями "архивного метра", 28 жезлов переданы государствам, присоединившимся к метрической системе мер. В Россию переданы два таких жезла (эталона): № 28 – хранится во Всесоюзном институте метрологии им. Д.И. Менделеева (ВНИИМ) в С.-Петербурге и № 11 – в Российской Академии наук.

В 1960 г. Международная конференция по мерам и весам установила длину метра, равную 1 650 763,73 длинам волн излучения в вакууме оранжевой линии спектра изотопа криптона с атомным весом 86. В СССР эту длину метра приняли 1 января

1963 г. при переходе к международной системе единиц СИ. Интерференционная установка, созданная во ВНИИМ, позволяет сравнивать жезл с эталонной длиной световой волны в 100 раз точнее, чем с платино-иридиевым прототипом метра.

Единицей измерения площади является квадратный метр:  $10000\text{ м}^2 = 1$  гектару (га);  $100$  га =  $1$  км<sup>2</sup>.

Единицей массы является международный килограмм, единицей измерения температуры – градус по шкале Цельсия, единицей измерения времени – секунда, единицей измерения давления – 1 атмосфера, равная 760 мм рт.ст. при температуре 0°C или 1013,25 гектопаскалей (гПа), или 1013,25 миллибар (мбар). За единицу измерения частоты периодических колебаний принят герц; 1 мегагерц =  $10^6$  герцам.

До перехода на метрическую систему в нашей стране основной единицей длины был сажень, 1 сажень = 84 дюймам, 1 дюйм – 25,4 мм.

## 1.2. Топографическая карта

### 13. Масштабы, точность масштаба

Горизонтальные проложения отрезков местности при изображении на картах и планах уменьшают. Степень уменьшения горизонтальных проложений отрезков на местности при их изображении на карте или плане называют масштабом. Используют три вида масштабов.

Численный масштаб – дробь, числитель которой равен единице, а знаменатель величине  $M$ , показывающей, во сколько раз уменьшают горизонтальные проложения отрезков местности при их изображении на карте или плане (рис. 18,а) Например, на картах масштабов 1:50000, 1:25000, 1:10000 горизонтальные проложения отрезков местности уменьшают в 50000, 25000, и 10000 раз соответственно.

Если длину линии на карте обозначить через  $d$ , то горизонтальное проложение  $S$  этой длины на местности

$$S = Md. \quad (18)$$

Пример 1. На карте масштаба 1:5000 длина отрезка  $d=25,4$ мм. Определите длину  $S$  соответствующего ему горизонтального проложения на местности. По формуле (18)  $S = 25,4\text{ мм} \cdot 5000 = 127000\text{ мм} = 127\text{ м}$ .

Пример 2. Горизонтальное проложение отрезка на местности  $S=284,7\text{ м}$ . Определите длину  $d$  на карте масштаба 1:25000. Из формулы (18)  $d = \frac{S}{M} = \frac{284,7\text{ м}}{25000} = 0,011388\text{ м} = 11,4\text{ мм}$ .

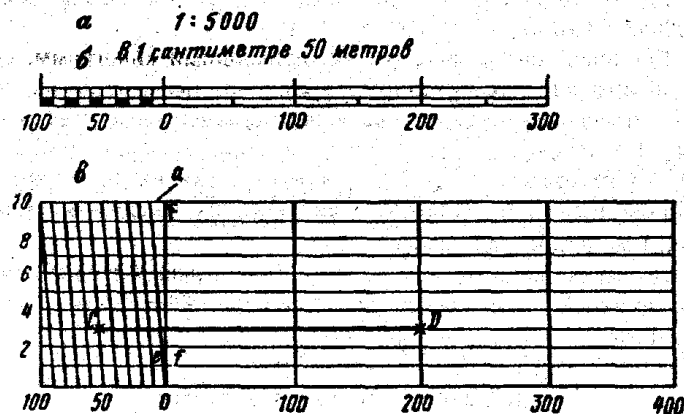


Рис. 18. Масштабы.

Следует заметить, что чем больше знаменатель  $M$  численного масштаба, тем масштаб мельче, и наоборот, чем меньше  $M$ , тем крупнее масштаб.

Линейный масштаб. Во избежание вычислений часто используют графическое построение, называемое линейным масштабом. Для построения линейного масштаба на линии (рис. 18,б) откладывают одинаковые отрезки  $l$ , называемые основанием масштаба. Линейный масштаб с основанием  $l=2$  см называют нормальным. Левый крайний отрезок делят на десять равных частей, концы отрезков подписывают согласно численному масштабу карты, для которой он построен. Например, на карте масштаба 1:5000 необходимо с помощью измерителя отложить отрезок  $d$ , которому на местности соответствует горизонтальное проложение  $S=255\text{ м}$ . Конечной одной иглы измерителя совмещается со штрихом 200 м, а конец второй иглы с серединой между делениями 50 и 60 м левого отрезка линейного масштаба (см. рис. 18,б). Расстояние между острями игл измерителя будет равно отрезку  $d$ . Для определения горизонтального проложения линии на местности по соответствующему отрезку  $d = 23,9$  мм на карте масштаба 1:5000 измерителем фиксируют отрезок на карте, острие одной иглы совмещают со штрихом основания 100 м,

а острие второй иглы помещают на левом крайнем отрезке между делениями 10 и 20 м, на глаз оценивают 19,5 м, вся длина будет равна 119,5 м.

Поперечный масштаб обеспечивает более высокую точность измерений. Его создают путем прочерчивания на одинаковом расстоянии друг от друга одиннадцати параллельных линий. Перпендикулярно этим линиям прочерчивают линии основания масштаба, обычно через 2 см. Крайний левый отрезок делят на десять одинаковых частей (на нижней и верхней параллельных линиях), после чего соединяют нулевое нижнее деление с первым верхним, первое нижнее со вторым верхним и т.д. (рис. 18, в). Для определения наименьшего деления  $ef$  на рис. 18, в из подобных треугольников имеем

$$\frac{ef}{a} = \frac{of}{OF},$$

откуда, учитывая  $a = l/n$ ,  $\frac{OF}{of} = m$ , имеем

$$ef = x = \frac{of}{OF} a = \frac{l}{mn}, \quad (19)$$

где  $n$  – число делений в основании масштаба,  $m$  – число промежутков, делений, между параллельными линиями.

Следовательно, наименьшее деление поперечного масштаба равно основанию масштаба  $l$ , деленному на произведение  $m \cdot n$ . При  $m=n=10$  наименьшее деление

$$x = l/100.$$

Такой поперечный масштаб называют сотенным. При  $m = n = 10$  и  $a = 2$  мм получаем нормальный сотенный поперечный масштаб (см. рис. 18, в), на этом рисунке отложен отрезок, длина которого в масштабе 1:5000 равна

$$CD = 2l + 5a + 3x = 253 \text{ м.}$$

В масштабе 1:1000 длина этого отрезка составляет 50,6 м.

С помощью поперечного масштаба можно откладывать отрезки с точностью  $t = x/2 = 0,1$  мм. На карте можно различать невооруженным глазом отрезки длиной не менее 0,1 мм (размер диаметра кружка, полученного от укола остро отточенной иглы). Поэтому длину горизонтального продолжения отрезка на местности, соответствующую 0,1 мм на карте данного масштаба, называют точностью масштаба. Например, точность масштаба 1:5000, 1:10000, 1:50000 соответственно равна 0,1 мм · 5000 = 500 мм = 0,5 м; 0,1 мм · 10000 = 1 м; 0,1 мм · 50000 = 5 м.

Используя точность масштаба, можно определить предметы на местности, которые по размерам меньше точности масштаба и их невозможно в масштабе изобразить на карте, а также определить масштаб, в котором нужно создавать карту, чтобы на ней изобразились подобными фигурами подлежащие изображению предметы местности.

Длины кривых линий измеряют курвиметром (рис. 19), колесико которого перемещают по линии при перпендикулярном к плану положении курвиметра. Если при масштабе плана 1:5000 отсчет на шкале курвиметра 11,7, то длина линии на местности равна 11,7 см · 5000 = 58,5 м.

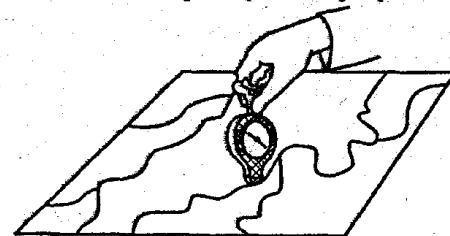


Рис. 19. Курвиметр

#### 14. Топографические карты, их разграфка и номенклатура

По содержанию карты делятся на общегеографические и тематические (политические, экономические, дорожные и т.п.). На общегеографических картах изображают ситуацию и рельеф. Общегеографические карты масштаба 1:1000000 и крупнее называют топографическими. В нашей стране в системе топографо-геодезической службы создают топографические карты следующих масштабов: 1:1000000, 1:500000, 1:300000, 1:200000, 1:100000, 1:50000, 1:25000, 1:10000, 1:5000, 1:2000.

Территория страны или отдельных ее регионов изображается на многих листах карты, размеры листов подбираются такие, чтобы картами было удобно пользоваться. Листы карт различных масштабов объединяют единой системой разграфки и номенклатуры. В нашей стране основой разграфки и номенклатуры листов топографических карт является международная разграфка листов карты 1:1000000. От экватора к северу и к югу поверхность земного шара делят параллелями через 4° на пояса (обозначают латинскими буквами от А до Z) и меридианами, начиная от 180° через 6° на колонны (рис. 20), которые обозначают арабскими цифрами от 1 до 60. Номенклатура получается из названия пояса и колонны, например, лист, на котором находится Москва, имеет номенклатуру N-37.



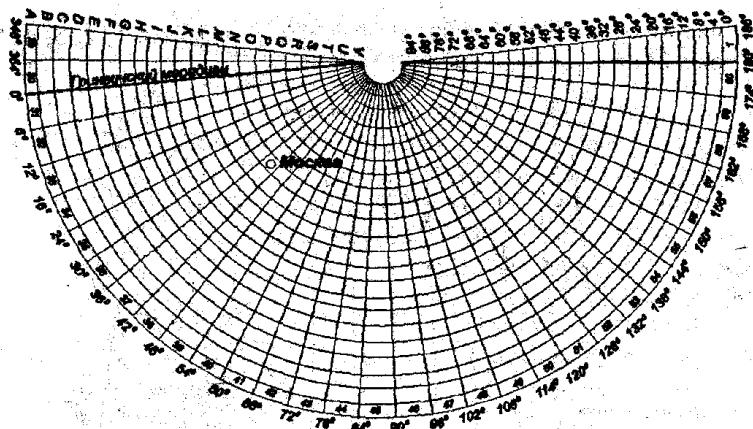


Рис. 20. Номенклатура листов карт масштаба 1: 1 000 000

Территория, изображаемая на одном листе масштаба 1:1000000, изображается на четырех листах карты масштаба 1:500000, их обозначают буквами А, Б, В, Г (рис. 21), на 9 листах масштаба 1:300000, на 36 листах масштаба 1:200000 и 144 листах масштаба 1:100000 (рис. 22). Номенклатура листов этих карт состоит из номенклатуры масштаба 1:1000000 и собственного номера; для листов масштаба 1:300000 собственный номер подписывают римскими цифрами от I до IX слева от номенклатуры миллионного листа, а для листов масштаба 1:200000 и 1:100000 – справа римскими (от I до XXXVI) и арабскими (от 1 до 144) цифрами. На рис. 22 заштрихованы листы VI-L-49, L-49-VI, L-49-133.

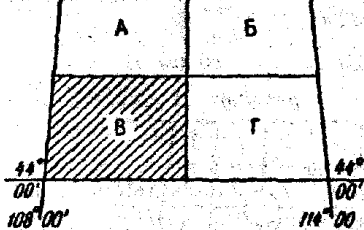


Рис. 21. Номенклатура листов карт масштаба 1:500000

Территория, изображаемая на листе масштаба 1:100000, изображается на 4 листах масштаба 1:50000, листы обозначают буквами А, Б, В, Г, на рис. 23 заштрихован лист L-49-133-В. Участки, изображаемые на одном листе масштаба 1:50000, изображают на 4 листах масштаба 1:25000, листы обозначают буквами а, б, в, г (на рис. 23 заштрихован лист L-49-133-Б-в). Местность, изображенная на листе карты масштаба 1:25000, изображается на 4

листах масштаба 1:10000, обозначаемых цифрами 1, 2, 3, 4. На рис. 23 заштрихован лист L-49-133-Б-г-4.

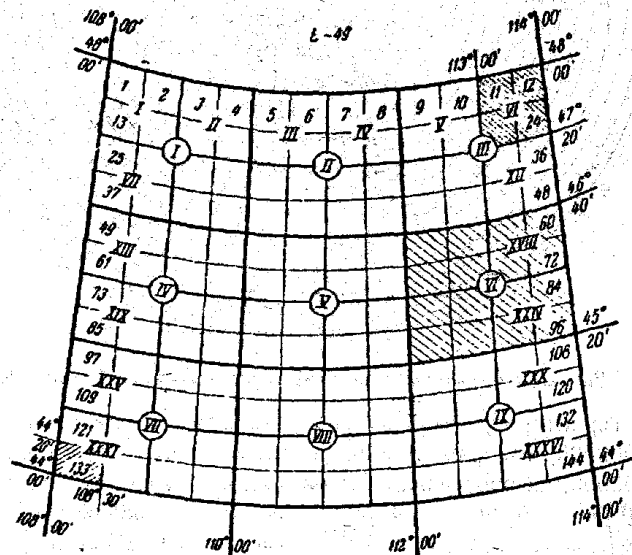


Рис. 22. Номенклатура листов карт масштабов 1:300000, 1:200000, 1:100000

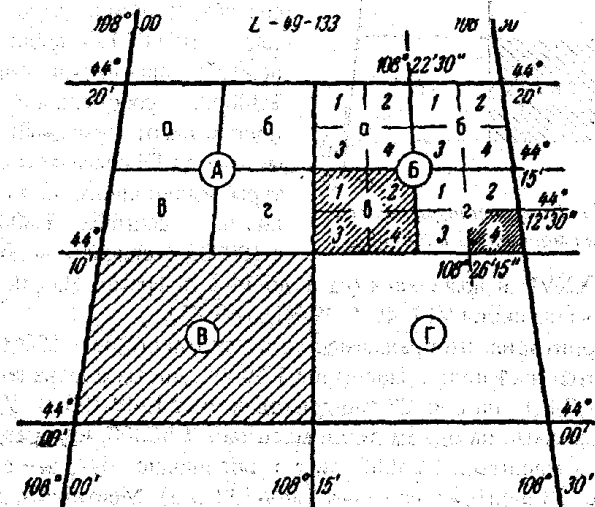


Рис. 23. Номенклатура листов карт масштабов 1:50000, 1:25000, 1:10000

Территория, изображаемая на одном листе масштаба 1:100000, изображается на 256 листах масштаба 1:5000, номенклатура получается путем присоединения к номенклатуре листа 1:100000 соответствующего номера, от 1 до 256, в скобках. На рис. 24 заштрихован лист L-49-133-(16). Местность, изображаемая на листе масштаба 1:5000, изображается на 9 листах масштаба 1:2000, листы обозначаются буквами русского алфавита от а до и. На рис. 25 заштрихован лист L-49-133-(16-и).

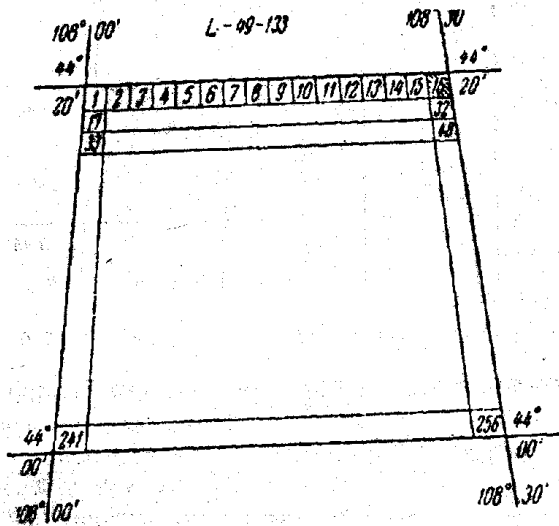


Рис. 24. Номенклатура листов карт масштаба 1:5000

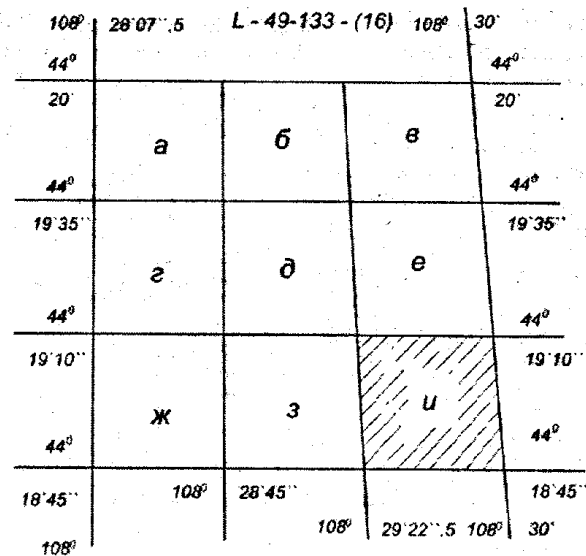


Рис. 25. Номенклатура листов карт масштаба 1:2000

Крупномасштабные планы (1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500) для городского, промышленного строительства и для других целей могут иметь квадратную разграфку. За основной принимают лист масштаба 1:5000 размером 40х40 см, каждый лист этого масштаба обозначают арабской цифрой. Характеристики планов других масштабов приведены в табл.6 [11].

В табл. 5 приведены характеристики карт различных масштабов.

Таблица 5

Масштаб карты	Номенклатура листа	Размер рамки		Исходный масштаб	Число листов
		по широте	по долготе		
1:1000000	N-37	4"	6"		
1:500000	N-37-Г	2"	3"	1:1000000	4
1:300000	IX-N-37	1'20"	2"	1:1000000	9
1:200000	N-37-XXXVI	40"	1"	1:1000000	36
1:100000	N-37-144	20"	30"	1:1000000	144
1:50000	N-37-144-Г	10"	15"	1:100000	4
1:25000	N-37-144-Г-г	5"	7,5"	1:50000	4
1:10000	N-37-144-Г-г-4	2,5"	3,75"	1:25000	4
1:5000	N-37-144-256	1'15"	1'52,5"	1:100000	256
1:2000	N-37-144-256-и	25"	37,5"	1:5000	9

Таблица 6

Масштаб плана	Число листов	Номенклатура последнего листа	Размеры квадрата, см
1:2000	4 в листе масштаба 1:5000	6-Г	50х50
1:1000	4 в листе масштаба 1:2000	6-Г-IV	50х50
1:500	16 в листе масштаба 1:2000	6-Г-16	50х50

На рис. 26, 27 приведены схемы образования номенклатуры листов топографических карт, рис. 26, и планов – рис. 27 [3].

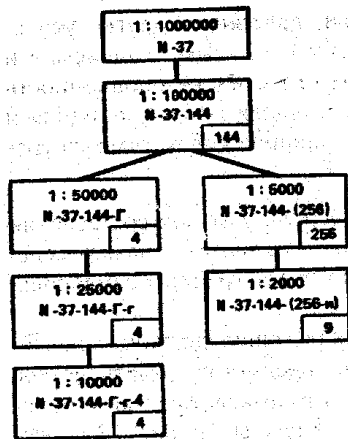
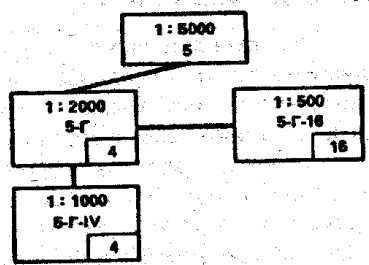


Рис. 26. Схема образования номенклатуры листов топографических карт

Рис. 27. Схема образования номенклатуры листов топографических планов



## 15. Содержание карт и планов

### 1. Условные знаки

На топографических картах и планах изображают различные предметы местности, совокупность которых называют ситуацией. При изображении ситуации применяют условные знаки, которые подразделяют на площадные, линейные, внемасштабные, пояснительные и специальные.

**Площадные, или масштабные, условные знаки** используют, когда предметы местности изображают в масштабе плана или карты согласно их действительным размерам и формам. Границы между изображаемыми объектами вычерчивают тонкими линиями или точечным пунктиром, а сами площадные объекты заполняют условными знаками или закрашивают.

**Линейные условные знаки** используют для изображения объектов линейного типа: дороги, реки, трубопроводы, линии электропередач и т.п., ширина которых меньше точности масштаба данной карты.

**Внемасштабные условные знаки** применяют для изображения предметов (колодцы, геодезические знаки, родники, столбы и т.п.), которые в данном масштабе не изображаются на карте. Внемасштабные условные знаки показывают только положение объекта.

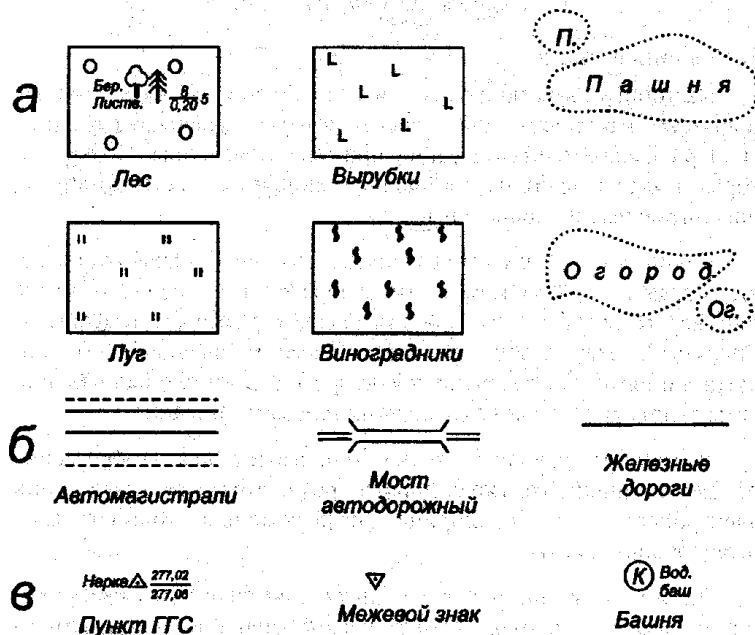


Рис. 28. Условные знаки: а – площадные; б – линейные; в – внемасштабные

**Пояснительные условные знаки** дополняют другие условные знаки цифровыми данными, пояснительными надписями и т.п., характеризующими предметы местности (грузоподъемность и ширина мостов, порода деревьев, средняя высота, толщина и расстояние между деревьями в лесу, ширина дорог, отметка уреза воды в водоеме и т.п.).

**Специальные условные знаки** используют при составлении специальных карт и планов. Например, на картах и планах сельскохозяйственного назначения изображают границы землепользований, наименование угодий и т.п.

Условные знаки по своему изображению должны напоминать вид и характер изображаемых предметов, давать четкое представление об объектах местности и позволять легко и однозначно читать географические карты и планы. На рис. 28 приведены условные знаки различных типов.

## 2. Основные формы рельефа

Рельефом местности называют сочетание неровностей поверхности Земли. Рельеф местности оказывает большое влияние на деятельность человека, его необходимо учитывать при проектировании и строительстве различных сооружений – железных и автомобильных дорог, каналов, населенных пунктов, аэродромов и т.п. Поэтому изображению рельефа на топографических картах должно быть уделено большое внимание.

Все многообразие форм рельефа можно разделить на следующие основные формы (рис. 29).

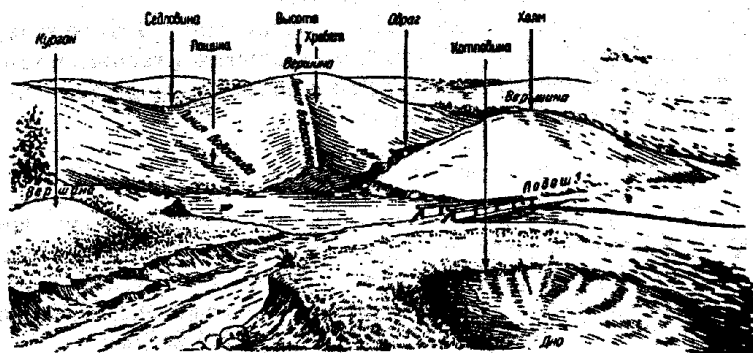


Рис. 29. Формы рельефа

1. **Гора, холм** – конусообразное возвышение над окружающей местностью, наивысшая ее точка – **вершина**, боковые поверхности – **скаты**, линия их слияния с окружающей местностью – **подшва**, или **основание** горы, примерно горизонтальные площадки на скате горы называют **уступами**.

2. **Котловина (впадина)** – замкнутое углубление, самая низкая ее точка – **дно**, боковая поверхность – **скаты**, линия их слияния с окружающей местностью – **бровка**.

3. **Хребет** – возвышенность, вытянутая в одном направлении. Скаты хребта при пересечении в верхней части образуют **водораздел**, или **водораздельную линию**.

4. **Лощина** – вытянутое и понижающееся в каком-либо направлении углубление, два ската лощины при пересечении образуют **водосливную линию**, тальвег, по которой стекает вода, попадающая на скаты. Широкая лощина с пологими задернован-

ными скатами называется **долиной**, а узкая лощина с крутыми обнаженными скатами – **оврагом**. Скат долины может иметь площадку, называемую **террасой**. Узкое углубление, возникающее обычно в начале оврага под действием стекающей с возвышенностей воды, называют **промоиной**. Овраг, заросший травой и кустарником, называют **балкой**.

5. **Седловина** – наиболее низкое место водораздела, обычно имеет вид седла, от седловины обычно берут начало две, расположенные в противоположных направлениях, лощины. В горной местности через седловины обычно проходят дороги или тропы, такие седловины называют **перевалами**.

Вершину горы и холма, дно котловины, самую низкую точку седловины, перегиб ската и т.п. называют **характерными точками рельефа**, а водораздел хребта и водосливную линию – **характерными линиями рельефа**.

## 3. Изображение рельефа горизонталями

К изображению рельефа местности на топографических картах предъявляют следующие требования: 1) быстро и достаточно точно определять отметки точек; 2) определять крутизну и направление скатов; 3) хорошее пространственное представление о рельефе местности.

В настоящее время рельеф на топографических картах изображают сочетанием **горизонталей, условных знаков и отметок точек**.

**Горизонталь** – изображение на карте линии равных высот, которая получается при пересечении **уровенной** и **земной** поверхностей. Примером горизонтали на местности является береговая линия спокойного озера или пруда. На рис. 30 приведены изображения **горизонталей** различных форм рельефа.

Вертикальное расстояние  $h$  между смежными **уровенными** поверхностями  $P, T, W$  (горизонтальными плоскостями) называется **высотой сечения рельефа** (рис. 31). Проектируя на горизонтальную плоскость  $Q$  горизонтали  $BCB, DED, FMF, KLK$  с отметками  $H, H+h, H+2h$ , получаем на плоскости  $Q$  проекции горизонталей  $bcb, ded, fmf, klk$  с соответствующими отметками. Полученные на плоскости  $Q$  проекции **горизонталей** на карте изображают **уменьшенными** в соответствии с масштабом карты.

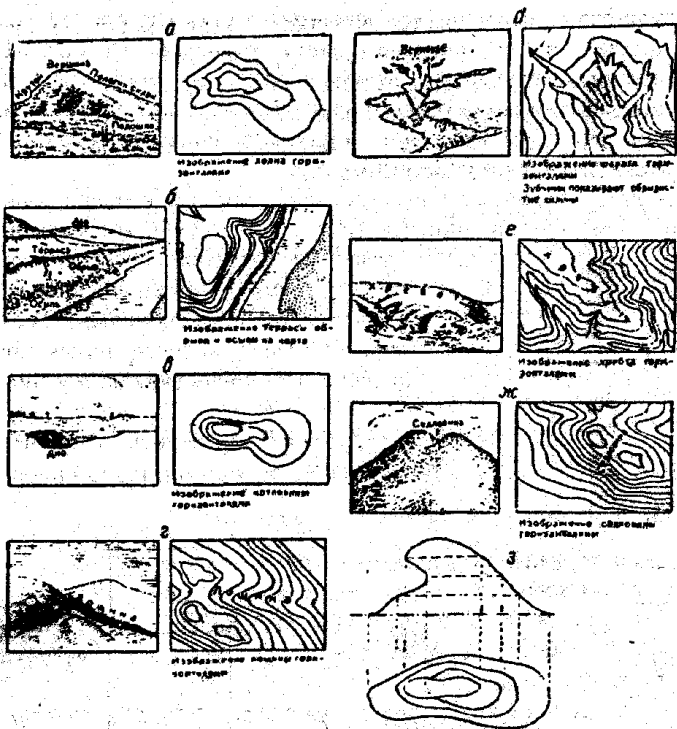


Рис. 30. Изображение горизонталями и условными знаками  
 а – вершины; б – террасы, обрыва, осыпи; в – котловины; г – ложины; д – оврага;  
 е – хребта; ж – седловины; з – нависшего утеса.

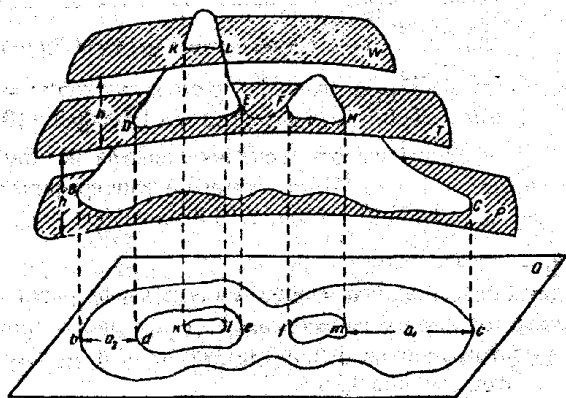


Рис. 31. Сечение рельефа уровненными поверхностями

Горизонтали, имеющие одинаковые отметки (на рис. 31 горизонталы *bed* и *fmf*), называют одноименными. На рис. 31 видно, что скат на участке *CM* меньше, чем на участке *BD*, а расстояние между горизонталями на первом участке больше, чем на втором, т.е. с уменьшением крутизны ската расстояние между горизонталями увеличивается.

Отметки горизонталей всегда кратны высоте сечения, они являются замкнутыми линиями (в пределах суши, омываемой водными пространствами), не разветвляются и не пересекаются. Направление ската показывают короткими линиями, перпендикулярными горизонталям, их называют *бергштрихами*. Расстояние *a* между соседними горизонталями на плане называют заложением. Чем меньше заложение, тем круче скат на местности.

Крутизну линии *BC* (рис. 32) можно определить углом наклона  $v$ , равным углу между линией *BC* и горизонтальной плоскостью, и уклоном

$$i = \operatorname{tg} v.$$

В прямоугольном треугольнике *BCC<sub>0</sub>* имеем

$$i = \operatorname{tg} v = \frac{CC_0}{BC_0} = \frac{h}{a} \quad (20)$$

Уклон *i* обычно выражают в процентах или промиллях – тысячных долях единицы. Нормальную высоту сечения рельефа определяют по формуле

$$h = 0,2 \text{ мм} \cdot M,$$

где *M* – знаменатель масштаба плана. Например, для карты масштаба 1:25000  $h = 0,2 \text{ мм} \cdot 25000 = 5 \text{ м}$ , а для масштаба 1:50000  $h = 10 \text{ м}$ .

В табл. 7. приведены высоты сечения рельефа на крупномасштабных картах согласно "Инструкции по топографическим съемкам в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000, и 1:500" – М.: Недра, 1982 г.

Иногда для более полного изображения рельефа равнинной местности кроме основных горизонталей вычерчивают полугоризонталы с высотой сечения, равной половине *h*, и четвертьгоризонталы с высотой сечения 0,25 *h*.

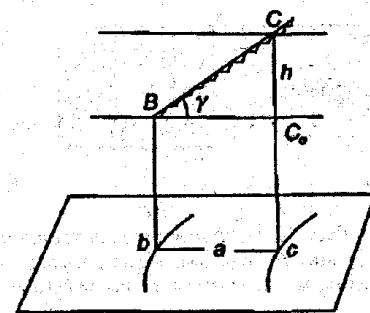


Рис. 32. Скат и его характеристики

Таблица 7

Характеристика рельефа и максимально преобладающие углы наклона	Масштаб съемки		
	1:5000	1:2000	1:1000, 1:500
	Высота сечения рельефа, м		
Равнинный с углами наклона до 2°	(0,5) 1,0	0,5 (1,0)	0,5
Всхолмленный с углами наклона до 4°	(1,0) 2,0	0,5* 1,0	0,5
Пересеченный с углами наклона до 6°	2,0 (5,0)	(1,0) 2,0	0,5 1,0*
Горный и предгорный с углами наклона более 6°	2,0* 5,0	2,0	1,0

**Примечание:** звездочкой отмечены высоты сечения рельефа, которые не применяются на топографических картах населенных пунктов; в скобках приведены возможные (неосновные) высоты сечения рельефа, которые на топографических картах населенных пунктов допускаются в ограниченных случаях, оговоренных техническим проектом (программой).

При сечении рельефа 1, 5, 10, 20 и 40 м утолщают каждую пятую горизонталь с отметками, кратными 5, т.е. 5, 25, 50, 100 и 200 м. При высоте сечения 2,5 м утолщают каждую четвертую горизонталь с отметками, кратными 4, т.е. 10 м. На крутых склонах допускается между утолщенными горизонталями проводить лишь две-три основные горизонтали. Отметки горизонталей подписывают в их разрывах так, чтобы верхние части цифр были направлены в сторону повышения рельефа.

## 16. Решение задач на топографических картах и планах

### 1. Определение прямоугольных координат точки

На карте подписаны в километрах горизонтальные  $x$ , абсциссы, и вертикальные  $y$ , ординаты, линии километровой сетки. Вертикальные линии параллельны осевому меридиану, а горизонтальные – перпендикулярны ему. Для определения прямоугольных координат точки А (рис. 33) опускают перпендикуляр из точки А на ближайшую вертикальную линию километровой сетки и измеряют отрезки  $\Delta x$  и  $\Delta y$ . Умножив их на знаменатель масштаба 1:10000, имеем

$x = 6065 \text{ км} + 80,6 \text{ мм} \cdot 10000 = 6065 \text{ км} + 806 \text{ м} = 6065806 \text{ м}$ ,  
и условную ординату точки в четвертой зоне

$$y = 4311 \text{ км} + \Delta y \cdot M = 4311 \text{ км} + 83,3 \text{ мм} \cdot 10000 = 4311 \text{ км} + 833 \text{ м} = 4311833 \text{ м}$$

Действительная ордината  $y = 311833 - 500000 = -188167$ .

У-54-37-В-6-4

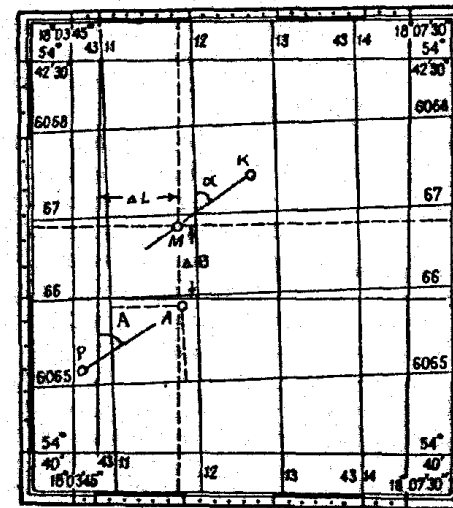


Рис. 33. Рамка и координатная сетка листов карты масштаба 1:10000

### 2. Определение широты В и долготы L точки

Западная и восточная рамки топографической карты имеют минутные деления широты (минута точками разделена на десятки секунд), а северная и южная рамки – деления долготы. Для определения геодезической широты В и геодезической долготы L через ближайшие к данной точке М одноименные минутные деления широты и долготы прочерчивают линии (см. рис. 33), из данной точки М опускают перпендикуляр на линии, соединяющие одинаковые минуты рамок западной и восточной, северной и южной.

Измеряют отрезки  $\Delta B$ ,  $\Delta L$ ,  $\Delta B'$ ,  $\Delta L'$  – соответствующие 1' по широте и долготы. В итоге получаем

$$B = 54^\circ 41' + \frac{60''}{\Delta B'} \Delta B = 54^\circ 41' 27,6'';$$

$$L = 18^\circ 04' = \frac{60'' \Delta L}{\Delta L'} = 16^\circ 04' 54,2''.$$

### 3. Определение углов ориентирования

Дирекционный угол  $\alpha$  линии МК (см. рис. 33) определяют путем измерения его значения топографическим транспортиром между северным направлением вертикальной линии километровой сетки и данным направлением, изменяется от 0 до 360° по ходу часовой стрелки. Азимут А (см. рис. 33) линии РА измеряют от северного направления изображения геодезического меридиана до данной ли-

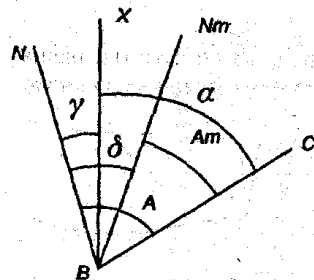


Рис. 34. Азимут и дирекционный угол

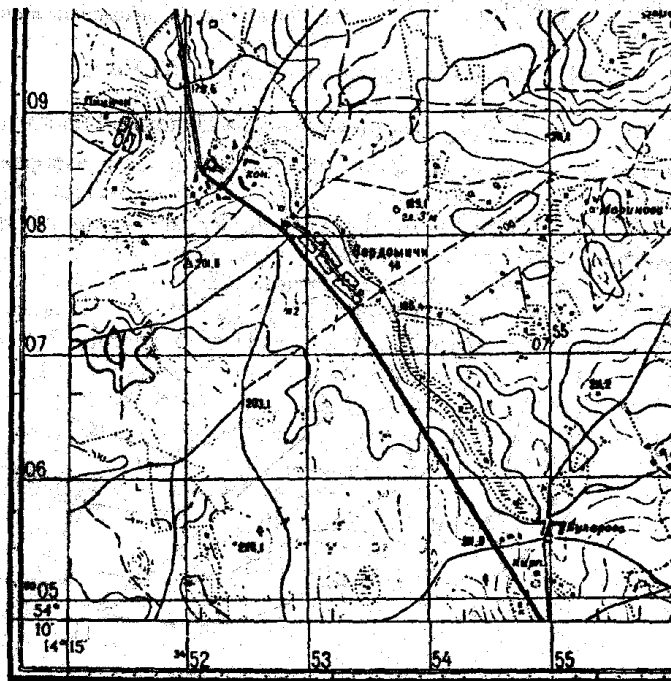
нии, изменяется от 0 до 360° по часовой стрелке. Кроме того, значение истинного азимута  $A$  и магнитного азимута  $A_m$  можно определить по формулам (рис. 34)

$$A = \alpha + \gamma; A_m = \alpha + \gamma - \delta.$$

Значения сближения меридианов  $\gamma$  и склонения магнитной стрелки  $\delta$  изображают ниже южной рамки топографической карты (рис. 35).

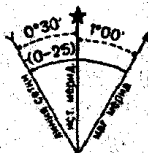
Положим  $\alpha = 47^\circ 15'$ . Тогда  $A = \alpha + \gamma = 47^\circ 15' + 2^\circ 11' = 49^\circ 26'$ , а

$$A_m = \alpha + \gamma - \delta = A - \delta = 49^\circ 26' - 6^\circ 09' = 43^\circ 17'$$



Склонение на 1964 г. восточное  $1^\circ 00'$  (0-17). Среднее сближение меридианов западное  $0^\circ 30'$  (0-08). При прикладывании буссоли (компас) к вертикальным линиям координатной сетки среднее отклонение магнитной стрелки восточное  $0^\circ 02'$  (0-01). Поправка в дирекционный угол при переходе к магнитному азимуту минус (0-25). Примечание. В скобках показаны деления угломера (одно деление угломера=3,6)

Рис. 35. Фрагмент карты масштаба 1:50000



#### 4. Определение высот точек

Если точка находится на горизонтали, то ее отметка равна отметке горизонтали. Если точка расположена между горизонталями с разными высотами, то ее отметка может быть определена путем интерполирования на глаз или более точно путем измерения заложения  $a$  между горизонталями и расстояния  $d$  между горизонталью с меньшей отметкой и данной точкой (рис. 36). Так, при высоте сечения рельефа 5 м имеем

Рис. 36. Определение высоты точки

$$H_M = 255 \text{ м} + 5d/a = 255 \text{ м} + 2,5 \text{ м} = 257,5 \text{ м}.$$

#### 5. Построение профиля линии местности, заданной на карте

На карте масштаба 1:25000, на которой рельеф изображен горизонталями с высотой сечения рельефа  $h = 5$  м, имеем линию АВ. Необходимо построить профиль линии местности по этой линии (рис. 37).

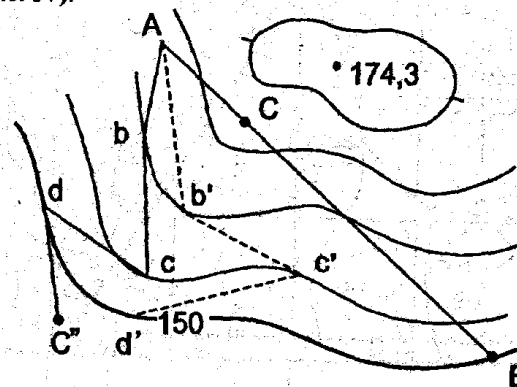


Рис. 37. Решение задач на карте

На рис. 38 отмечаем горизонтальные проложения  $d$  и высоты  $h$  в метрах. На вертикальных линиях отмечаем отметки  $H$  с учетом вертикального масштаба, который обычно в 10 раз больше горизонтального. Расстояния между вертикальными линиями равны расстояниям между горизонталями или между горизонта-

лями и характерными точками рельефа (на рис. 37 точка С). Полученные на вертикальных линиях точки, соответствующие отметкам горизонталей и характерных точек, соединяем прямыми линиями и получаем изображение вертикального разреза земной поверхности по заданному направлению АВ (рис. 38).

С помощью профиля можно выяснить, есть ли видимость между точками местности. Для этого соединяют эти точки прямой линией. Если эта линия выше профиля и не пересекает линию профиля, то видимость имеется. На рис. 38 из точки С имеется видимость на точки А, D, но не видна точка В. Если видимость между точками нет, то по профилю можно определить, на какую высоту нужно подняться, чтобы появилась видимость. Так, если подняться над точкой А до точки с отметкой 173 м, то открывается видимость на точку D.

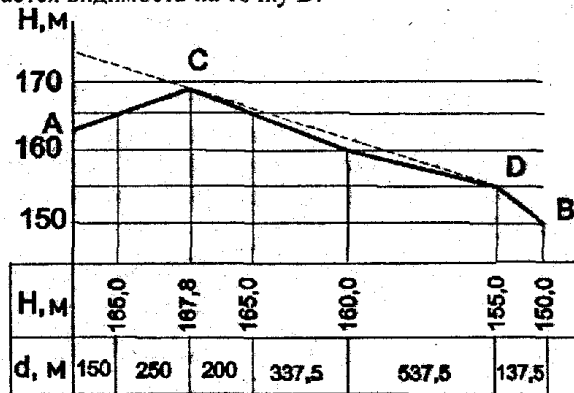


Рис. 38. Профиль местности

## 6. Построение на карте линии заданного уклона

Положим, требуется провести из точки А по направлению к точке С'' (см. рис. 37) линию с предельным уклоном  $i = 10\%$  ( $v \approx 0,6^\circ$ ). По формуле (20) имеем заложение  $a = h/i = 5\text{ м} \cdot 1000/10 = 500\text{ м}$ . В масштабе 1:25000 получим  $a = 500000\text{ мм}/25000 = 20\text{ мм}$ , раствором циркуля 20 мм засекаем ближайшую горизонталь в точке б, а затем в точках с, d, и С''. По линии  $abcdC''$  уклон не будет превышать 10%. Эта задача имеет несколько решений. Например, из точки А получить точку б', затем с', d' и С'', ломаная  $Ab'c'd'C''$  также не имеет уклон более 10%. Из нескольких вариантов выбирают наиболее приемлемый.

Кроме вычислений по формуле (20) крутизну линий местности по топографической карте можно определить по специальным графикам, называемым масштабом заложений. Масштаб заложений для углов наклона строят следующим образом. На горизонтальной линии откладывают углы наклона  $v$ . Затем по формуле

$$a = h \operatorname{ctg} v$$

определяют заложения  $a$  ( $h=5\text{ м}$ ), которые откладывают в масштабе карты на перпендикулярах к горизонтальной линии в точках с соответствующим углом наклона  $v$ . Полученные точки соединяют плавной кривой (рис. 39).

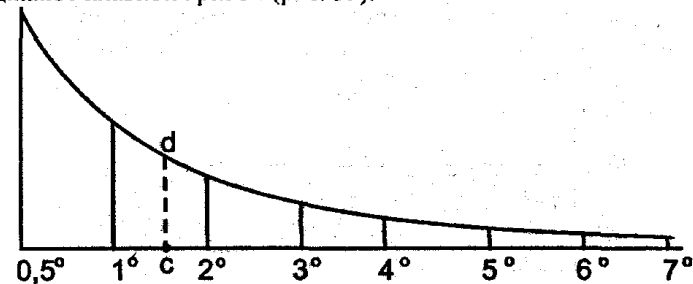


Рис. 39. Масштаб заложений для углов наклона

Масштаб заложений для уклонов  $i$  строят аналогичным способом. В этом случае

$$a = h/i$$

Задавая уклоном  $i$ , при заданной высоте сечения  $h$  получают  $a$ , которые откладывают в масштабе карты по перпендикулярам, восстановленным в точках с соответствующим уклоном  $i$ . При  $h = 5\text{ м}$  и масштабе карты 1:25000 получим масштаб заложений для уклонов (рис. 40). На рис. 39 и 40 заложениям  $cd$  и  $c'd'$  соответствуют угол наклона  $v = 1,6^\circ$  и уклон  $i = 25\%$ .

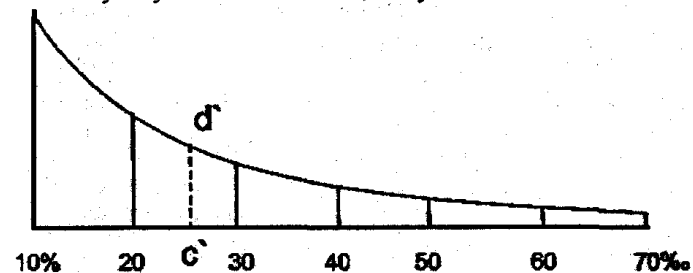


Рис. 40. Масштаб заложений для уклонов



## 7. Определение границ водосборной площади

Положим, на водотоке (лощине) построена плотина  $MN$  (рис. 41). Требуется определить границы территории, с которой вода будет стекать к этой плотине, т.е. определить границу водосборной площади. Граница водосборной площади будет проходить по водораздельной линии (на рис. 41 – пунктирная линия).

По карте определяют площадь бассейна, необходимую для расчета создаваемых искусственных сооружений: плотин, дамб и т.п. Точки  $M$  и  $N$  проектируемой плотины наносят на карту согласно проектной  $H_n$  отметке наполнения водохранилища.

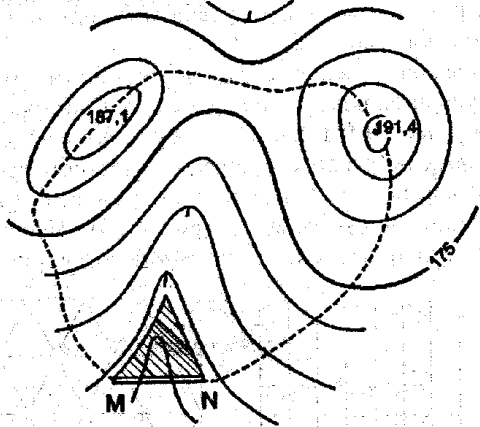


Рис. 41. Определение границы водосборной площади.

Линия с отметкой  $H_n$ , проведенная на карте, является береговой линией водохранилища. Площадь водохранилища (на рис. 41 заштрихована) определяют палеткой или планиметром. Объем  $V$  водохранилища определяют по формуле

$$V = P \sum_{i=1}^n (h_i/n) = Ph_{cp},$$

где  $h_{cp}$  – средняя глубина водохранилища.

## 17. Цифровые и математические модели местности

В последние годы в связи с переходом на автоматизированные методы проектирования кроме топографических планов и карт на бумажных носителях широко используют цифровые и математические модели местности.

**Цифровая модель местности (ЦММ)** – множество точек с координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и различными кодовыми обозначениями

для аппроксимации рельефа местности и других характеристик. В более общем случае используют сочетание цифровых моделей, характеризующих ситуацию, рельеф, гидрологические, инженерно-геологические, технико-экономические и другие показатели.

При решении различных задач на ЭВМ используют математическую интерпретацию цифровых моделей, ее называют **математической моделью местности (МММ)**. ЦММ и МММ используют как исходную информацию при автоматизированном проектировании, при этом затраты труда и времени сокращаются в десятки раз по сравнению с использованием для этих целей топографических карт.

При цифровом моделировании местности могут использоваться регулярные, нерегулярные и статистические ЦММ [9].

**Регулярные ЦММ** состоят из множества точек с известными координатами, расположенных в узлах геометрических сеток различной формы, чаще в виде сети квадратов (рис. 42,а) или равносторонних треугольников (рис. 42,б). Используют также ЦММ на поперечниках к магистральному ходу (рис. 42, в).

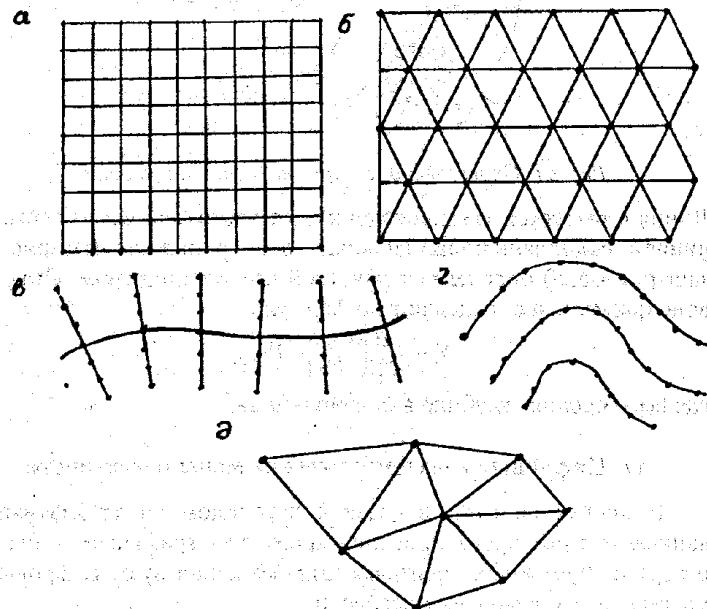


Рис. 42. Схемы цифровых моделей местности

Если на район работ имеются крупномасштабные карты и планы, то создают ЦММ в виде массива точек, расположенных через определенные интервалы на горизонталях, путем перемещения визира дигитайзера по горизонтали (рис. 42, г). Для этой же цели могут использоваться стереофотограмметрические приборы, когда массив точек формируют в процессе рисовки горизонталей.

Кроме того, используют массивы исходных точек, расположенных по характерным точкам рельефа местности (рис. 42, д), когда между парой соседних точек возможна линейная интерполяция высот.

Статистические ЦММ состоят из массива исходных точек, полученных по законам случайного распределения, близкого к равномерному, с использованием нелинейной интерполяции высот поверхностями второго, третьего и т.д. порядка.

Цифровое и математическое моделирование существенно изменило методы изыскания и проектирования строительных объектов.

### 1.3. Теория ошибок измерений

#### 18. Виды ошибок

Все используемые в геодезии величины получают из измерений или из вычислений функций измеренных величин. Сравнение какой-либо величины с принятой единицей называют измерением, а полученное при этом численное значение – результатом измерения. В процессе измерения участвуют объект измерения, измерительный прибор, оператор (наблюдатель) и среда, в которой выполняют измерения. Из-за несовершенства измерительных приборов, оператора, изменения среды и измеряемого объекта во времени результаты измерений содержат ошибки. Ошибки подразделяют на грубые, систематические и случайные.

Грубые ошибки возникают вследствие неисправности прибора, небрежности наблюдателя или аномального влияния внешней среды. Контроль работ позволяет выявить и устранить грубые ошибки из результатов измерений.

Систематические ошибки являются результатом действия одного или группы факторов и могут быть выражены функциональной зависимостью между факторами и результатом измерения. Необходимо найти эту функциональную зависимость и с ее помощью определить и исключить основную часть систематиче-

ской ошибки из результата измерения, чтобы остаточная ошибка была пренебрегаемо малой.

Случайные ошибки неизвестны для конкретного результата измерения, зависят от точности прибора, квалификации оператора, неучтенного влияния внешней среды; их закономерность проявляется в массе. Случайные ошибки не могут быть устранены из результата конкретного измерения, их влияние можно только ослабить путем повышения количества и качества измерений и соответствующей математической обработкой результатов измерений. Случайные ошибки имеют следующие свойства:

- 1) по абсолютной величине они не превосходят определенного предела;
- 2) положительные и отрицательные их значения равновозможны;
- 3) малые по абсолютной величине случайные ошибки встречаются чаще, чем большие;
- 4) среднее арифметическое значение случайных ошибок при неограниченном увеличении числа измерений стремится к нулю (свойство компенсации случайных ошибок), т.е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0.$$

Эти свойства случайных ошибок возникают из принятых в теории ошибок постулатов: 1) ошибки  $\Delta_i$  подчиняются нормальному закону распределения; 2) математическое ожидание  $M(\Delta_i) = \sum_{i=1}^n \Delta_i p_i = 0$  ( $p_i$  – вероятность появления случайной ошибки  $\Delta_i$ ), что возможно при отсутствии систематических ошибок.

Если на оси абсцисс отложить величины случайных ошибок  $\Delta$ , а по оси ординат – их число ( $\phi(\Delta)$  – плотность нормального распределения ошибки), то получим кривую ошибок, или кривую Гаусса (рис. 43).

Уравнение кривой имеет вид:

$$\phi(\Delta_i) = y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \Delta^2}, \quad (21)$$

где  $h = 1/\sigma\sqrt{2}$  – мера точности;  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение. Если формула (21) получена по результатам измере-

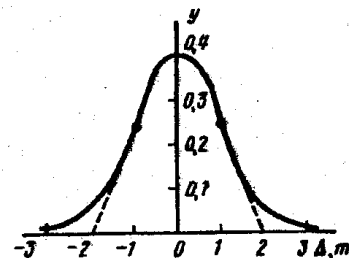


Рис. 43 Кривая ошибок (кривая Гаусса)

ний, то  $h = 1/m\sqrt{2}$ , где  $m$  – средняя квадратическая ошибка. Принимая  $\Delta/m = t$ , вместо (21) получим

$$y = \frac{1}{m\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} \quad (22)$$

Пример. Построить кривую нормального распределения, если  $\Delta = 0, m, 2m, 3m; m = 1,00''$ .

Решение. Подставляя в формулу (22)  $m = 1,00''$ , получаем

$$y = 0,3989 e^{-t^2/2} = 0,3989 e^{-\Delta^2/2m^2}$$

Приведенным значениям  $\Delta$  и  $m$  соответствуют:

$t = \frac{\Delta}{m} \dots\dots$	0	1	2	3
$= \frac{\Delta^2}{2m^2}$	0	-0,5	-2,0	-4,5
$y$	0,399	0,242	0,054	0,0044

Построенная по значениям  $\Delta$  и  $y$  кривая (см. рис. 43) имеет следующие свойства:

- лежит выше оси абсцисс, так как не имеет значений  $y \leq 0$ ;
- симметрична относительно оси  $oy$ ;
- при  $\Delta = 0$  величина  $y$  принимает максимальное значение;
- имеет точки перегиба при  $\Delta = \pm m$ ;
- касательные к кривой в точках перегиба пересекаются с осью абсцисс в точках  $\pm 2m$ .

### 19. Критерии оценки точности измерений

Средняя квадратическая ошибка  $m$  – величина, определяемая по формуле Гаусса

$$m = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} \quad (23)$$

где истинные ошибки  $\Delta_i = x_i - X$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ );  $x_i$  – результат измерения величины, истинное значение которой равно  $X$ .

Средняя ошибка  $\vartheta$  – среднее арифметическое из абсолютных значений случайных ошибок, т.е.

$$\vartheta = \frac{|\Delta_1| + |\Delta_2| + \dots + |\Delta_n|}{n} = \frac{[\Delta]}{n} \quad (24)$$

Вероятная, или срединная, ошибка  $r$  находится в середине ряда, в котором все ошибки располагают по убыванию или возрастанию их абсолютных значений.

Средняя квадратическая ошибка более предпочтительна, чем средняя и вероятная, так как на ее величину большое влияние оказывают большие по абсолютной величине ошибки и она более устойчива, т.е. довольно надежно определяется при небольшом  $n$  числе ошибок. Среднюю квадратическую ошибку самой средней квадратической ошибки определяют по формуле

$$m_m = m/\sqrt{2n} \quad (25)$$

Предельное значение ошибки

$$\Delta_{пред} \leq 3m \quad (26)$$

При ограниченном числе измерений на практике считают

$$\Delta_{пред} \leq 2,5m \text{ и } \Delta_{пред} \leq 2,0m \quad (27)$$

Средняя квадратическая ошибка  $m$  связана со средней ошибкой  $\vartheta$  и вероятной ошибкой  $r$  приближенными формулами

$$m \approx 1,25\vartheta; m \approx 1,48r \quad (28)$$

Все приведенные выше ошибки называют абсолютными. Кроме абсолютных имеются относительные ошибки  $f_{отн}$ , которыми называют отношение абсолютной ошибки к среднему значению измеряемой величины. Относительные ошибки выражают дробью, числитель которой равен единице, а знаменатель – отношению среднего значения измеряемой величины к абсолютной ошибке. В зависимости от используемой абсолютной ошибки относительные ошибки называют: средней квадратической относительной, средней относительной, вероятной относительной, предельной относительной.

Например, длина линии  $s = 285,00$  м измерена со средней квадратической ошибкой  $m_s = 0,15$  м. Средняя квадратическая относительная ошибка  $f_{отн} = \frac{m_s}{s} = \frac{1}{s/m_s} = \frac{1}{285,00/0,15} = \frac{1}{1900}$

знаменатель относительной ошибки целесообразно округлять с сохранением двух первых значащих цифр.

Если ряд равноточных измерений одной и той же величины имеет случайные  $\Delta$ , и систематические  $\delta$ , ошибки, то суммарные ошибки будут равны

$$\sigma_i = \Delta_i + \delta_i$$

Возведя левые и правые части этого равенства в квадрат, после суммирования и деления на  $n$  получим

$$\frac{[\sigma^2]}{n} = \frac{[\Delta^2]}{n} + \frac{[\delta^2]}{n} + 2 \frac{[\Delta \cdot \delta]}{n}$$

При большом числе  $n$  измерений последнее слагаемое на основании четвертого свойства случайных ошибок будет близким к нулю. С учетом этого

$$m_{\sigma}^2 = m_{\Delta}^2 + m_{\delta}^2,$$

где  $m_{\Delta}$  – средняя квадратическая случайная ошибка;  $m_{\delta}$  – средняя квадратическая систематическая ошибка.

Если  $m_{\delta} \leq (1/3)m_{\Delta}$ , то

$$m_{\sigma} = \sqrt{m_{\Delta}^2 + \frac{1}{9}m_{\Delta}^2} \approx 1,05m_{\Delta}.$$

Следовательно, систематическую ошибку, не превышающую  $(1/3)m_{\Delta}$  можно не учитывать. При этом значение  $m_{\sigma}$  будет получено с искажением не более 5%. Если  $m_{\delta} \leq (1/5)m_{\Delta}$ , то искажение  $m_{\sigma}$  вследствие сокращения на величину  $m_{\delta}$  уменьшится до 2%.

## 20. Исследование рядов ошибок на нормальное распределение

Исследование рядов ошибок рассмотрим на примере, взяв за основу работу В.Д. Большакова "Теория ошибок измерений" (в кн. Справочник геодезиста – М.: Недра, 1985).

В табл. 8 приведены угловые невязки 40 треугольников триангуляции 2 класса. Невязки расположены в порядке возрастания их абсолютных величин (для определения вероятной ошибки  $r$ ). Необходимо выяснить, подчиняется ли этот ряд невязок, являющихся истинными ошибками суммы углов в каждом треугольнике, нормальному распределению.

Таблица 8

Порядковый номер	Невязка $\Delta$ , угл.с	Порядковый номер	Невязка $\Delta$ , угл.с	Порядковый номер	Невязка $\Delta$ , угл.с	Порядковый номер	Невязка $\Delta$ , угл.с
1	0,00	11	+0,27	21	+0,68	31	+1,38
2	0,00	12	-0,28	22	-0,74	32	-1,44
3	-0,01	13	-0,29	23	+0,94	33	-1,50
4	+0,04	14	+0,33	24	-0,99	34	+1,55
5	+0,06	15	-0,38	25	-1,05	35	+1,56
6	-0,07	16	+0,45	26	+1,11	36	-1,58
7	+0,11	17	+0,51	27	+1,17	37	+1,60
8	-0,13	18	-0,60	28	-1,24	38	+1,67
9	-0,15	19	-0,63	29	+1,29	39	-1,74
10	+0,23	20	+0,64	30	-1,33	40	-1,85

$$\sum \Delta_i = -0,41$$

Вычислим эмпирические значения:

$$1) \alpha = M(\Delta) = \frac{[\Delta]}{n} = \frac{-0,41}{40} = -0,010;$$

$$2) m = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} = \sqrt{\frac{39,14}{40}} = 0,99'';$$

3) вероятной ошибки  $r = (|\Delta_{20}| + |\Delta_{21}|)/2 = (0,64 + 0,68)/2 = 0,66$ ; коэффициент  $k_1 = m/r = 1,50$ ;

4) средней ошибки  $\vartheta = \left( \sum_{i=1}^n |\Delta_i| \right) / 40 = 31,59/40 = 0,79$ ; и  $k_2 = m/\vartheta = 1,25$ .

В табл. 9 запишем статистический ряд распределения, разделив невязки с интервалом через  $0,5m = 0,5 \cdot 0,99'' = 0,50''$  на 12 частей. В графе 4 приведено фактическое число ошибок  $m_i$ , входящих в данный интервал – определяется по табл. 1. В графе 6 даны вероятности  $p_i^0 = [\Delta\Phi(t)]/2$  попадания ошибки в интервал от  $t_{i-1}$  до  $t_i$  (значения  $t_i$  приведены в правой части графы 3).

Таблица 9

Номер интервала	Длина интервала $t = \Delta/m$ , угл.с				$m_i$	$\frac{m_i}{n}$	$p_i^0$	$np_i$	$m_i - np_i$	$\frac{m_i - np_i}{np_i}$	$k_i = \frac{2m_i}{n}$
	$t_{i-1}$	$t_i$	$t_{i-1}$	$t_i$							
1											
1	0	+0,50	0	0,5	8	0,200	0,1915	8	0	0	0,400
2	0,51	1,00	0,5	1,0	4	0,100	0,1499	6	-2	-0,333	0,200
3	1,01	1,50	1,0	1,5	4	0,100	0,0918	4	0	0	0,200
4	1,51	2,00	1,5	2,0	4	0,100	0,0441	2	+2	+1,000	0,200
5	2,01	2,50	2,0	2,5	0	0	0,0165	0	0	0	0,000
6	2,51	3,00	2,5	3,0	0	0	0,0049	0	0	0	0,000
7	3,01	3,50	3,0	3,5	8	0,200	0,1915	8	0	0	0,400
8	3,51	4,00	3,5	4,0	4	0,100	0,1499	6	-2	-0,333	0,200
9	4,01	4,50	4,0	4,5	5	0,125	0,0918	4	+1	+0,250	0,250
10	4,51	5,00	4,5	5,0	3	0,075	0,0441	2	+1	+0,500	0,150
11	5,01	5,50	5,0	5,5	0	0	0,0165	0	0	0	0,000
12	5,51	6,00	5,5	6,0	0	0	0,0049	0	0	0	0,000
					$\Sigma$ 40	1,000	0,9974	40	0		
					$n = 40$						

Интеграл вероятности

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-t^2/2} dt = 0,79788 \left( \int_0^{t_1} e^{-t^2/2} dt + \int_{t_1}^{t_2} e^{-t^2/2} dt + \dots + \int_{t_{n-1}}^{t_n} e^{-t^2/2} dt \right) \quad (29)$$

Интегрирование целесообразно выполнять численным методом, используя формулу парабол (Симпсона)

$$\int_a^b y dx = \frac{a-b}{6} (y_a + 4y_c + y_b),$$

где  $y_a, y_c, y_b$  — ординаты кривой для значений абсцисс, равных  $a, (a+b)/2$  и  $b$  соответственно. Используя эту формулу, для интервала  $t_{i-1} - t_i$  получим

$$\Delta\Phi(t_i) = 0,79788 \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{-t^2/2} dt = 0,13298(t_i - t_{i-1}) \left( e^{-\frac{t_{i-1}^2}{2}} + 4e^{-\frac{t_i^2}{2}} + e^{-\frac{t_{i-1}^2}{2}} \right) \quad (30)$$

Например, для третьего интервала (см. табл.9) по формуле (30) имеем  $t_{i-1} = t_2 = 1,0$ ;  $t_i = t_3 = 1,5$ ;  $t_c = (t_{i-1} + t_i)/2 = (1,0 + 1,5)/2 = 1,25$ . С учетом этих значений

$$\Delta\Phi(t_3) = 0,13298 \cdot 0,5 (e^{-1,0^2/2} + 4e^{-1,25^2/2} + e^{-1,5^2/2}) = 0,06649(0,60653 + 4 \cdot 0,45783 + 0,32465) = 0,18368;$$

$$p_3 = \Delta\Phi(t_3)/2 = 0,09184.$$

Результаты вычислений  $p_i$ , выполненных с использованием формулы (30), приведены в графе 6. Ввиду того, что распределение симметрично,  $p_i$  достаточно вычислять только для положительных интервалов.

В графе 7 получено теоретическое число  $np_i = 40 p_i$  ошибок, одинаковое для соответствующих положительных и отрицательных интервалов. В графе 8 приведены разности  $m_i - np_i$  между фактическим и теоретическим количеством ошибок, а в графе 9 — значения  $(m_i - np_i)/np_i$ .

Для оценки степени согласованности теоретического и статистического распределения на практике применяют так называемые "критерии согласия". К. Пирсон в качестве меры расхождения между  $p_i$  и  $Q_i$  предложил формулу ( $Q_i = m_i/n$ )

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} \quad (31)$$

По этой формуле  $\chi^2 = 4,08$ . Распределение  $\chi^2$  зависит от числа степеней свободы  $r$ , которое равно числу разрядов  $k$  без числа связей, накладываемых на частоты. Для нормального закона этих связей три:

$$1) \sum_{i=1}^k Q_i = 1; \quad 2) \sum_{i=1}^k x_i Q_i = a = M(\Delta) = [\Delta]/n; \quad 3) D(x) = \sigma^2 = m^2$$

В рассматриваемом примере  $a = -0,010$ , т.е. близка к нулю, поэтому число связей будет равно двум, а число степеней свободы  $r = 12 - 2 = 10$ .

По  $r$  и  $\chi^2$  определяют вероятность  $p$ , используя формулу

$$p = \frac{1}{2^{\frac{r}{2}} \Gamma\left(\frac{r}{2}\right) \chi^2} \sum_{x^2}^{\infty} (x^2)^{\frac{r}{2}-1} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx^2,$$

где  $\Gamma(r/2)$  — гамма-функция;  $\Gamma(n) = (n-1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)$ . Если  $p$  меньше 0,1, то гипотеза отбрасывается как неправдоподобная.

При  $r=10$  получим  $2^5 \Gamma(5) = 32 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 32 \cdot 24 = 768$ .

Принимая  $\chi^2 = x$  и учитывая, что

$$\int x^n e^{ax} dx = \frac{1}{a} x^n e^{ax} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax} dx,$$

для рассматриваемого случая

$$p = \frac{1}{768} \int_x^{\infty} x^4 e^{-x/2} dx = -\frac{2}{768} \left[ e^{-x/2} (x^4 + 8x^3 + 48x^2 + 192x + 384) \right]$$

Подставляя вместо  $x$  пределы (подстановка верхнего предела дает ноль), в итоге находим  $p = 0,9437 > 0,1$ . Кроме того, значение  $p$  можно вычислить, используя табл. 13.

Выполненные исследования показывают, что рассмотренный ряд ошибок подчиняется нормальному распределению, так как: 1)  $a = M(\Delta) = [\Delta]/n = -0,010 \approx 0$ ; 2) в ряде нет ошибки, превышающей  $3m$ ; 3) коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  практически равны их теоретическим значениям; 4) согласно критерию Пирсона вероятность  $p = 0,942$  значительно больше критического значения, равного 0,1.

На рис. 44 построена гистограмма и выравнивающая кривая. На оси абсцисс отложены значения  $t = \Delta/m$ , а на оси ординат —

значения  $y = \varphi(\Delta) = (h/\sqrt{\pi})e^{-t^2/2}$ , где  $h = 1/m\sqrt{2}$  – мера точности.  
 Если  $m=0,99$ , то  $h = 1/0,99\sqrt{2} = 0,7142$ ,  
 $y = (0,7142/\sqrt{\pi})e^{-t^2/2} = 0,4030e^{-t^2/2}$ .

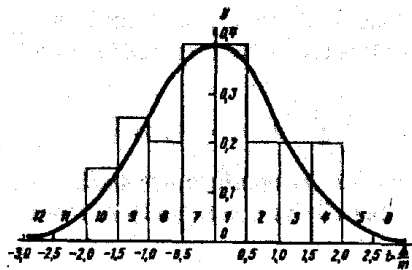


Рис. 44. Гистограмма и выравнивающая кривая

На рис. 44 для каждого интервала построены прямоугольники со сторонами  $t_{i+1} - t_i = 0,5$  и высотами  $h_i$ . Значения  $t$ , соответствующие данному интервалу, приведены в табл. 9. Выравнивающая кривая построена путем соединения точек, полученных на границе интервалов после откладывания значений  $y$ .

## 21. Определение коэффициента корреляции и уравнения регрессии по опытным данным

Если имеются пары наблюдений

$$x_1, x_2, \dots, x_n;$$

$$y_1, y_2, \dots, y_n,$$

то для определения коэффициента корреляции используют формулу

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{nm_x m_y} \quad (32)$$

где

$$\bar{x} = \frac{[x]}{n}; \quad \bar{y} = \frac{[y]}{n}; \quad m_x = \sqrt{\frac{[(x - \bar{x})^2]}{n}}; \quad m_y = \sqrt{\frac{[(y - \bar{y})^2]}{n}} \quad (33)$$

При  $n \geq 50$  для определения среднего квадратического отклонения коэффициента корреляции используют формулу В.И.Романовского

$$\sigma_r = (1-r^2)/\sqrt{n} \quad (34)$$

При

$$|r| \geq 3\sigma \quad (35)$$

связь считается установленной. Наименьшее значение  $r_{\min}$ , удовлетворяющее условию (35), вычисляют по формуле

$$r_{\min} = (\sqrt{n+36} - \sqrt{n})/6 \quad (36)$$

При  $n < 50$  для оценки надежности коэффициента корреляции используют критерий Фишера

$$z = \frac{1}{2} [\ln(1+r) - \ln(1-r)] = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} \quad (37)$$

который подчиняется закону нормального распределения. Из формулы (37) находим

$$r = (e^{2z} - 1)/(e^{2z} + 1) \quad (38)$$

Среднее квадратическое отклонение величины  $z$  вычисляется по формуле

$$\sigma_z = 1/\sqrt{n-3} \quad (39)$$

Уравнение регрессии имеет вид

$$y = \bar{y} + r \frac{m_y}{m_x} (x - \bar{x}); \quad (40)$$

$$x = \bar{x} + r \frac{m_x}{m_y} (y - \bar{y}). \quad (41)$$

Среднее квадратическое отклонение коэффициентов регрессии при большом  $n$  вычисляют по формулам

$$\sigma_{p_{x/y}} = \frac{m_x}{m_y} \sqrt{\frac{1-r^2}{n-3}}; \quad \sigma_{p_{y/x}} = \frac{m_y}{m_x} \sqrt{\frac{1-r^2}{n-3}} \quad (42)$$

**Пример:** В табл. 10 приведены абсолютные ошибки  $|\Delta|$  в превышениях, полученных при геометрическом нивелировании, и длины  $D$  ходов нивелирования. Вычислить коэффициент корреляции величин  $|\Delta|$  и  $D$ , коэффициент регрессии, оценить их точность и составить уравнение регрессии.

**Решение:** Строим график (рис 45), на котором по оси абсцисс откладываем  $D$ , а по оси ординат – ошибки  $|\Delta|$ , в итоге получаем 16 точек, положение которых показывает существование корреляции между  $D$  и  $|\Delta|$ .

Таблица 10

Порядковый номер	D, км (x)	\Delta , мм (y)	\delta D = D_i - \bar{D}	\delta \Delta = \Delta_i - \bar{\Delta}	\delta D^2	\delta \Delta^2	\delta D \delta \Delta
1	7,9	81	+3,1	+29	9,61	841	+89,9
2	3,4	43	-1,4	-9	1,96	81	+12,6
3	1,5	7	-3,3	-45	10,89	2025	+148,5
4	4,8	45	0	-7	0	49	0
5	8,9	74	+4,1	+22	16,81	484	+90,2
6	2,5	31	-2,3	-21	5,29	441	+48,3
7	5,4	65	+0,6	+13	0,36	169	+7,8
8	7,7	87	+2,9	+35	8,41	1225	+101,5
9	8,1	79	+3,3	+27	10,89	729	+89,1
10	2,1	18	-2,7	-34	7,29	1156	+91,8
11	3,7	43	-1,1	-9	1,21	81	+9,9
12	4,0	55	-0,8	+3	0,64	9	-2,4
13	2,0	31	-2,8	-21	7,84	441	+58,8
14	6,7	79	+1,9	+27	3,61	729	+51,3
15	6,1	64	+1,3	+12	1,69	144	+15,6
16	2,6	35	-2,2	-17	4,84	289	-37,4
	$\bar{D} = 4,84$	$\bar{\Delta} = 52$	$\Sigma = +0,6$	$\Sigma = +0,5$	$\Sigma = 91,34$	$\Sigma = 8893$	$\Sigma = +850,3$

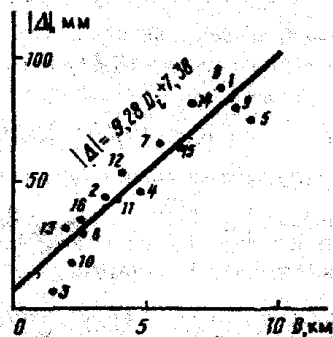


Рис. 45. К определению уравнения регрессии

По формулам (32), (33) и результатам вычислений в табл. 10 находим

$$m_D = \sqrt{\delta D^2 / n} = \sqrt{91,34 / 16} = 2,39, \quad m_{|\Delta|} = \sqrt{\delta \Delta^2 / n} = \sqrt{8893 / 16} = 23,6$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n \delta D \delta \Delta}{n m_D m_{|\Delta|}} = \frac{850,3}{16 \cdot 2,39 \cdot 23,6} = +0,94$$

Учитывая сравнительно небольшое число измерений, для оценки надежности коэффициента корреляции применим критерий Фишера  $z$ . По формуле (37) для коэффициента корреляции  $r = +0,94$  находим

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} = \frac{1}{2} \ln \frac{1,94}{0,06} = 1,7380$$

Оценивая надежность  $z$  по формуле (39), имеем

$$\sigma_z = 1 / \sqrt{n-3} = 1 / \sqrt{16-3} = 0,277,$$

т.е. меньше 0,829. Следовательно, можно считать, что прямая корреляционная связь установлена.

С вероятностью 0,954 получим  $t = 2,00$  (значение  $t$  найдено в

табл. 9 по вероятности  $2 \sum_{i=1}^4 p_i = 2 \sum_{i=1}^4 \frac{\Delta \Phi(t)}{2} = 2 \cdot 0,477 = 0,954$ ), и

величина  $z$  может иметь значения:

$$1,7380 - t \sigma_z \leq z \leq 1,7380 + t \sigma_z;$$

подставляя  $t = 2,00$  и  $\sigma_z = 0,277$ , получаем  $1,184 \leq z \leq 2,292$

По формуле (38) находим соответствующие крайним значениям  $z$  коэффициенты корреляции  $+0,829 \leq r \leq +0,980$ , т.е. с вероятностью не менее 0,954 действительный коэффициент корреляции может располагаться между  $+0,829$  и  $+0,980$ . По формуле (36) при  $n = 16$

$$r_{\min} = (\sqrt{16+36} - \sqrt{16}) / 6 = 0,535.$$

Используя формулу (40), составим уравнение регрессии  $|\Delta|$  на  $D$ . Учитывая значения  $|\Delta| = [\Delta] = 52,3$ ;  $r = 0,94$ ;  $m_x = m_D = 2,39$ ;  $m_y = m_{|\Delta|} = 23,6$ ;  $x = \bar{D} = 4,84$ , получаем:

$$|\Delta_i| = 52,3 + 0,94(23,6 / 2,39)(D_i - 4,84) = (9,28 D_i + 7,38) \text{ мм},$$

где  $D_i$  - расстояние в километрах.

Полученное уравнение прямой наносим на график (см. рис. 45).

Надежность коэффициента регрессии  $\rho_{|\Delta|/D} = r(m_{|\Delta|} / m_D) = 9,28$  приближенно можно оценить по первой из формул (42). В результате получим

$$\sigma_{\rho_{|\Delta|/D}} = \frac{23,6}{2,39} \sqrt{\frac{1-0,94^2}{16-3}} = 0,93,$$

следовательно,  $\rho_{|\Delta|/D} \approx 9,28 \pm 0,93$ .

Если случайные величины  $x$  и  $y$  подчинены нормальному закону распределения, то корреляция между ними считается установленной при значении

$$V = r\sqrt{(n-2)/(1-r^2)}, \quad (43)$$

где  $r$  определяют по формуле (32), оно не попадает в интервал

$$-V_\beta < V < V_\beta \quad (44)$$

В формуле (44) величину  $V_\beta$  находят из таблиц распределения Стьюдента (табл. 11) по вероятности  $\beta \approx 1$  и числу степеней свободы  $n-2$ . По условиям рассматриваемой задачи ( $r=0,94$ ,  $n=16$ ) имеем

$$V = (0,94/\sqrt{1-0,94^2})\sqrt{16-2} = 10,31.$$

В табл. 11 для  $\beta = 0,999$  и  $n-2=14$  находим  $V_\beta = 4,2$  и

$$-4,2 < V < 4,2. \quad (45)$$

Так как значение  $V = 10,31$  не содержится в интервале (45) то  $D$  и  $|\Delta|$  коррелированы.

Таблица 1

n-2	Коэффициенты Стьюдента при доверительной вероятности $\beta$								
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
4	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	5,8	12,9
6	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	4,0	6,9
7	0,72	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	3,7	6,0
8	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5	5,4
9	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	3,4	5,0
10	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	3,3	4,8
11	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,2	2,8	3,2	4,6
12	0,70	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1	4,5
14	0,69	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,0	4,2
16	0,69	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	2,9	4,0
20	0,69	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	2,9	3,9
30	0,68	0,85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	2,8	3,7
40	0,68	0,85	1,1	1,3	1,7	2,0	2,4	2,7	3,6
$\infty$	0,67	0,84	1,0	1,3	1,6	2,0	2,3	2,6	3,3

## 22. Оценка точности функций измеренных величин

Нередко искомые величины непосредственно измерить нельзя и их определяют путем вычисления функции измеренных величин. Ошибка функции будет зависеть от ошибок входящих в нее аргументов. Предположим, что в функции

$$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (46)$$

аргументы  $x_1, x_2, \dots, x_n$  попарно коррелированы и получены со средними квадратическими ошибками  $m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}$ . Средняя квадратическая ошибка  $m_u$  функции в этом случае определяется по формуле

$$m_u = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_{x_n}^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right) r_{x_1 x_2} m_{x_1} m_{x_2} + \dots + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x_{n-1}}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right) r_{x_{n-1} x_n} m_{x_{n-1}} m_{x_n}} \quad (47)$$

Значения частных производных обычно определяют по приближенным значениям аргументов. При вычислениях по формуле (47) производные вычисляют с сохранением трех значащих цифр, в конечном результате удерживают две значащих цифры. Коэффициенты корреляции  $r_{x_1 x_2}, \dots, r_{x_{n-1} x_n}$  предварительно определяют из специальных исследований.

**П р и м е р:** Определить среднюю квадратическую ошибку функции  $u = 3x_1 + 2x_2$ , если  $m_{x_1} = m_{x_2} = m$ ,  $r_{x_1 x_2} = +0,7$

**Р е ш е н и е:** По формуле (47) находим

$$m_u = \sqrt{9m_{x_1}^2 + 4m_{x_2}^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0,7 \cdot m_{x_1} m_{x_2}} = 4,6m.$$

Если аргументы функции (46) некоррелированы ( $r_{x_i x_j} = 0$ ), то вместо (47) получаем формулу

$$m_u = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_{x_n}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 m_{x_i}^2}. \quad (48)$$

Для приведенного выше примера при  $r_{x_i x_j} = 0$  имеем

$$m_u = \sqrt{9m_{x_1}^2 + 4m_{x_2}^2} = 3,6m.$$



Для линейной функции  $u = \pm k_1 x_1 \pm k_2 x_2 \pm \dots \pm k_n x_n$  частные производные  $\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right) = k_i$ , а

$$m_u = \sqrt{k_1^2 m_{x_1}^2 + k_2^2 m_{x_2}^2 + \dots + k_n^2 m_{x_n}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n k_i^2 m_{x_i}^2}. \quad (49)$$

Для функции  $u = \pm x_1 \pm x_2 \pm \dots \pm x_n$  частные производные  $\partial f / \partial x_i = 1$ ,

$$m_u = \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{x_2}^2 + \dots + m_{x_n}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n m_{x_i}^2}. \quad (50)$$

Если функция имеет вид  $u = \frac{x_1 x_2 \dots x_n}{y_1 y_2 \dots y_n}$ , то целесообразно

предварительно выполнить ее логарифмирование:

$$\ln u = \ln x_1 + \ln x_2 + \dots + \ln x_n - \ln y_1 - \ln y_2 - \dots - \ln y_n$$

Используя формулу (48), получаем  $\partial u / \partial x_i = u / x_i$ ,  $\partial u / \partial y_i = -u / y_i$  и

$$\begin{aligned} \frac{m_u}{u} &= \sqrt{\left(\frac{m_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{m_{x_2}}{x_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{m_{x_n}}{x_n}\right)^2 + \left(\frac{m_{y_1}}{y_1}\right)^2 + \left(\frac{m_{y_2}}{y_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{m_{y_n}}{y_n}\right)^2} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{m_{x_i}}{x_i}\right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{m_{y_i}}{y_i}\right)^2}. \end{aligned} \quad (51)$$

В некоторых случаях оценивают не сами величины, а десятичные логарифмы этих величин. Для определения связи между средней квадратической ошибкой величины и средней квадратической ошибкой десятичного логарифма этой же величины воспользуемся связью между десятичными и натуральными логарифмами  $\lg u = M \ln u$ . Тогда

$$m_{\lg u} = M(m_u / u), \quad (52)$$

$$m_u = (u / M) m_{\lg u}. \quad (53)$$

Значение  $m_{\lg u}$  обычно определяют в единицах шестого знака логарифма, поэтому, умножая левую и правую части формулы (52) на  $10^6$ , получаем  $m_{\lg u} 10^6 = m_{\lg u}$  в ед. 6 зн. лог.  $= 10^6 M(m_u / u)$ ;

$$m_u = \frac{u}{10^6 M} m_{\lg u} \text{ в ед. 6 зн. лог.}, \text{ откуда, учитывая } M \approx 0,434,$$

$$m_u / u = m_{\lg u} \text{ в ед. 6 зн. лог.} / 10^6 M = m_{\lg u} \text{ в ед. 6 зн. лог.} / 434000. \quad (54)$$

**Пример.** Определить относительную среднюю квадратическую ошибку стороны  $m_s / s$ , если средняя квадратическая ошибка логарифма этой стороны  $m_{\lg s} = 3,7$  ед. 6-го знака логарифма.

**Решение.** Подставляя в формулу (54) вместо  $m_{\lg s}$  значение  $m_{\lg s} = 3,7$  в ед. 6 зн. лог., находим  $m_s / s = 3,7 / 434000 = 1 / 117000$ .

При выполнении различных расчетов часто возникает необходимость по известной точности функции найти точность определения каждого аргумента. При решении этой задачи обычно используют принцип равных влияний, согласно которому полагают

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_{x_1}^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_{x_2}^2 = \dots = \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_{x_n}^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 m_x^2,$$

и вместо выражения (48) получим

$$m_u = \sqrt{n \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 m_x^2} = \left|\frac{\partial f}{\partial x} m_x\right| \sqrt{n},$$

откуда

$$\left|\frac{\partial f}{\partial x_1} m_{x_1}\right| = \left|\frac{\partial f}{\partial x_2} m_{x_2}\right| = \dots = \left|\frac{\partial f}{\partial x_n} m_{x_n}\right| = \frac{m_u}{\sqrt{n}}. \quad (55)$$

**Пример.** Превышение между точками получено методом тригонометрического нивелирования по формуле  $h = stg v$ . С какой точностью необходимо определить горизонтальное проложение  $s = 145,00$  м и угол наклона  $v = 4^\circ 30'$ , чтобы превышение  $h$  было получено со средней квадратической ошибкой  $m_h = 0,05$  м?

**Решение.**

По формуле (48) находим

$$m_h^2 = tg^2 v m_s^2 + \frac{s^2 m_v^2}{\cos^4 v \rho^2},$$

Согласно (55)

$$\left|tg v m_s\right| = \left|\frac{s m_v}{\cos^2 v \rho}\right| = \frac{m_h}{\sqrt{2}} = \frac{0,05}{\sqrt{2}} = 0,0354,$$

откуда

$$m_s = \frac{0,0354}{tg v} = \frac{0,0354}{tg 4^\circ 30'} = 0,45 \text{ м}; \quad \frac{m_v}{s} = \frac{0,45}{145} = \frac{1}{320};$$

$$m_v = \frac{\rho \cos^2 v}{s} 0,0354 = \frac{3438' \cos^2 4^\circ 30'}{145} 0,0354 = 0,8'.$$

### 23. Обработка результатов равноточных измерений одной величины

Положим, что некоторая величина, истинное значение которой равно  $X$ , измерена  $n$  раз; в результате измерений получены значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , свободные от систематических ошибок.

Случайные ошибки результатов измерений

$$\Delta_1 = x_1 - X;$$

$$\Delta_2 = x_2 - X;$$

.....;

$$\Delta_n = x_n - X.$$

Суммируя левые и правые части этих выражений, находим

$$[\Delta] = [x] - nX,$$

откуда

$$X = \frac{[x]}{n} - \frac{[\Delta]}{n}.$$

Последнее слагаемое при большом числе  $n$  на основании четвертого свойства случайных ошибок стремится к нулю, поэтому

$$X \approx \bar{x} = \frac{[x]}{n} = \frac{x' + \varepsilon_1 + x' + \varepsilon_2 + \dots + x' + \varepsilon_n}{n} = x' + \frac{[\varepsilon]}{n}, \quad (56)$$

где  $x'$  — приближенное значение измеряемой величины;  $\varepsilon_i$  — отклонение  $x_i$  от  $x'$ , т.е.  $\varepsilon_i = x_i - x'$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $n$  — число измерений.

Формула (56) показывает, что вероятнейшим, т.е. наиболее надежным, значением является среднее арифметическое  $\bar{x}$  (арифметическая середина) из результатов равноточных измерений.

Для определения средней квадратической ошибки арифметической середины воспользуемся формулой (48). Для большей наглядности перепишем формулу (56) в виде выражения

$$\bar{x} = \frac{x_1}{n} + \frac{x_2}{n} + \dots + \frac{x_n}{n}.$$

Очевидно,

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial f}{\partial x_n} = \frac{1}{n};$$

$$M = \sqrt{\frac{1}{n^2} (m_{x_1}^2 + m_{x_2}^2 + \dots + m_{x_n}^2)}.$$

Для равноточных измерений  $m_{x_1} = m_{x_2} = \dots = m_{x_n} = m_x$ , поэтому

$$M = \sqrt{nm_x^2 / n^2} = m_x / \sqrt{n}. \quad (57)$$

Следовательно, точность среднего арифметического возрастает с увеличением числа измерений  $n$ , но при  $n=15-20$  преобладающее влияние на величину  $M$  будут оказывать остаточные систематические ошибки, поэтому практически выполнять более 15-20 измерений нецелесообразно. Для существенного повышения точности результатов измерений необходимо использовать более точные приборы, более совершенную методику измерений и т.п.

Для определения входящей в формулу (57) средней квадратической ошибки  $m_x$  одного измерения в формуле Гаусса (47) выразим  $[\Delta^2]$  через  $[v^2]$ , где  $v_i = x_i - \bar{x}$  — отклонения измеренной величины от арифметической середины  $\bar{x}$ . Подставляя в  $\Delta_i = x_i - X$  вместо  $x_i$  его значение  $x_i = \bar{x} + v_i$ , находим

$$\Delta_i = \bar{x} - X + v_i.$$

Возведя в квадрат левые и правые части, после суммирования имеем

$$[\Delta^2] = n(\bar{x} - X)^2 + [v^2] - 2(\bar{x} - X)[v]. \quad (58)$$

Суммируя левые и правые части выражений

$$v_1 = x_1 - \bar{x};$$

$$v_2 = x_2 - \bar{x};$$

.....;

$$v_n = x_n - \bar{x},$$

получаем

$$[v] = [x] - n\bar{x}.$$

Подставляя вместо  $\bar{x}$  его значение из (56), имеем

$$[v] = [x] - n \frac{[x]}{n} = 0,$$

т.е. сумма отклонений  $v$  равна нулю при любом числе измерений (первое свойство ошибок  $v$ ). Если при определении среднего арифметического  $\bar{x}$  имеется ошибка округления  $\beta = \bar{x}_{окр} - x_{точн}$ , то  $[v] = -n\beta$ .

После деления левой и правой части равенства (58) на  $n$  получаем

$$[\Delta^2] / n = (\bar{x} - X)^2 + [v^2] / n.$$

При большом числе  $n$  значение истинной ошибки арифметической середины можно принять равным значению  $M$ , определяемому по формуле (57), учитывая формулу Гаусса,

$$m^2 = (m^2/n) + (v^2/n),$$

откуда находим формулу Бесселя

$$m = \sqrt{v^2/(n-1)}. \quad (59)$$

Для контроля вычисления  $[v^2]$  используют формулу

$$[v^2] = [\epsilon^2] - [\epsilon]^2/n,$$

где  $v_i = x_i - x'$ ;  $x'$  - приближенное значение измеряемой величины  $x$ .

Средние квадратические ошибки величин  $m$  и  $M$  определяют по формулам

$$m_m = m/\sqrt{2(n-1)}; m_M = M/\sqrt{2n}. \quad (60)$$

Пример обработки ряда равноточных измерений приведен в табл. 12 (результаты десяти равноточных измерений линии).

Таблица 12

$i$	$l_i, \text{ м}$	$\epsilon_i = l_i - 110,385 \text{ мм}$	$\epsilon_i^2$	$v_i, \text{ мм}$	$v_i^2$	Вычисление
1	110,388	+3	9	+2	4	$x = 110,385 \text{ м}; \bar{x} = 110,385 + 14/10 = 110,386 \text{ м}; m = \sqrt{218/9} = 4,9 \text{ мм};$ $m_m = 4,9/\sqrt{18} = 1,2 \text{ мм};$ $M = 4,9/\sqrt{10} = 1,56 \text{ мм};$ $m_M = 1,5/\sqrt{20} = 0,3 \text{ мм};$ $x = 110,386 \text{ м} \pm 1,6 \text{ мм}$ Контроль: $\beta = x_{\text{окр.}} - x_{\text{ном.}} = 110386 - 110386,4 = -0,4 \text{ мм}$ $[v] = -n\beta = +4 \text{ мм}$ $[v^2] = [\epsilon^2] - [\epsilon]^2/n = 236 - 14^2/10 = 216$
2	381	-4	16	-5	25	
3	394	+9	81	+8	64	
4	387	+2	4	+1	1	
5	385	0	0	-1	1	
6	110,379	-6	36	-7	49	
7	393	+8	64	+7	49	
8	386	+1	1	0	0	
9	382	-3	9	-4	16	
10	389	+4	16	+3	9	
	$\Sigma$	14	236	+4	218	

## 24. Интервальные оценки результатов измерений

При ограниченном числе измерений оценку точности целесообразно выполнять с помощью доверительных интервалов. Доверительным интервалом называют множество, которому истинное значение оцениваемого параметра принадлежит с некоторой доверительной вероятностью  $\beta$ . Для истинного значения  $X$  измеряемой величины доверительный интервал определяют по формуле

$$\bar{x} - t_\beta M < X < \bar{x} + t_\beta M, \quad (61)$$

где  $t_\beta$  - коэффициент распределения Стьюдента, который выбирают из табл. 11 по вероятности  $\beta$  и числу степеней свободы  $r=n-1$  ( $n$  - число измерений). Для примера, приведенного в табл. 12, при  $\beta=0,95$  и  $r=n-1=9$  по табл. 11 в строке  $n-2=8$  имеем  $t_\beta=2,4$  и по формуле (61) с учетом  $t_\beta M = 3,7 \approx 4 \text{ мм}$  находим  $110,382 \text{ м} < X < 110,390 \text{ м}$ .

Доверительный интервал для стандарта  $\sigma$  или средней квадратической ошибки  $m$  в случае нормального распределения определяют по формуле

$$\gamma_1 m \leq \sigma \leq \gamma_2 m, \quad (62)$$

где

$$\gamma_1 = \sqrt{(n-1)/\chi_1^2}; \gamma_2 = \sqrt{(n-1)/\chi_2^2},$$

а значения  $\chi_1^2$  и  $\chi_2^2$  выбирают из таблиц распределения  $\chi^2$  по числу степеней свободы  $r=n-1$  и вероятностям  $p_1 = 1 - (1 - \beta)/2$  и  $p_2 = 1 - p_1$ . Для примера, приведенного в табл. 12, имеем  $r=9$ , при  $\beta = 0,95$ ;  $p_1 = (1 - 0,95)/2 = 0,025$ ;  $p_2 = 1 - 0,025 = 0,975$ . Этим значениям соответствуют (табл.13)  $\chi_1^2 = 19,0$ ,  $\chi_2^2 = 2,70$ . Подставляя полученные значения в формулу (62), находим

$$\sqrt{9/19,0} \cdot 4,9 \leq \sigma \leq \sqrt{9/2,7} \cdot 4,9 \text{ или } 3,4 \text{ мм} \leq \sigma \leq 8,9 \text{ мм}.$$

Доверительный интервал для  $\sigma_x$  (стандарта  $\bar{x}$  или средней квадратической ошибки арифметической середины) находят по формуле

$$\gamma_1 m / \sqrt{n} \leq \sigma_x \leq \gamma_2 m / \sqrt{n}$$

Таблица 13

Число степеней свободы	Значение $\chi^2$ при вероятности $p$					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,56	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Для рассматриваемого примера  $1,1 \text{ мм} \leq \sigma_x \leq 2,8 \text{ мм}$ . Запись результата в виде  $x \pm M$  соответствует вероятности  $\beta = 0,7$ .

## 25. Оценка точности по разностям двойных равноточных измерений

Для контроля и повышения точности каждую величину измеряют несколько раз; часто ограничиваются двумя независимыми измерениями. В этом случае, вычислив разности по каждой паре измерений, находят

$$d_1 = x_1 - x_1';$$

$$d_2 = x_2 - x_2';$$

$$\dots\dots\dots;$$

$$d_n = x_n - x_n'.$$

Значения  $d_i$  являются истинными ошибками разностей двойных измерений, поэтому, используя формулу Гаусса (23), получим

$$m_d = \sqrt{[d^2]/n}, \quad (63)$$

где  $n$  - число всех разностей.

Средняя квадратическая ошибка одного измерения

$$m_x = m_d / \sqrt{2} = \sqrt{[d^2]/2n}. \quad (64)$$

За окончательное, более надежное принимают значение

$$\bar{x}_i = (x_i + x_i') / 2.$$

При  $m_{x_i} = m_{x_i'}$  имеем

$$m_{\bar{x}_i} = m_{x_i} / \sqrt{2} = 0,5 \sqrt{[d^2]/n} \quad (65)$$

Формулы (63)-(65) применяют, когда ряд двойных измерений не имеет систематических ошибок. Если результаты измерений содержат систематические ошибки, то в значениях разностей  $d_i$  они значительно ослабляются, и в  $d_i$  войдут остаточные систематические ошибки. Учитывая свойство компенсации случайных ошибок, величину остаточной систематической ошибки определяют как среднее арифметическое по формуле

$$\theta = [d]/n. \quad (66)$$

Критерием допустимости  $\theta$  является неравенство  $|[d]| \leq 0,25 [d]$ .

Рассматривая разности  $d'_i = d_i - \theta$  как отклонения от арифметической середины, по формуле Бесселя (59) находим

$$m_d = \sqrt{[d'^2]/(n-1)} \quad (67)$$

Средние квадратические ошибки  $m_x$  (одного измерения) и  $m_{\bar{x}_i}$  (арифметической середины) вычисляются по формулам

$$m_{\bar{x}_i} = m_d / \sqrt{2} = \sqrt{[d'^2]/2(n-1)}; m_{\bar{x}_i} = m_{x_i} / \sqrt{2} = 0,5 \sqrt{[d'^2]/(n-1)} \quad (68)$$

Следует заметить, что средние квадратические ошибки, полученные по разностям двойных измерений, обычно дают преуменьшенные результаты.

Таблица 14

Номер превышения	Превышение		$d$ , мм	$d' = d - \theta$ , мм	$d'^2$	Вычисление
	черная сторона	красная сторона				
1	+1,384	+1,382	+2	+3	9	$\theta = [d]/n = -13/9 = -1,44$ мм Контроль: $[d'] = -n\theta = -9(-1+1,44) = -4$ мм; $[ d' ] = 13 > 0,25[ d ] = 6,75$ . следовательно, $\theta$ является недопустимой и ее нужно исключить из значений $d$ $m_x = \sqrt{\frac{[d'^2]}{2(n-1)}} = \sqrt{\frac{68}{2(9-1)}} = 2,1$ мм $m_{\bar{x}_i} = \frac{m_x}{\sqrt{2}} = \frac{2,1}{\sqrt{2}} = 1,5$ мм
2	-0,817	-0,813	-4	-3	9	
3	+0,373	+0,370	+3	+4	16	
4	+0,448	+0,451	-3	-2	4	
5	+1,755	+1,758	-3	-2	4	
6	+0,211	+0,215	-4	-3	9	
7	+0,314	+0,317	-3	-2	4	
8	-0,227	-0,229	+2	+3	9	
9	+0,972	+0,975	-3	-2	4	
		$\Sigma$	-13	-4	68	

**Пример.** В табл. 14 приведены превышения между точками, определенные по черной и красной сторонам реек. Вычислить средние квадратические ошибки  $m_x$  одного превышения и  $m_{\bar{x}_i}$  среднего из превышений, вычисленных по черной и красной сторонам реек.

## 26. Неравноточные измерения. Веса результатов измерений

Измерения, имеющие различные средние квадратические ошибки, называются неравноточными. При совместной обработке результатов неравноточных измерений их неодинаковую точность учитывают с помощью весов. Весом  $p$  называют величину,

обратно пропорциональную квадрату средней квадратической ошибки

$$p_i = \mu^2 / m_i^2; i = 1, 2, \dots, n, \quad (69)$$

где  $\mu^2 = c = \text{const}$  – произвольная величина, постоянная для всех измерений. Следовательно, чем точнее результат, тем меньше соответствующая ему средняя квадратическая ошибка и тем больше его вес. Веса являются относительными величинами, поэтому их можно одновременно уменьшать или увеличивать в различное число раз.

При  $p=1$  по формуле (69) получим  $\mu=m$ , т.е.  $\mu$  – средняя квадратическая ошибка измерения, вес которого равен единице (средняя квадратическая ошибка единицы веса).

В практике геодезических работ в качестве веса принимают:

- 1) при обработке результатов угловых измерений одним и тем же прибором – величины, пропорциональные количеству измерений каждого угла; для суммы углов в ходе, имеющем  $n_i$  вершин,  $p_i = 1/n_i$ ;
- 2) при обработке линейных измерений одним и тем же мерным прибором  $p_i = 1/s_i$ , где  $s_i$  – длина линии;
- 3) при определении превышений из геометрического нивелирования – величины, обратно пропорциональные длине ходов или числу станций;
- 4) при тригонометрическом нивелировании  $p_i = 1/s_i^2$ , где  $s_i$  – расстояние между пунктами.

## 27. Веса функций измеренных величин

Для определения обратного веса функции

$$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

учитывая формулы (47) и (69), для коррелированных аргументов после деления обеих частей выражения на  $\mu^2$  получаем

$$\frac{1}{p_u} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \frac{1}{p_{x_1}} + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \frac{1}{p_{x_2}} + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \frac{1}{p_{x_n}} + 2 \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right) \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right) r_{x_1 x_2} \frac{1}{\sqrt{p_{x_1} p_{x_2}}} + \dots + 2 \left(\frac{\partial f}{\partial x_{n-1}}\right) \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right) r_{x_{n-1} x_n} \frac{1}{\sqrt{p_{x_{n-1}} p_{x_n}}} \quad (70)$$

Для некоррелированных аргументов ( $r_{x_i, x_j} = 0$ ) находим

$$\frac{1}{p_u} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \frac{1}{p_{x_1}} + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \frac{1}{p_{x_2}} + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \frac{1}{p_{x_n}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{1}{p_{x_i}} \quad (71)$$

**Пример.** Определить вес функции  $u = 3x_1 + 2x_2$ , если  $r_{x_1, x_2} = +0,5$ ;  $p_{x_1} = p_{x_2} = 1$

**Решение.** По формуле (70) имеем

$$\frac{1}{p_u} = 9 \frac{1}{p_{x_1}} + 4 \frac{1}{p_{x_2}} + 2 \cdot 3 \cdot 2 r_{x_1, x_2} \sqrt{\frac{1}{p_{x_1} p_{x_2}}} = 9 + 4 + 6 = 19;$$

$$p = 1/19 = 0,053$$

**Пример.** Определить вес функции  $u = x\sqrt{p_x}$ .

**Решение.** По формуле (71) находим

$$\frac{1}{p_u} = (\sqrt{p_x})^2 \frac{1}{p_x} = 1 \quad (72)$$

откуда  $p = 1$ .

Последний пример показывает, что если результат измерения умножить на корень квадратный из его веса, то вес произведения  $x\sqrt{p_x}$  будет равен единице. Этот вывод используют для перехода от неравноточных измерений к равноточным.

## 28. Обработка результатов неравноточных измерений одной величины

Положим, что при измерении величины  $X$  получены равноточные значения  $a_1, a_2, \dots, a_k; b_1, b_2, \dots, b_q; c_1, c_2, \dots, c_n$ . Вероятнейшим, т.е. наиболее надежным, значением  $X$  является средняя арифметическая величина

$$x = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k + b_1 + b_2 + \dots + b_q + c_1 + c_2 + \dots + c_n}{k + q + \dots + n} \quad (73)$$

Вычислив среднее арифметическое из каждой группы измерений, находим

$$x_1 = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k}{k}; x_2 = \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_q}{q}; \dots; x_n = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_n}{n} \quad (74)$$

Используя формулу (71), для первой функции получим

$$\frac{1}{p_1} = \frac{1}{k^2} \left( \frac{1}{p_{a_1}} + \frac{1}{p_{a_2}} + \dots + \frac{1}{p_{a_k}} \right)$$

При  $p_{a_1} = p_{a_2} = \dots = p_{a_k} = 1$  имеем  $1/p_1 = (1/k^2)k = 1/k$ , откуда  $p_1 = k$ . Аналогично  $p_2 = q, \dots, p_n = n$ .

С учетом этих значений и формул (74) вместо (73) находим формулу общей арифметической середины

$$\bar{x} = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{[xp]}{[p]} = x' + \frac{[\varepsilon p]}{[p]}, \quad (75)$$

где  $\varepsilon_i = x_i - x'$

Примем

$$v_1 = x_1 - \bar{x};$$

$$v_2 = x_2 - \bar{x};$$

$$\dots \dots \dots$$

$$v_n = x_n - \bar{x}.$$

Умножив левые и правые части этих выражений на веса  $p_1, p_2, \dots, p_n$  измерений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , после сложения получим

$$[pv] = [px] - \bar{x}[p].$$

Подставив в это равенство вместо  $\bar{x}$  его значение из выражения (75), имеем

$$[pv] = 0. \quad (76)$$

Если отклонения  $v_i$  вычислены с использованием округленного значения  $\bar{x}_{окр}$ , то

$$[pv] = -(\bar{x}_{окр} - \bar{x})[p] = -\beta[p]. \quad (77)$$

Формулу (77) используют для контроля правильности вычислений.

Умножив величины  $x_i$  на корень квадратный из веса этих величин, найдем  $x'_i = x_i \sqrt{p_i}$  и истинные ошибки  $\Delta'_i = \Delta_i \sqrt{p_i}$  с весом, равным единице (см. пример в разделе 27), т.е. неравноточные измерения  $x_i$  приведены к равноточным  $x'_i$ . В этом случае средняя квадратическая ошибка единицы веса может быть определена по формуле Гаусса (24)

$$\mu = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} = \sqrt{\frac{(\Delta_1 \sqrt{p_1})^2 + (\Delta_2 \sqrt{p_2})^2 + \dots + (\Delta_n \sqrt{p_n})^2}{n}} = \sqrt{\frac{[p\Delta^2]}{n}}, \quad (78)$$

где  $\Delta_i$  - истинная ошибка.

Если известны вероятнейшие ошибки  $v_i$ , то, используя формулу Бесселя (59), имеем

$$\mu = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}} \quad (79)$$

Для определения средней квадратической ошибки общей арифметической середины воспользуемся формулой (73), в которую входят равноточные измеренные величины. В этом случае согласно формуле (57)  $M = m/\sqrt{k+q+\dots+n}$ .

Учитывая, что веса непосредственно измеренных величин в формуле (73) одинаковы, примем  $p=1$ . Тогда средняя квадратическая ошибка единицы веса  $m = \mu, k+q+\dots+n = p_1+p_2+\dots+p_n = [p]$ ,

$$M = \mu/\sqrt{[p]} \quad (80)$$

Значение  $[pv^2]$ , входящее в формулу (79) и другие, вычисляются с контролем:

$$[pv^2] = [p\varepsilon^2] - [p\varepsilon]^2/[p] \quad (81)$$

Средние квадратические ошибки значений  $\mu$  и  $M$  определяются по формулам

$$m_\mu = \mu/\sqrt{2(n-1)}; m_M = m/\sqrt{[p]} \quad (82)$$

При большом числе  $n$  значение  $\mu$ , вычисленное по формуле (79), и принятое при вычислении весов  $\mu^2 = c$ , откуда  $\mu = \sqrt{c}$ , должны совпадать в пределах ошибки  $m_\mu$ . Их расхождение на величину, большую, чем  $m_\mu$ , указывает на присутствие систематических ошибок. Конечный результат записывают в виде  $\bar{x} \pm M$  или, при интервальной оценке, в виде (61).

Таблица 15

Номер хода	Н, м	$m_\mu$ , мм	$p = \frac{10}{m_\mu^2}$	$\varepsilon$ , мм	$p\varepsilon$	$p\varepsilon^2$	$v$	$pv$	$pv^2$
1	103,751	5,8	0,30	+1	0,30	0,30	-0,9	-0,27	0,2
2	760	6,4	0,24	+10	2,40	24,00	+8,1	+1,94	15,7
3	748	5,0	0,40	-2	-0,80	1,60	-3,9	-1,56	6,1
4	755	9,1	0,12	+5	+0,60	3,00	3,1	+0,37	1,1
5	749	4,2	0,57	-1	-0,57	0,57	-2,9	-1,65	4,8
6	747	7,5	0,18	-3	-0,54	1,62	-4,9	-0,88	4,3
7	765	8,1	0,16	+15	2,40	36,00	-13,1	+2,10	27,5
	$x' = 103,750$		$[p] = 1,97$		$[p\varepsilon] = +3,79$	$\sum = 67,09$		$[pv] = +0,05$	$\sum = 59,7$

Пример. Отметка Н точки получена по семи нивелирным ходам (табл. 15). Вычислить вероятнейшее значение отметки и произвести оценку точности.

$$x = x' + [p\varepsilon]/[p] = 103,750\text{ м} + 3,79/1,97\text{ мм} = 103,7519\text{ м}; \beta = -0,024;$$

$$[pv] = -\beta[p] = +0,024 \cdot 1,97 = +0,05\text{ мм}; [pv^2] = [p\varepsilon^2] - [p\varepsilon]^2/[p] =$$

$$67,09 - 3,79^2/1,97 = 59,8; \mu = \sqrt{59,7/(7-1)} = 3,2\text{ мм}; m_\mu =$$

$$= 3,2/\sqrt{2(7-1)} = 0,92\text{ мм}; \sqrt{c} = 3,1; |\mu - \sqrt{c}| = 0,1(m_\mu);$$

$$M = 3,2/\sqrt{1,97} = 2,3\text{ мм}; m_M = 0,92/\sqrt{1,97} = 0,66\text{ мм}$$

Ответ:  $x = 103,7519\text{ м} \pm 2,3\text{ мм}$

## 29. Оценка точности по разностям двойных неравноточных измерений

Предположим, что известны разности измерений, равноточные в каждой паре, но пары между собой неравноточны. Для разности  $d_i = x_i - \bar{x}_i$  по формуле (71) получим

$$1/p_{d_i} = (1/p_{x_i}) + (1/p_{\bar{x}_i}).$$

Так как  $p_{x_i} = p_{x'_i}$ , то  $p_{d_i} = p_{x_i}/2 = p_i/2$ . Поскольку  $d_i$  являются истинными ошибками, то согласно формуле (78) при отсутствии систематических ошибок

$$\mu = \sqrt{\frac{[p d^2]}{2n}} = \sqrt{[p d^2]/(2n)}. \quad (83)$$

Средние квадратические ошибки средних значений  $x_i = (x_i + x'_i)/2$  определяют по формуле

$$m_\mu = \mu/\sqrt{p_{\bar{x}_i}} = \mu/\sqrt{2p_i},$$

так как  $1/p_{\bar{x}_i} = (1/4)(1/p_{x_i} + 1/p_{x'_i}) = 1/2p_i; p_{\bar{x}_i} = 2p_i$ .

Если разности  $d_i$  имеют систематические ошибки, то величина

$$\theta = [pd]/[p] \quad (84)$$

будет отличаться от нуля. В этом случае

$$\mu = \sqrt{[pd^2]/2(n-1)}, \quad (85)$$

где  $d'_i = d_i - \theta$ .

Таблица 16

Номер хода	Разность $d$ , мм	Число станций $N$	Вес $p=10/N$	$pd$ , мм	$d\sqrt{p}$	$pd^2$
1	+3,7	29	0,34	+1,26	+2,16	4,66
2	+8,4	17	0,59	+4,96	+6,45	41,63
3	-7,2	31	0,32	-2,30	-4,07	16,56
4	+4,1	18	0,56	+2,30	+3,07	9,43
5	-8,3	23	0,43	-3,57	-5,44	29,62
6	-4,9	12	0,83	-4,07	-4,46	19,93
7	+0,7	17	0,59	+0,41	+0,54	0,29
8	+2,9	24	0,42	+1,22	+1,88	3,53
9	+3,7	33	0,30	+1,11	+2,03	4,11
	+3,1	-	4,38	+1,32	+2,16	129,76

**Пример.** В табл. 16 даны разности прямых и обратных нивелирных ходов III класса и число станций по ходам в одном направлении. Выполнить оценку точности приведенных результатов измерений.

Вычислим

$$\theta = [pd] / [p] = +1,32 / 4,38 = +0,30.$$

Допустимое значение  $\theta$  определяется из неравенства

$$| [d\sqrt{p}] | \leq 0,25 [ |d\sqrt{p}| ].$$

В данном примере  $| [d\sqrt{p}] | = 2,16$ , что меньше  $0,25 [ |d\sqrt{p}| ] = 0,25 \cdot 30,10 = 7,52$ , поэтому, используя для вычисления средней квадратической ошибки единицы веса формулу (83), находим

$$\mu = \sqrt{[pd^2] / (2n)} = \sqrt{129,76 / 18} = 2,7 \text{ мм.}$$

Вычислим

$$m_\mu = \mu / \sqrt{2n} = 2,7 / \sqrt{18} = 0,64 \text{ мм.}$$

Средняя квадратическая ошибка среднего значения для первого хода

$$m_x = \mu / \sqrt{2p_1} = 2,7 / \sqrt{0,68} = 3,3 \text{ мм.}$$

### 30. Понятие о методе наименьших квадратов

В теории ошибок рассматривают математическую обработку многократных измерений одной и той же величины. В геодезии возникают и более сложные задачи совместной обработки

результатов измерений величин, функционально связанных между собой. При этом число измерений  $n$  делают больше, чем необходимо для определения  $k$  неизвестных.

Результаты измерений содержат неизбежные ошибки, поэтому измеряемая величина получит несколько различающихся между собой значений. Кроме того, результаты измерений не будут удовлетворять возникающим в сети геометрическим условиям, например, сумма измеренных в плоском треугольнике углов будет отличаться от  $180^\circ$  и т.п.

Устранение многозначности решения задачи и удовлетворение геометрических условий в сетях достигается в процессе уравнивания по методу наименьших квадратов (МНК), согласно которому в измеренные величины вводят поправки  $v_i$ , удовлетворяющие условию  $[vv] = \min$  для равноточных и  $[pvv] = \min$  для неравноточных измерений. Соблюдение этих условий, как теоретически доказано К.Ф. Гауссом и А.А. Макаровым, приводит к наилучшим оценкам определяемых величин.

Кроме того, наличие избыточных измерений в количестве  $r = n - k$  позволяет выполнить контроль измерений и сделать оценку их точности. Доказано, что в среднем отношение веса  $P$  уравненного к весу  $p$  неуравненного результата определяется формулой  $P/p = n/k > 1$ .

Уравнивание выполняют двумя основными способами: параметрическим и коррелятным. В параметрическом способе непосредственно определяют уравненные значения неизвестных — параметров, а в коррелятном — сначала находят уравненные корреляты, а по ним с помощью функций — неизвестные. Оба способа дают одни и те же результаты, поэтому выбор метода уравнивания в основном определяется наименьшим объемом вычислений, необходимых для его реализации. Кроме двух основных способов имеются комбинированные, сочетающие достоинства одного и другого.

Классическая теория МНК рассматривает независимые, некоррелированные результаты измерений. В настоящее время МНК распространен и на коррелированные измерения.



## II. УГЛОВЫЕ И ЛИНЕЙНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

### II.1. Угловые измерения

#### 31. Измерение горизонтальных и вертикальных углов

Для определения плановых координат точек, когда поверхность Земли можно принять за плоскость, на местности, кроме измерения горизонтальных проложений, измеряют горизонтальные углы, а для определения высот – вертикальные углы, от которых переходят к углам наклона или зенитным расстояниям.

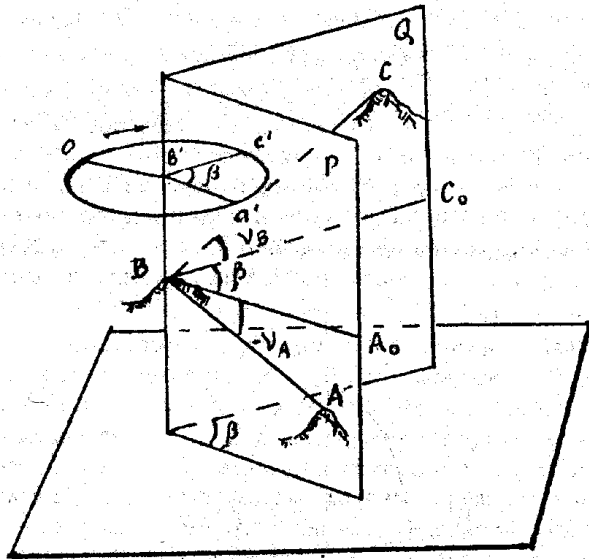


Рис. 46. Схема измерения углов

Горизонтальный угол равен двугранному углу между вертикальными плоскостями  $Q$  и  $P$ , проходящими через отвесную линию, содержащую вершину угла  $B$  и точки  $A$  и  $C$  местности (рис. 46), мерой этого угла является плоский угол  $\beta$ , расположенный в горизонтальной плоскости  $A_0BC_0$ , перпендикулярной плоскостям  $P$  и  $Q$ .

Вертикальный угол лежит в вертикальной плоскости. Различают два вида вертикальных углов:

- 1) угол наклона – угол между горизонтальной плоскостью и направлением линии визирования;
- 2) зенитное расстояние – угол между отвесной линией и линией визирования.

Углы наклона изменяются от  $0$  до  $90^\circ$ , бывают положительными (на рис. 46 угол  $V_C$ ), если наблюдаемый объект расположен выше горизонтальной плоскости, проходящей через вершину угла, и отрицательный, если ниже (на рис. 46 угол  $V_A$ ). Зенитное расстояние изменяется от  $0$  до  $180^\circ$ .

Для измерения горизонтальных углов используют лимб – круг, на котором нанесены деления. Центр  $b'$  этого круга (см. рис. 46) совмещают с отвесной линией  $b'B$ , проходящей через вершину  $B$  угла  $ABC$ . Сделав отсчеты  $c'$  и  $a'$ , равные углам между радиусом  $b'o$  нулевого деления и радиусами  $b'c'$  и  $b'a'$ , получаем горизонтальный угол  $\beta = a' - c'$  (деления на горизонтальном круге увеличиваются по ходу часовой стрелки).

Вертикальные углы измеряют при помощи вертикального круга, центр которого совмещают с горизонтальной осью  $HN_1$ , вращения вертикального круга (рис. 47).

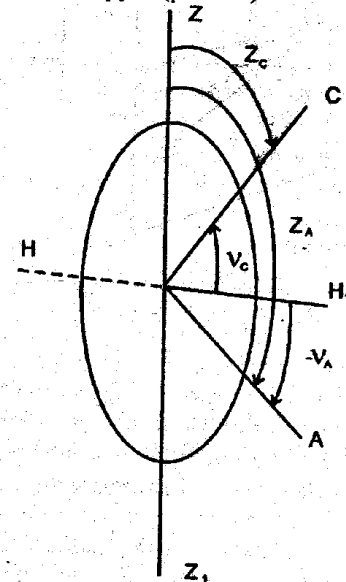


Рис. 47. Вертикальные углы

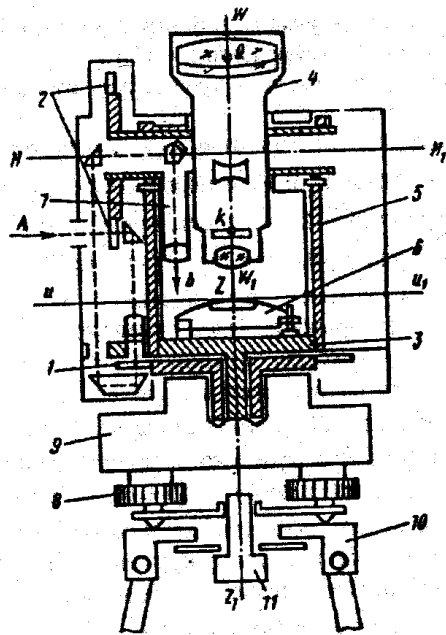


Рис. 48. Схема теодолита.

1 – стеклянный горизонтальный круг; 2 – стеклянный вертикальный круг; 3 – алидада; 4 – зрительная труба; 5 – колонка; 6 – цилиндрический уровень; 7 – окулярная часть отсчетного микроскопа; 8 – подъемный винт; 9 – подставка; 10 – головка штатива; 11 – закрепительный винт

Горизонтальный и вертикальный круги являются главными частями теодолита – угломерного прибора, при помощи которого измеряют горизонтальные и вертикальные углы. На рис. 48 приведена схема теодолита.

В настоящее время горизонтальный и вертикальный круги (лимбы) изготавливают из стекла, на скошенных краях лимбов нанесены деления от 0 до 360°, интервал между делениями обычно равен 5, 10, 20, 30' или 1° и называется ценой деления лимба. Над лимбом помещают вращающуюся вокруг вертикальной оси верхнюю часть теодолита, состоящую из алидады 3 и зрительной трубы 4 (рис. 48) [9]. При вращении зрительной трубы вокруг горизонтальной оси  $NN_1$ , установленной на подставке (колонке) 5, образуется вертикальная плоскость, которую называют коллимационной. Оси вращения  $zz_1$  алидады и лимба, называемые вертикальной осью прибора, должны совпадать. Для фиксирования отсчета по лимбу на алидаде имеется индекс. Для повышения точности от-

счета используют специальные отсчетные устройства. Угломерные круги закрывают металлическими кожухами.

Вертикальную ось  $zz_1$  теодолита приводят в отвесное положение, а плоскость лимба – в горизонтальное положение по цилиндрическому уровню 6 с помощью подъемных винтов 8.

Зрительная труба жестко скреплена с лимбом вертикального круга и вращается вокруг горизонтальной оси  $NN_1$ , ее поворот на 180° называют переводом трубы через зенит, при этом вертикальный круг, если смотреть от окуляра, относительно зрительной трубы может располагаться справа (круг право П) или слева (круг лево Л).

Вращающиеся части теодолита имеют закрепительные и наводящие винты, закрепительными винтами фиксируют соответствующую часть в неподвижном положении, а наводящие – плавно вращают при точном наведении перекрестия нитей на визирную цель.

В комплект теодолита входят штатив, буссоль и другие принадлежности. На штатив (тренога с металлической платформой) устанавливают теодолит, который крепят к платформе треноги с помощью станкового винта 11. Центрирование, т.е. установку центра лимба на одной отвесной линии с вершиной измеряемого угла, выполняют с помощью отвеса металлического (нить с закрепленным на одном ее конце грузом, второй конец нити закрепляют на вертикальной оси теодолита) или оптического, оптическая ось которого совпадает с вертикальной осью теодолита. Буссоль используют для ориентировки нулевого диаметра лимба по магнитному меридиану.

### 32. Классификация угломерных приборов

Угловые измерения выполняют в различных физико-географических условиях – от Заполярья до субтропиков и тропиков, в различное время года, при температуре воздуха от -20 до +50°C, при относительной влажности до 95%. Поэтому угломерные приборы (теодолиты) должны быть приспособлены к транспортировке любым видом транспорта, обеспечивать высокую точность и производительность угловых измерений в трудных и длительных по времени экспедиционных условиях; иметь малые габариты и массу, высокую надежность. Они должны быть удобны и просты в обращении, отсчетные шкалы должны соответствовать зрительным возможностям глаза наблюдателя, кон-



прохождения через противоположные концы диаметра световой поток несет изображение противоположных штрихов лимба, которое через оптическую систему поступает в оптический микроскоп.

В высокоточных геодезических сетях горизонтальные направления измеряют с ошибкой не более  $0,3 - 0,5''$ . Эта ошибка является результатом действия многих факторов, поэтому ошибки  $\varepsilon$  положения штрихов на лимбе должны быть в 2-3 раза меньше ошибок измерения направлений, т.е. в среднем  $\varepsilon = 0,15''$ , не превышая предельного значения  $\varepsilon \approx 0,5''$ . При радиусе  $r$  кольца делений лимба линейное смещение  $\delta$  штриха относительно его расчетного положения определяют по формуле

$$\delta = \varepsilon r / \rho''.$$

При  $r=90$  мм (Т05) и  $\varepsilon=0,5''$  находим  $\delta = 0,5'' \cdot 90 \text{ мм} / 206265'' = 0,2$  мкм. Следовательно, нанесение делений лимба высокоточных теодолитов должно выполняться с наивысшей точностью, достигнутой современным приборостроением.

Зрительные трубы (рис. 50, а) в геодезических приборах используют для наведения на марки и другие визирные цели и для отсчитывания по рейкам. Современные зрительные трубы являются сложными оптико-механическими устройствами и как минимум состоят из объектива, окуляра, фокусирующей линзы и сетки нитей. Как правило, они дают увеличенное обратное изображение. Однако изготавливают трубы, дающие прямое изображение, для чего между окуляром и объективом помещают оборачивающие системы, формирующие совместно с окуляром прямое изображение.

В геодезических приборах в основном используют трубы, состоящие из положительного объектива с большим фокусным расстоянием и положительного короткофокусного окуляра. Объектив создает перевернутое уменьшенное изображение. Так как визирная цель располагается от объектива на расстоянии, значительно превышающем двойное фокусное расстояние, то изображение располагается вблизи заднего фокуса объектива в плоскости сетки нитей, это изображение вместе с сеткой нитей (рис. 50, б) рассматривается в окуляр как через лупу (рис. 50, в).

В астрономических теодолитах используют ломаные трубы с обратным изображением. Обычно применяют трубы с внутренней фокусировкой. Используют также и зеркально-линзовые трубы, например в ДКМ-3. Для невизуальных наблюдений при-

меняют трубы с фотоэлектрической, лазерной, телевизионной и другими системами наведения трубы.

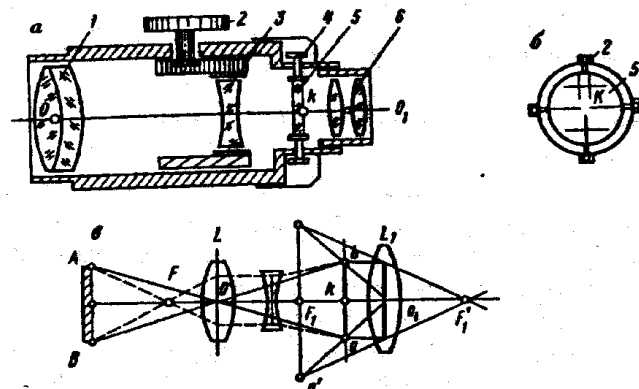


Рис. 50. Схемы зрительной трубы с внутренним фокусированием: а - устройство; б - сетка нитей; в - ход лучей; 1 - объектив; 2 - головка фокусирующего устройства; 3 - фокусирующая линза; 4 - исправительные винты сетки; 5 - стеклянная пластинка сетки; 6 - окуляр.

Линию, проходящую через заднюю главную точку объектива и перекрестие сетки нитей, называют *визирной осью*. Точность визирования с помощью зрительной трубы зависит от разрешающей силы трубы, разрешающей способности глаза наблюдателя, контраста цели и фона, на который она проектируется, колебаний изображения, прозрачности атмосферы и т.п.

Разрешающей способностью глаза называют наименьший угол  $\omega$ , при котором близко расположенные точки еще видны раздельно. В среднем считают  $\omega = 60''$ . Разрешающая сила зрительной трубы

$$\alpha = \omega / 3\Gamma,$$

где  $\Gamma$  - увеличение трубы.

При благоприятных условиях наблюдения средняя квадратическая ошибка визирования

$$m_B \approx \alpha / 3 = \omega / 3\Gamma.$$

В табл. 17 для различных теодолитов приведены значения  $\Gamma$ ,  $\alpha$ , и  $m_B$ .

Сетка нитей теодолита обычно имеет две близкие параллельные нити - биссектор, угловое расстояние между нитями около  $35''$ . Точность визирования биссектором значительно выше визирования одной нитью.

Таблица 17

Параметр	Марка теодолита				
	T05	T1	T2	T5	OT-02M
Увеличение трубы $\Gamma$ , крат	36;50;60	30;40	25	27	24;30
Разрешающая сила трубы $\alpha$ , угл.с	1,7;1,2;1,0	2,0;1,5	2,4	2,2	2,5;2,0
Средняя квадратическая ошибка визирования $m_B$ , угл.с	0,6;0,4;0,3	0,7;0,5	0,8	0,7	0,8;0,7

**Окулярный микрометр.** Для уменьшения влияния случайных ошибок визирования трубы высокоточных теодолитов имеют окулярные микрометры, состоящие из подвижного биссектора сетки нитей, связанного с отсчетной шкалой микрометра. При наблюдении биссектор не менее трех раз наводят на визирную цель и в результате определяют среднее значение  $\epsilon$  смещения визирной цели (середины биссектора) относительно нуля-пункта биссектора. Выразив  $\epsilon$  в угловой мере, определяют поправку в отсчет по лимбу. Применение окулярного микрометра в 1,5-2 раза уменьшает влияние случайных ошибок визирования.

**Поверительная труба.** Высокоточные теодолиты имеют поверительную трубу с окулярным микрометром. Она крепится к подставке теодолита, используется для учета кручения столика геодезического сигнала при наблюдениях. Перед началом угловых измерений поверительную трубу наводят на расположенную в 1-2 км от пункта визирную цель и закрепительным устройством жестко скрепляют с подставкой теодолита. По разностям отсчетов по поверительной трубе вычисляют поправки в измеренные направления и углы за кручение сигнала. Если кручение не более 1" за 4-5 мин, то поверительную трубу не применяют.

Фокусирование зрительной трубы позволяет отчетливо видеть изображение наблюдаемых предметов, для чего в современных приборах используют фокусирующую линзу 3 (см. рис. 50,а), расположенную между объективом 1 и окуляром 6 (зрительные трубы с внутренней фокусировкой имеют постоянную длину). Зрительные трубы с внешней фокусировкой, когда резкость изображения достигается перемещением окулярной части, т.е. изменением длины трубы, как правило, в современных геодезических приборах не используют.

В окулярной части трубы располагают пластину, на которой изображена сетка нитей (см. рис.50, б), при фокусировании плоскость изображения предметов местности должна совпадать

с плоскостью сетки нитей, только в этом случае резко видны и сетка нитей, и изображения предметов местности, и имеется возможность уверенно навести перекрестие сетки нитей на визирную цель.

Ход лучей в зрительной трубе с внутренней фокусировкой показан на рис. 50,в. Совместное действие объектива и фокусирующей линзы соответствует действию одной эквивалентной линзы с фокусным расстоянием

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l}$$

где  $f_1, f_2$  – фокусные расстояния объектива и фокусирующей линзы,  $l$  – расстояние между ними.

Подготовку зрительной трубы для наблюдения выполняют путем установки трубы "по глазу" вращением окулярной трубки при визировании на светлый фон до четкого изображения сетки нитей, и установки трубы "по предмету" перемещением фокусирующей линзы в трубе с помощью кремальеры до получения четкого изображения наблюдаемого предмета. При этом, как отмечалось, плоскость изображения предмета должна совпадать с плоскостью сетки нитей. Несовпадение изображения предмета с плоскостью сетки нитей называют параллаксом, его устраняют более точной установкой "по глазу" и "по предмету". При отсутствии параллакса небольшое перемещение глаза наблюдателя относительно окуляра не вызовет смещения сетки нитей с наблюдаемого предмета.

Увеличением  $\Gamma$  трубы называют отношение угла  $\alpha$ , под которым изображение предмета видно в трубу, к углу  $\beta$ , под которым предмет виден невооруженным глазом (рис. 51,а), т.е.

$$\Gamma = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{f}{f_1}$$

где  $f, f_1$  – фокусные расстояния  $f$  – объектива,  $f_1$  – окуляра.

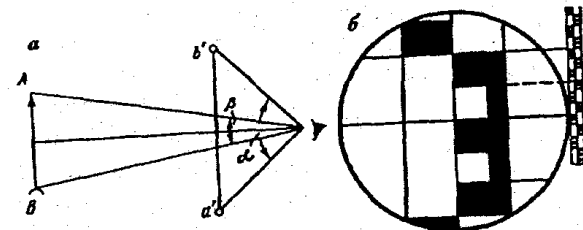


Рис. 51. Схемы определения увеличения зрительной трубы

Кроме того, увеличение трубы определяют путем подсчета числа делений рейки, видимых невооруженным глазом, в одном делении рейки, наблюдаемом в трубу. На рис. 51,б это 15 делений, т.е. увеличение трубы  $\Gamma=15$  крат.

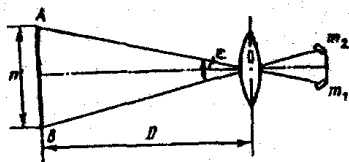


Рис. 52. Схема определения поля зрения трубы

Поле зрения трубы называют пространство, видимое в трубу при неподвижном ее положении, его выражают углом  $\epsilon$  (рис.52) с вершиной в оптическом центре  $O$  объектива и направлениями на точки  $m_1, m_2$

диафрагмы сетки нитей. Угол  $\epsilon$  можно определить как разность отсчетов при наведении на одну и ту же точку противоположными концами сетки нитей. Кроме того (см. рис. 52),

$$\epsilon = \rho n / D,$$

где  $n$  – видимый в трубу отрезок рейки,  $D$  – расстояние от объектива до рейки,  $\rho=57,3^\circ$ . В современных теодолитах поле зрения трубы колеблется от  $1^\circ$  до  $2^\circ$ .

### 35. Осевые системы в уровнях теодолита

В теодолите основной является вертикальная ось, относительно которой размещают все узлы теодолита согласно геометрической схеме. В современных высокоточных теодолитах Т05, Т1, ОТ-02М (УВК), точных – 2Т, 2Т2А, 2Т5К, 2Т2КП, 3Т2КА, 3Т5КП и технических теодолитах Т30, 2Т30 применяют цилиндрические оси. В отечественных теодолитах ОТ-02 и теодолитах фирмы "Вильд" впервые применена саморегулирующаяся система: в верхней конической части цилиндрической втулки 2 установлены подшипники 3 с тремя точками соприкосновения, а в нижней – узкий пояс трения скольжения по цилиндру (рис. 53). Под действием массы алидады и собственной массы шарик стремятся скатиться по наклонной плоскости, охватывая со всех сторон ось 1, не позволяя ей колебаться при вращении алидады. Для обеспечения высокой устойчивости оси при вращении алидады разность диаметров шариков не должна превышать  $0,5 \text{ мкм}$ .

В теодолитах типа ДКМ-3 применяют вертикальную ось с горизонтальным разнесением шариковой опоры – разность диаметров шариков  $2 \leq 0,2 \text{ мм}$  (рис. 54). Такая конструкция позволяет уменьшить высоту прибора, переместить центр его тяжести вниз и в результате – увеличить устойчивость теодолита. При этом обеспечи-

вается свободное вращение алидады вокруг оси 1 и уменьшается чувствительность системы к измерениям температуры.

Уровни используют для установки линий и плоскостей перпендикулярно или параллельно отвесной линии. Кроме того, уровни можно использовать для измерения малых вертикальных углов. Уровень состоит из ампулы, наполненной жидкостью, оправы для предохранения ампулы и для ее установки на приборе. Уровни бывают круглые и цилиндрические. Внутренняя поверхность круглого уровня является сферической, его осью называют радиус сферической поверхности, проходящей через нуль-пункт.

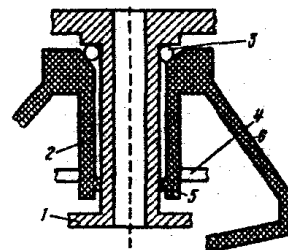


Рис. 53. Цилиндрическая ось полукинематического типа с шариковой опорой в теодолитах типа ОТ-02: 1-ось алидады; 2-втулка алидады; 3-шарикоподшипники (опора алидады); 4-лимб; 5-ведущий пояс; 6-подставка

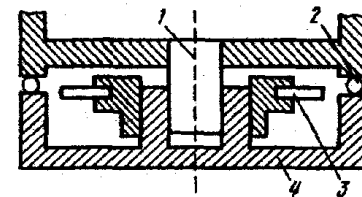


Рис. 54. Вертикальная ось теодолита ДКМ-3 с разнесенной шариковой опорой: 1 – ось алидады; 2 – шарикоподшипник; 3 – лимб; 4 – подставка

Ампулы цилиндрических уровней изготавливают из молибденового стекла, которое является более твердым, имеет меньшую шероховатость шлифованной поверхности, на внутренней поверхности ампулы меньше образуется твердых налетов перикисных соединений. Ампулы высокой и средней точности заполняют этиловым наркозным эфиром или его смесью с этиловым ректифицированным спиртом, ампулы низкой точности ( $\tau=5-10'$ ) – этиловым спиртом. Заполненную горячей жидкостью ампулу запаивают, при остывании жидкости ее объем уменьшается и появляется пузырек с парами жидкости. Внутреннюю поверхность ампулы шлифуют по сферической поверхности. На ампулы наносят штрихи, обычно через 2мм. Среднюю точку между центральными штрихами называют нуль-пунктом. Касательную к внутренней поверхности ампулы в нуль-пункте называют осью цилиндрического уровня.

Радиус кривизны  $r$  ампулы зависит от цены деления  $\tau$  уровня и расстояния  $\Delta l$  между штрихами на ампуле, его определяют по формуле

$$r = (\rho/\tau)\Delta l,$$

где  $\rho$  – в угл. с.

В геодезических приборах используют ампулы: цилиндрические простые (АЦП) с  $\tau = 10-90''$  (рис. 55,а); компенсированные (АЦК) с  $\tau = 4-40''$  (рис. 55,б); регулируемые (АЦР) (рис. 55,в). Внутри ампулы АЦК помещают стеклянную палочку, которая уменьшает объем жидкости и величину температурных колебаний длины пузырька. В конце ампулы АЦР имеется камера, в которую при наклоне ампулы перемещается часть пузырька, регулируя таким образом его длину.

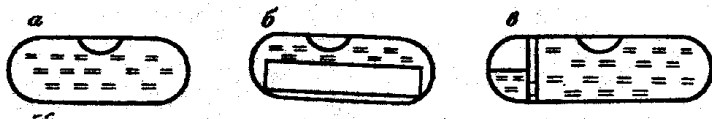


Рис. 55. Цилиндрический уровень с ампулой

Минимальный угол наклона уровня, при котором происходит еле заметное смещение пузырька, называют **чувствительностью уровня**, считают, что она равна  $0,1\tau$ . При работе в поле уровень (и теодолит) необходимо защищать от солнечных лучей, так как одностороннее нагревание ампулы приводит к сдвигу пузырька к источнику тепла. Иногда, например, для подвесного маркшейдерского теодолита, используют **реверсивные ампулы**, имеющие одинаковые шкалы на противоположных поверхностях ампулы.

**Исследование уровней** выполняют для определения цены деления  $\tau$ , чувствительности, качества и правильности шлифовки внутренней поверхности. Наиболее точно исследование выполняют на экзаменаторе, состоящем из станины с уровнем, тремя подъемными винтами и горизонтальной осью, вокруг которой вращается пластина, на пластину устанавливают исследуемый уровень. Наклоняя пластину с помощью высокоточного винта, по показаниям отсчетного диска  $a_1$  фиксируют угол наклона  $\gamma = (a_2 - a_1)\mu$ , где  $\mu$  – цена деления отсчетного диска. Определив величину  $n$  перемещения пузырька уровня по делениям на ампуле, находят цену деления уровня по формуле

$$\tau = \gamma/n = (a_2 - a_1)\mu/n.$$

В полевых условиях цену деления уровня нивелира определяют по рейке: при двух положениях пузырька делают отсчеты  $l_1$  и  $l_2$  по рейке. При известном расстоянии  $s$  до рейки

$$\tau = [(l_1 - l_2)/sn]\rho,$$

где  $\rho$  – в угл. с.

Цену деления уровня при алидаде вертикального уровня можно определить по отсчетам по вертикальному кругу при двух положениях пузырька уровня.

Высокоточные приборы имеют **главный уровень**, относящийся к оси вращения теодолита, и уровень при алидаде вертикального круга. Главный уровень используют для приведения основной оси теодолита в отвесное положение, а при алидаде вертикального круга – для приведения в горизонтальное положение нулевого диаметра вертикального круга.

Для исследования точных уровней применяют способ проф. А.С. Васильева (пулковский астроном и геодезист). Составляют уравнения погрешностей

$$\Delta l = x + (\beta_k - \beta_0)y + p + (t_k - t_0)z - l', \quad (86)$$

в которых  $x$  – положение пузырька уровня в момент  $t_0$  и отсчете  $\beta_0$  по экзаменатору;  $y = c''/0,5\tau$  – коэффициент для перевода цены  $c''$  деления экзаменатора в полуделения уровня;  $p$  – влияние несовершенства шлифовки ампулы;  $z$  – смещение пузырька уровня в единицу времени вследствие изменения внешних условий (температуры и др.);  $l'$  – измеренное значение положения уровня в момент времени  $t_k$  и отсчете  $\beta_k$  по экзаменатору. Число уравнений равно числу измерений  $l'$ . Вероятнейшие значения  $x$ ,  $y$ ,  $p$ , и  $z$  определяют из решения уравнений типа (86) по методу наименьших квадратов. После этого отсчет  $l$  по уровню определяют по формуле

$$l = l' + \Delta l,$$

значение  $\Delta l$  находят по формуле (86) с использованием вероятнейших значений  $x$ ,  $y$ ,  $p$ , и  $z$ .

Уровень устанавливают в нуль-пункт с точностью 0,2-0,3т. Для более точной установки пузырька в нуль-пункт применяют контактные уровни (рис. 56,а). Изображение концов пузырька уровня передают в поле зрения окуляра (рис. 56,б) с помощью системы призм, установленной над уровнем. Пузырек уровня находится в нуль-пункте, когда изображения концов пузырька

уровня совпадают. Точность установки контактных уровней в нуль-пункт в 4-5 раз выше, чем в обычных уровнях.

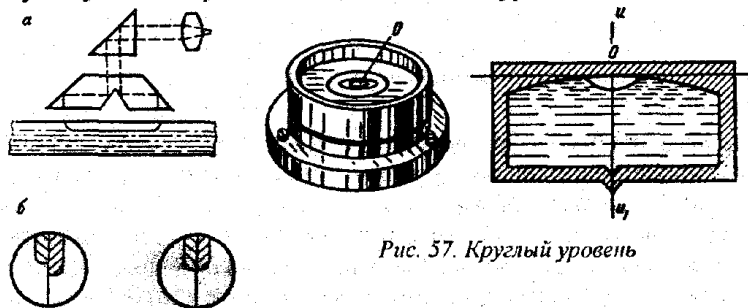


Рис. 57. Круглый уровень

56. Контактный уровень:

а – схема действия призматической системы; б – изображение концов пузырька цилиндрического уровня в поле зрения окуляра

Круглый уровень используют для предварительной установки основной оси прибора в отвесное положение. Амбула круглого уровня является частью сферы (рис. 57), помещенной в металлическую оправу, прикрепляемую к прибору, имеется три исправительных винта. Нуль-пунктом круглого уровня является центр концентрических окружностей, нанесенных на поверхность ампулы. Осью круглого уровня называют нормаль к внутренней поверхности ампулы в нуль-пункте. Цена деления круглого уровня равна  $5-20'$ .

### 36. Высокоточные теодолиты

Высокоточные теодолиты используют при построении государственных геодезических сетей 1, 2, 3 классов, выполнении инженерно-геодезических работ особо высокой точности, при решении научных задач и т.п.

Современными высокоточными теодолитами являются Т05 и Т1 (б.СССР), Theo-003 (б.ГДР), Т3,Т4 ("Вильд Хербругг", Швейцария), КМ-3 ("Керн", Швейцария), ТРr ("Аскания", б. Западный Берлин) и др.

Теодолит Т05 выпускает ЭОМЗ ЦНИИГАиК с 1969г., состоит из двух частей. Верхняя часть содержит зрительную трубу, горизонтальную ось и вертикальный круг; нижняя часть – подставку с подъемными винтами, горизонтальный круг, вертикальную осевую систему, алидаду с колонками, имеющими лагера, оптическую отсчетную систему горизонтального круга. При пе-

ревозке или длительном хранении обе части можно разъединить и поместить в разные упаковочные ящики.

Горизонтальная ось имеет стальные цилиндрические цапфы, которые ложатся на лагера нижней части теодолита, одна из лагера имеет исправительные винты для устранения неравенства подставок. Зрительная труба – центральная прямая астрономическая с увеличением  $62, 50, 37\times$ , имеет окулярный микрометр с ценой деления  $1''$ . Горизонтальный круг может перемещаться для установки нужного отсчета. Отсчетная система основана на совмещении противоположных штрихов лимба с помощью микрометра с оптическими клиньями. Наименьшее деление кругов –  $10'$ .

Отсчет по горизонтальному кругу состоит из (рис 58) градусов и минут, кратных пяти, плюс среднее из двух отсчетов по микрометру:  $30^{\circ}15'+(3'23,8''+3'24,3'')/2=30^{\circ}18'24,0''$ .

Теодолит имеет три уровня: накладной с ценой деления  $\tau=4''$ , цилиндрический при алидаде горизонтального круга с  $\tau=6-7''$ , цилиндрический контактный при алидаде вертикального круга с  $\tau=10-12''$ . По заказу потребителя Т05 оснащают поверительной трубой для учета кручения сигнала.

Теодолит Т1 изготавливают серийно с 1976 г., он снабжен окулярным микрометром с ценой деления  $1''$  для точного визирирования на цель, изображение шкалы микрометра передается в поле зрения трубы. Имеется накладной уровень с ценой деления  $\tau=5''$ , уровень при алидаде горизонтального круга с  $\tau=7''$  и при алидаде вертикального круга с  $\tau=12''$ .

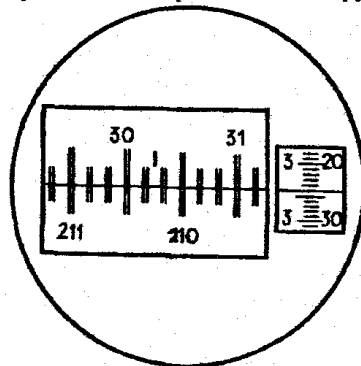


Рис. 58. Поле зрения отсчетного микроскопа теодолита Т05

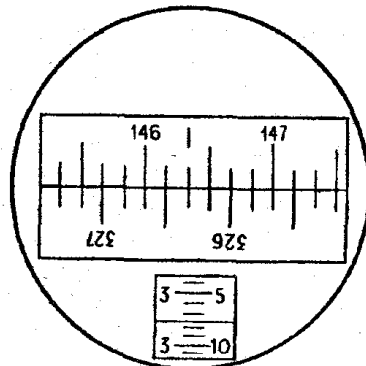


Рис. 59. Поле зрения отсчетного микроскопа теодолита Т1.

Зрительная труба прямая центральная астрономическая с увеличением  $30$  и  $40\times$ , переводится через зенит окулярной ча-



стью. Отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругам выполняются так же, как и в Т05. На рис. 59 отсчет равен  $146^{\circ}20'+(3'07,4''+3'07,6'')/2=146^{\circ}23'07,5''$ . На базе Т1 выпускают модификации прибора Т1А с автоколлимационной зрительной трубой.

### 37. Точные и технические теодолиты

Точными теодолитами являются Т5, Т5К, 2Т5К, Т2, 2Т2, 3Т2КП, 3Т2КА, 3Т5КП. Теодолит Т5 имеет одностороннюю систему отсчитывания при помощи шкалового микроскопа. За основное положение в Т5 принят вертикальный круг справа. Угол наклона  $\nu$  вычисляют по формулам

$$\nu = \Pi - \text{МО} = \text{МО} - \text{Л} - 180^{\circ} = (\Pi - \text{Л} - 180^{\circ})/2;$$

$$\text{МО} = (1/2)(\Pi + \text{Л} - 180^{\circ}),$$

где  $\Pi$ ,  $\text{Л}$  – отсчеты по вертикальному кругу при его положении справа и слева;  $\text{МО}$  – место нуля вертикального круга. К отсчетам, меньшим  $90^{\circ}$ , предварительно прибавляют  $360^{\circ}$ . Перед отсчетом необходимо совмещать концы пузырька контактного уровня. Теодолит Т5 используют для измерения углов в геодезических построениях 1 и 2 разряда, при выполнении инженерно-геодезических изысканий. В 1977 году теодолиты Т5 и Т5К заменены приборами серии 2Т – 2Т5, 2Т5К. В теодолитах 2Т5, как и в других теодолитах унифицированной серии 2Т, за основное принято положение вертикального круга слева. Для вычисления углов наклона используют формулы

$$\nu = \text{Л} - \text{МО} = \text{МО} - \Pi = (\text{Л} - \Pi)/2; \text{МО} = (\text{Л} + \Pi)/2.$$

В Т5К имеется оптический компенсатор, принцип действия которого состоит в том, что оптическая деталь или целая оптическая система, закрепленная на пружине или проволоках, под действием собственной массы занимает отвесное положение, компенсируя неточности установки теодолита.

Теодолит Т5К можно использовать вместо нивелира. Для приведения визирной оси в горизонтальное положение наклонной трубы по отсчетному микроскопу устанавливают отсчет, равный  $\text{МО}$ . Высоту прибора измеряют до красной точки в центре кремальеры. Теодолит Т2 имеет двустороннее отсчитывание по кругам. Его используют в триангуляции и полигонометрии 3 и 4 классов, а также для угловых измерений в прикладной геодезии, снят с производства в 1977г. Взамен Т2 с 1976г. выпускают теодолит 2Т2, который имеет две модификации: 2Т2А – с авто-

коллимационной зрительной трубой, 2Т2П – со зрительной трубой прямого изображения.

Поле зрения отсчетного микроскопа теодолита 2Т2 (рис. 60) имеет верхнее окно 1 – градусы и под ними десятки минут, боковое 2 – для отсчитывания единиц минут и секунд, центральное 3 – для совмещения противоположных штрихов угломерного круга; на рис. 60 отсчет:  $11^{\circ}43'26,9''$ .

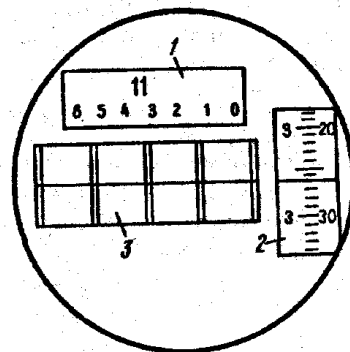


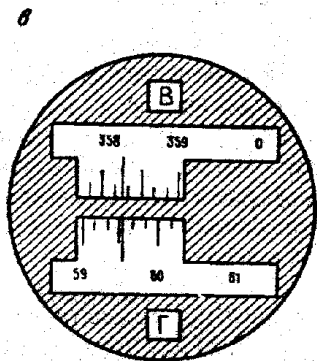
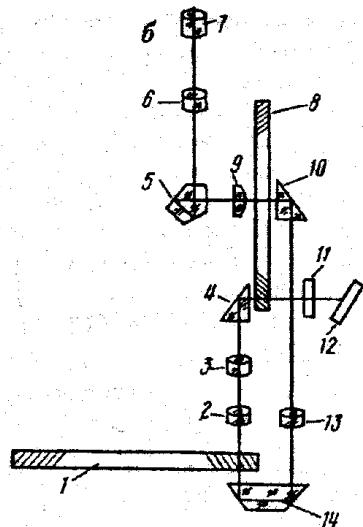
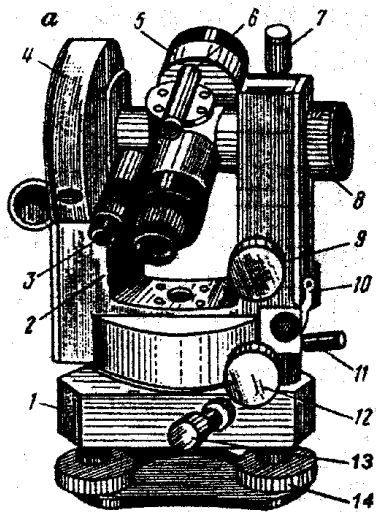
Рис. 60. Поле зрения микроскопа теодолита 2Т2

При использовании Т2 для вычисления зенитных расстояний используют формулы

$$z = \text{Л} - \text{Мз} = \text{Мз} - \Pi = (\text{Л} - \Pi + 360^{\circ})/2; \text{Мз} = (\text{Л} + \Pi)/2$$

Технические теодолиты предназначены для угловых измерений при прокладке теодолитных и тахеометрических ходов, в съемочных сетях, при инженерных, геологических и линейных изысканиях, при переносе проектов в натуру, при геодезическом обеспечении строительства и т.п. Технические теодолиты обычно имеют небольшие размеры и массу, просты в использовании, снабжены простейшим отсчетным приспособлением – односторонними штриховыми и шкаловыми микроскопами. Этот класс состоит из оптических теодолитов Т15, Т30 (рис. 61), Т60 (б.СССР), Theo-020 (б.ГДР), ТЕ-D2 (б.ВНР), теодолиты фирм: "Ниппон" (Япония), "Отто Феннель" (б.ФРГ), "Филотехника" (Италия), "Вильд Хербруг" (Швейцария) и др.

Теодолит Т15 имеет одностороннюю систему отсчитывания по кругам с передачей изображения штрихов в поле зрения одного шкалового микроскопа (рис. 62). Имеется возможность использования Т15 по трехштативному методу. На базе Т15 создан теодолит Т15К со зрительной трубой прямого изображения и компенсатором при вертикальном круге, работающем в диапазоне  $\pm 3'$  (Т15 и Т15К выпускались с 1973 по 1981г.)



Отсчет по горизонтальному кругу  $59^{\circ}33'$

Отсчет по вертикальному кругу  $358^{\circ}16'$

Рис. 61. Теодолит Т30

а. Устройство Т-30: 1 – подставка; 2, 3 – окулярные кольца окуляра и отсчетного микроскопа; 4 – вертикальный круг; 5 – зрительная труба; 6 – визир; 7 – закрепительный винт трубы; 8 – кремальера; 9 – наводящий винт трубы; 10 – цилиндрический уровень; 11, 12 – закрепительный и наводящий винты алидады; 13 – закрепительный винт лимба; 14 – подъемный винт.

б. Оптическая схема Т-30: 1 – горизонтальный круг; 2, 3, 6, 13 – линзы; 4, 10, 14 – призмы; 5 – пентапризма; 7 – окуляр отсчетного микроскопа; 8 – вертикальный круг; 9 – сетка; 11 – матовое стекло; 12 – зеркало.

Теодолиты Т30, 2Т30 имеют одностороннюю отсчетную систему, оценка доли деления круга выполняется на глаз по неподвижному индексу. На рис. 63 отсчеты по горизонтальному

кругу: а –  $70^{\circ}05'$ , б –  $18^{\circ}02,0'$ , в –  $111^{\circ}37,5'$ ; по вертикальному: а –  $358^{\circ}46'$ , б –  $+1^{\circ}36,5'$ , в –  $-0^{\circ}42,5'$ .

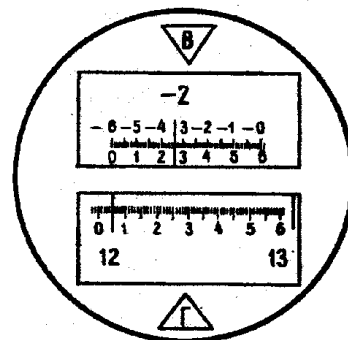


Рис. 62. Поле зрения шкалового микроскопа теодолитов с секторной оцифровкой вертикального круга (Т15К, 2Т15, 2Т5, 2Т5К). Отсчеты: по горизонтальному кругу  $12^{\circ}0565'$ ; по вертикальному кругу –  $2^{\circ}3464'$ .

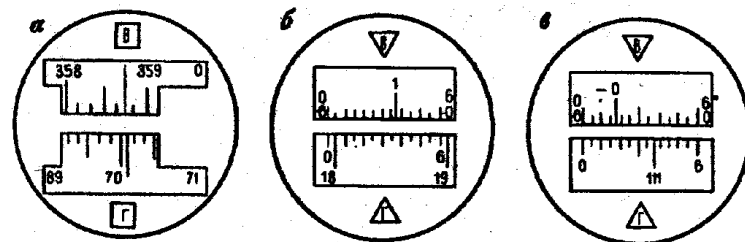


Рис. 63. Поле зрения отсчетного устройства теодолита:

а – Т30; б – 2Т30 при положительном угле наклона; в – 2Т30 при отрицательном угле наклона.

### 38. Электронные теодолиты

В новых высокоточных теодолитах, выпуск которых начат несколько лет назад, используется система отсчета с оптико-электронным сканированием, позволяющая автоматизировать процесс угловых измерений и повысить приборную точность. К таким приборам относится теодолит Т2000S фирмы "Вильд Хербругг" (Швейцария) [12]. Зрительная труба в этом теодолите имеет прямое изображение и увеличение 26, 35, 43 и  $59\times$ . Имеется два режима работы: простой – для высокоточных угловых измерений, и следящий – для наблюдения за подвижной целью. Точность отсчета по кругам – 1, или  $0,1''$  – по усмотрению наблюдателя. Отсчеты выражаются в градусах или гонах (1/400 части окружности).

Теодолит имеет дисплейную панель управления и регистратор. Клавишами задают режим работы теодолита, на экран дисплея выводятся значения измеренных углов. Регистратор хранит записанную информацию, ведет математическую обработку результатов измерений согласно с заданной программой. К регистратору можно подключить компьютер. Т2000S прост в обращении, надежен и обеспечивает высокую точность измерений ( $m = 0,5''$  без учета влияния внешней среды).

### 39. Гироскопический теодолит (гиротеодолит)

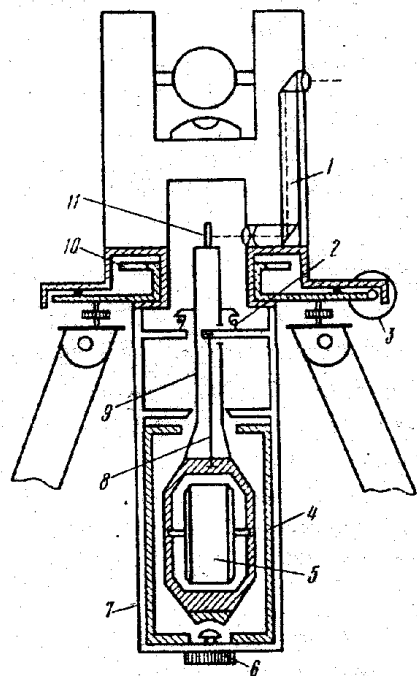


Рис. 64. Гиротеодолит

Гиротеодолит (рис. 64) используют для определения истинных азимутов направлений, в нем угломерный прибор соединен с датчиком направления меридианов. В качестве датчика обычно используют маятниковый гироскоп, который также называют гирокомпасом, указателем меридиана, гиробуссолю. Внутри гирокамеры 4 на тонкой металлической ленточке – торсионе 8 подвешен чувствительный элемент 5 гироскопа. Гироскоп – трехфазный асинхронный двигатель, питается током по двум ленточным токопроводам 2 и торсионам.

Чувствительный элемент 5 помещен в корпусе гироблока 7, который скреплен с алидадой угломерной части. При транспортировке прибора чувствительный элемент и корпус гироблока скреплен арретиром 6. При измерении наблюдают в окуляр автоколлиматора 1 на алидаде изображение штрихов его шкалы. Синхронно с движением по азимуту чувствительного элемента с помощью редуктора 3 поворачивается корпус гироблока, концы токопроводов и верхний зажим ленты, при этом ис-

ключается закручивание при движении чувствительного элемента. Для проектирования на горизонтальный круг 10 точек реверсии колебаний чувствительного элемента используют систему, состоящую из автоколлиматора 1 на алидаде и зеркала 11, укрепленного на штанге 9 чувствительного элемента.

В противоположных точках реверсии движение чувствительного элемента прекращается, в момент остановки производят отсчеты по горизонтальному кругу через дополнительный окуляр, по отсчетам определяют значение  $N$ , соответствующее положению динамического равновесия чувствительного элемента, при котором главная ось гироскопа совпадает с плоскостью истинного меридиана. После этого перекрестие нитей зрительной трубы наводят на визирную цель, азимут  $A$  направления на которую определяют. Значение

$$A = M - N + \Delta,$$

где  $\Delta$  – приборная поправка гиротеодолита, определяемая по ориентированному направлению с известным азимутом  $A$ , т.е.  $\Delta = A - (M - N)$ .

В геодезических построениях необходимо иметь дирекционные углы  $\alpha$ , которые определяют по формуле

$$\alpha = A - \gamma + \Delta A + \delta,$$

где  $\Delta A = (\lambda + L) \sin \varphi$  – поправка за переход от астрономического азимута к геодезическому ( уравнение Лапласа),  $\lambda$  – астрономическая, а  $L$  – геодезическая долгота,  $\varphi$  – широта,  $\gamma$  – гауссово сближение меридианов. вычисляется по формуле (11) или, менее точно, по формулам (12), (13);  $\delta$  – поправка за кривизну геодезической линии на плоскости в проекции Гаусса – Крюгера, вычисляемая в сетях 3, 4, класса или ниже по точности по формуле

$$\delta_{12} = -\delta_{21} = -f(x_2 - x_1)y_m,$$

где  $f = \rho'' / 2R^2$ , для территории СНГ можно принять  $f = 0,00253$ ;  $y_m = 0,5(y_1 + y_2)$  – среднее значение ординаты пунктов: с которого выполняют наблюдение и наблюдаемого. Значение  $y$  отсчитывается, как уже отмечалось, от осевого меридиана зоны со знаком плюс к востоку и со знаком минус – к западу от него. Если  $x_i$ ,  $y_m$  выражать в километрах, то  $\delta$  получают в угловых секундах. При определении  $\alpha$  с точностью  $30''$  и ниже поправки  $\Delta A$  и  $\delta$  не вводят.

#### 40. Лазерный теодолит

В этом приборе визирная ось воспроизводится узконаправленным пучком света. Лазерные теодолиты целесообразно использовать для разбивочных работ при строительстве дорог, мостов, зданий, сооружений и т.п.. В отечественных лазерных теодолитах ЛТ-75 (для больших расстояний), ЛТ-56 (для разбивочных работ на стройплощадках), созданных на базе лазеров ЛГ-75, ЛГ-56, излучатель переключается в лагерах.

В настоящее время в нашей стране и за рубежом выпускают лазерные насадки к теодолитам, при этом ось светового пучка должна совпадать с визирной осью зрительной трубы. Достигается это с помощью призм, направляющих пучок лазерного излучения в окуляр трубы.

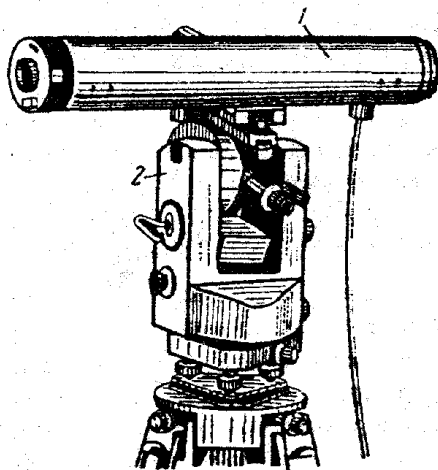


Рис. 65. Лазерный теодолит

В лазерном теодолите фирмы "Отто Феннель" (ФРГ) лазер 1 смонтирован на теодолите 2, при этом луч лазера выходит параллельно визирной оси. Лазерные теодолиты выпускают фирмы Великобритании, Бельгии, Франции, Польши и других стран.

#### 41. Принцип совмещенного отсчета. Оптические микрометры

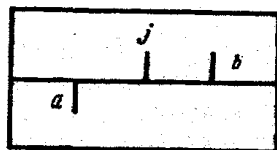


Рис. 66. Изображение диаметрально противоположных штрихов лимба

Принцип совмещенного отсчета. Для исключения влияния эксцентриситета отсчеты берут по диаметрально противоположным штрихам лимба (по I и II верньерам) и из них находят среднее значение. В оптических теодолитах изображение диаметрально противоположных штрихов  $a$

и  $b$  лимба передается в поле зрения оптического микрометра (рис. 66). Для определения по лимбу отсчета  $M$ , свободно от влияния эксцентриситета, необходимо найти значение "младшего" штриха  $a$ , измерить расстояние  $ab$  между изображением диаметрально противоположных штрихов  $a$  и  $b$  и половину этого расстояния, выраженного в угловой мере, прибавить к значению "младшего" отсчета, т.е.

$$M=a+ab/2.$$

**Оптические микрометры.** Оптические микрометры имеют различные конструкции. В высокоточных оптических теодолитах в основном используют микрометры с плоскопараллельными пластинами (ОТ-02, Вильд Т-3, и др.) и микрометры с оптическими клиньями (Т05, Т1 и др.).

В микрометре первого типа половину расстояния  $ab$  между изображением диаметрально противоположных штрихов  $a$  и  $b$  лимба измеряют путем одновременного наклона в разные стороны на одинаковые по величине углы двух плоскопараллельных пластинок. Вращением головки оптического микрометра совмещают изображение противоположных штрихов  $a$  и  $b$  и по шкале микрометра берут отсчет, равный значению  $ab/2$ . Микрометр с плоскопараллельными пластинами имеет малые размеры и достаточно высокую точность, но он сложен в изготовлении и имеет мертвый ход.

В микрометре с оптическими клиньями используют свойство оптического клина параллельно смещать оптический луч (рис. 67,а) при перемещении клина из положения I в положение II. Микрометр (рис. 67,б) имеет пару подвижных 1, 2 и неподвижных 3, 4 клиньев. Подвижные клинья жестко соединены между собой и со шкалой 5. Для измерения половины отрезка между диаметрально противоположными штрихами  $a$  и  $b$  лимба ( $ab/2$ ) подвижные клинья перемещают из положения I в положение II, при котором изображения штрихов  $a$  и  $b$  совмещены, по шкале 5 с помощью индекса 6 делают отсчет, равный  $ab/2$ .

Микрометр с оптическими клиньями широко используют в современных высокоточных теодолитах, так как его конструкция проста, микрометр не имеет мертвого хода и обеспечивает высокую точность.

Отсчет по лимбу при использовании оптического микрометра берут следующим образом: фиксируют отсчет  $M_0$  ближайшего слева от индекса подписанного штриха, затем определяют число  $n$  делений между противоположными штрихами, отличающими

ся точно на  $180^\circ$ , после чего берут отсчет  $c$  по шкале микрометра. Отсчет  $M$  по лимбу вычисляют по формуле

$$M = M_0 + n(i/2) + c\mu,$$

где  $i, \mu$  – цена деления лимба и шкалы микрометра соответственно.

Для повышения точности совмещения диаметрально противоположных штрихов отсчеты по шкале микрометра берут дважды. Если расхождения между отсчетами не превышают допуск, то находят среднее из отсчетов.

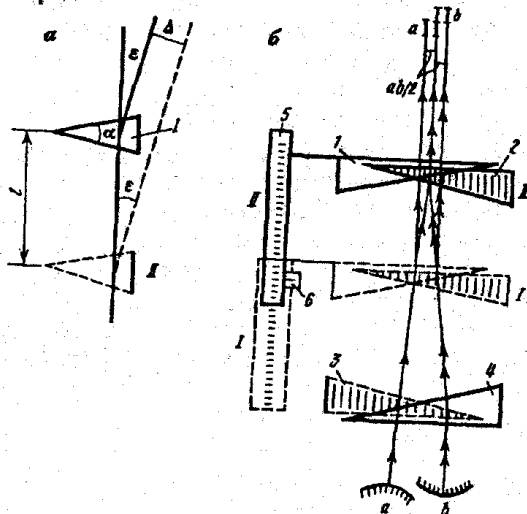


Рис. 67. Схема работы микрометра с оптическими клиньями

#### 42. Поверки и юстировки теодолитов

Поверки позволяют выявить отклонение в приборе от геометрических условий и оптико-механических требований, юстировкой наиболее полно устраняют эти отклонения. Исследования определяют постоянные прибора, неустранимые отклонения для введения в результаты измерений соответствующих поправок, правильность работ отдельных узлов теодолита, ошибки диаметров лимба и т.п. По результатам исследований выявляют пригодность теодолита для выполнения измерений данного класса точности.

Обязательными поверками на каждом пункте перед наблюдениями являются следующие.

Подъемные и наводящие винты должны вращаться плавно. Вращение алидады должно быть плавным.

1. Ось цилиндрического уровня должна быть перпендикулярна к вертикальной оси вращения прибора.

Предварительно плоскость лимба приводят в горизонтальное положение по невыверенному уровню, для чего поворотом алидады устанавливают цилиндрический уровень параллельно линии, соединяющей два подъемных винта, и вращая их в противоположные стороны, приводят пузырек уровня в нуль-пункт. Затем алидаду поворачивают на  $90^\circ$  и вращением третьего винта приводят пузырек уровня в нуль-пункт. При этом ось цилиндрического уровня занимает горизонтальное положение  $zz$ , образуя с осью вращения  $vv$  прибора угол  $\beta$  (рис.68). К отсчету по горизонтальному кругу прибавляют  $180^\circ$  и полученное значение поворотом алидады устанавливают на горизонтальном круге, т.е. поворачивают алидаду на  $180^\circ$ . При этом ось цилиндрического уровня, сохраняя с осью вращения угол  $\beta$ , занимает положение  $z'z'$  и отклоняется от горизонтального положения на угол  $2\alpha$ . На рис. 68  $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ , а  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , т.е. биссектриса  $z''z''$  угла  $2\alpha$  перпендикулярна к оси вращения прибора. Поэтому при юстировке необходимо на половину дуги отклонения привести пузырек уровня к нуль-пункту третьим подъемным винтом, а в нуль-пункте – исправительными винтами уровня.

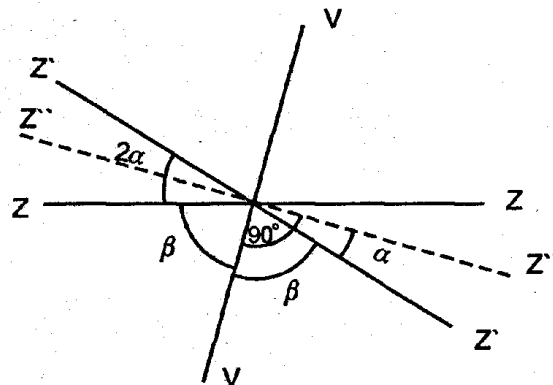


Рис. 68. К поверке оси цилиндрического уровня теодолита (первого условия)

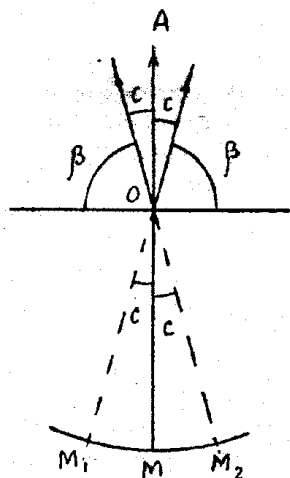
Следует заметить, что ошибка в отсчете по горизонтальному кругу из-за невыполнения этого условия. т.е. из-за наклона вер-

тикальной оси теодолита, не исключается при выводе среднего из результатов измерений при круге право и круге лево.

2. *Горизонтальная нить сетки должна быть перпендикулярна к вертикальной оси вращения теодолита.*

Вертикальную ось вращения теодолита тщательно устанавливают в отвесное положение, после чего левым краем горизонтальной нити наводят на точку. Вращая наводящим винтом, медленно вращают трубу по азимуту. Если изображение точки не сходит с горизонтальной нити, то условие выполнено. В противном случае снимают защитный колпачок с окулярной части трубы, ослабляют винты, которыми пластина сетки нитей скреплена с корпусом трубы и поворачивают сетку так, чтобы при перемещении трубы горизонтальная нить не сходила с точки. Эту же юстировку можно выполнить, совмещая вертикальную нить сетки с нитью отвеса, подвешенного в 10-15 м от теодолита.

3. *Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси ее вращения (на рис. 49  $zz \perp hh$ )*



При взаимно-перпендикулярном положении осей  $zz$  и  $hh$  при вращении трубы ось  $zz$  образует плоскость, которую называют коллимационной. Если угол  $\beta$  между этими осями отличается от  $90^\circ$  на угол  $c$ , называемый коллимационной ошибкой, то при вращении трубы ось  $zz$  образует две конические поверхности, и при наведении на точку  $A$  вместо отсчета  $M$  (рис. 69) получим отсчет

$$M_1 = M + c. \quad (87)$$

Рис. 69. К проверке третьего условия

После перевода трубы через зенит угол  $\beta$  между визирной осью и осью вращения трубы сохраняется, при наведении перекрестия нитей на точку  $A$  по горизонтальному кругу получим отсчет

$$M_2 = M - c \pm 180^\circ. \quad (88)$$

Складывая левые и правые части формул (87) и (88), находим

$$M = \frac{M_1 + M_2 \pm 180^\circ}{2} = \frac{L + L \pm 180^\circ}{2}. \quad (89)$$

Следовательно, среднее из отсчетов по горизонтальному лимбу при круге право ( $\Pi$ ) и круге лево ( $L$ ), после изменения суммы на  $180^\circ$ , свободно от влияния коллимационной ошибки.

Вычитая из формулы (87) соответствующие части формулы (88), имеем

$$c = \frac{M_1 - M_2 \pm 180^\circ}{2} = \frac{L - \Pi \pm 180^\circ}{2}. \quad (90)$$

При более строгом выводе

$$c = \frac{L - \Pi \pm 180^\circ}{2} \sin Z, \quad (91)$$

где  $Z$  – зенитное расстояние ( $Z = 90^\circ - \nu$ ,  $\nu$  – угол наклона).

Если коллимационная ошибка  $c$  превышает  $2t$ , где  $t$  – точность отсчитывания по горизонтальному кругу, то выполняют юстировку, для чего на горизонтальном круге наводящим винтом алидады устанавливают отсчет  $M = M_2 + c$ . При этом перекрестие сетки нитей сойдет с точки  $A$  (см. рис. 69), сняв колпачок с окулярной части трубы и ослабив один из вертикальных исправительных винтов, боковыми исправительными винтами перемещают пластину, на которую нанесена сетка нитей, до совмещения перекрестия нитей с изображением точки  $A$ . После юстировки поверку повторяют и убеждаются в выполнении условия. Затем винты сетки слегка затягивают и надевают колпачок.

При  $z \approx 90^\circ$  величина  $c$  практически не влияет на разность направлений, измеренных при одном положении круга, т.е. на горизонтальный угол. В горной местности при наблюдении при одном положении круга коллимационная ошибка может исказить горизонтальный угол.

В теодолитах с односторонней системой отсчитывания (Т15, Т30) выполняют две пары наведения на точку  $A$ : после первого наведения делают отсчеты  $M_1$  и  $M_2$ , затем лимб смещают примерно на  $90^\circ$ , визируют точку  $A$  и берут отсчеты  $M'_1$  и  $M'_2$ . Значение

$$c = 0,25 \{ [M_1 - (M_2 \pm 180^\circ)] + [M'_1 - (M'_2 \pm 180^\circ)] \}. \quad (92)$$

4. *Ось вращения трубы должна быть перпендикулярна к вертикальной оси вращения теодолита (на рис. 49  $hh \perp vv$ )*

При выполнении этого условия при отвесном положении вертикальной оси теодолита, установленном по уровню при алидаде горизонтального круга, визирная ось трубы при вращении образует отвесное положение коллимационной плоскости (на рис. 70 плоскость  $OAA$ ). Если условие не выполняется, то при

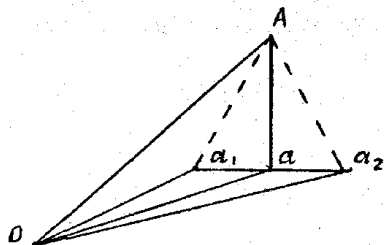


Рис. 70. К проверке четвертого условия

вращении трубы визирная ось образует наклонную плоскость  $OAA_1$  при одном положении вертикального круга и  $OAA_2$  – при другом. Для выполнения проверки теодолит

устанавливают в 10-20 м от стены, перекрестие сетки нитей при круге правонаводят на высоко расположенную точку  $A$ , закрепляют алидаду, опускают зрительную трубу до примерно горизонтального положения и отмечают на стене точку  $\alpha_1$ , на которую проектируется перекрестие нитей сетки. Затем трубу переводят через зенит и при круге лево наводят на точку  $A$ , опустив трубу, получают ее проекцию  $\alpha_2$ . Если точки  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  совпадут или отрезок  $\alpha_1\alpha_2$  не превышает ширину биссектора сетки (15-20"), то условие выполнено. При невыполнении условия юстировку выполняют в специальных мастерских.

Следует заметить, что среднее из отсчетов по горизонтальному кругу при П и Л свободно от влияния этой ошибки.

5. Компенсатор отсчетной системы вертикального круга должен обеспечивать неизменность отсчета по вертикальному кругу при наклоне оси вращения теодолита на углы до  $\pm 3'$ .

Теодолит устанавливают на штативе так, чтобы один из подъемных винтов был направлен в сторону наблюдаемой точки  $A$ . После приведения основной оси прибора в отвесное положение наводят на точку  $A$  и делают отсчет  $a_1$  по вертикальному кругу. Затем вращением подъемного винта наклоняют теодолит вперед на 2-3 деления уровня, снова наводят на точку  $A$  и берут отсчет  $a_2$  по вертикальному кругу. После этого наклоняют прибор на 2-3 деления уровня в противоположную сторону, визируют на точку  $A$  и берут отсчет  $a_3$ . Все отсчеты в пределах точности отсчета по микрометру должны совпадать, т.е.  $a_1 \approx a_2 \approx a_3$ .

При невыполнении условия юстировку выполняют в специальной мастерской.

6. Визирная ось оптического центрира должна совпадать с осью вращения теодолита. Вертикальную ось вращения теодолита приводят в отвесное положение, теодолит устанавливают над точкой местности. При вращении алидады изображение точки не должно смещаться с центра оптического центрира более чем на 0,5 радиуса малой окружности. При большем смещении выполняют юстировку.

### 43. Измерение горизонтальных углов

Сначала теодолит устанавливают в рабочее положение, т.е. прибор центрируют над вершиной измеряемого угла, приводят ось вращения теодолита в отвесное положение, устанавливают зрительную трубу "по глазу" и "предмету" и готовят отсчетный микроскоп для наблюдений.

Центрирование выполняют при помощи нитяного отвеса с точностью 3-5 мм, оптического центрира (Т15, Т5 и др.) или зрительной трубы (Т30), направленной объективом вниз, с точностью 0,5 – 1мм. Приближенное центрирование выполняют перемещением штатива, а точное – перемещением теодолита по горизонтальной платформе штатива при открепленном станом винте.

Установка оси вращения теодолита в отвесное положение выполняют путем приведения в нуль-пункт пузырька цилиндрического уровня подъемными винтами. В результате при вращении алидады пузырек уровня не должен отклоняться от нуль-пункта более чем на одно деление уровня.

Установка зрительной трубы "по глазу" и "по предмету" позволяет четко видеть штрихи сетки нитей и наблюдаемый предмет. Штрихи лимба и шкала отсчетного микроскопа также должны иметь четкое изображение.

### Измерение отдельного угла

Незакрепленную алидаду отводят влево на 30-40° и обратным вращением наводят на визирную цель первого направления так, чтобы она оказалась справа от биссектора (в поле зрения трубы); алидаду закрепляют. Наводящим винтом алидады, только ввинчиванием, биссектор наводят на визирную цель и берут отсчет по оптическому микрометру (если имеется окулярный микрометр, то трижды наводят его биссектор на визирную цель

и берут отсчеты). Открепляют алидаду и наводят на 2-е направление так же, как и на 1-е. На этом заканчивают полуприем.

Трубу переводят через зенит, по часовой стрелке наводят на 2-е направление, предварительно отведя алидаду влево на 30-40°; наводящим винтом биссектор наводят на визирную цель и берут отсчет по оптическому микрометру. По часовой стрелке алидаду поворачивают на угол, дополняющий измеряемый до 360°, наводят на визирную цель 1-го направления, берут отсчет. Заканчивается прием.

### Способ круговых приемов-способ Струве.

Способ круговых приемов был предложен в 1816 г. В.Я.Струве и получил широкое применение почти во всех странах. В СНГ используют в геодезических сетях 2-4 классов и сетях более низкой точности. В США его используют и в сетях первого класса.

В этом способе при неподвижном лимбе алидаду вращают по ходу часовой стрелки и биссектор сетки нитей трубы последовательно наводят на первый, второй и т.д., на последний и снова на первый (замыкание горизонта) наблюдаемые пункты, каждый раз отсчитывая по горизонтальному кругу. В этом состоит первый полуприем. Затем трубу переводят через зенит, и, вращая алидаду против часовой стрелки, наводят биссектор на те же пункты, но в обратной последовательности: на первый, последний, предпоследний и т.д., второй, первый; заканчивают второй полуприем и первый прием, состоящий из первого и второго полуприемов.

Между приемами лимб переставляют на угол

$$\delta = (180^\circ/m) + i, \quad (93)$$

где  $m$  – число приемов,  $i$  – цена деления лимба.

Наведение биссектора сетки нитей на визирную цель выполняют только ввинчиванием наводящего винта алидады. Перед каждым полуприемом алидаду вращают по ее движению в данном полуприеме.

В результаты измеренных направлений вводят поправки за рен, наклон вертикальной оси теодолита (при углах наклона визирного луча в 1° и более) и поправки за кручение знака – по отсчетам по окулярному микрометру поверительной трубы.

Контроль угловых измерений: по расхождению значений первого направления в начале и конце полуприема (незамыкание горизонта), по колебанию двойной коллимационной ошибки

$2c = \text{Л-П} \pm 180^\circ$ , определяемой для каждого направления, и по расхождению приведенных к нулю значений одноименных направлений, полученных в разных приемах. В триангуляции 2-4 классов незамыкание горизонта и колебание направлений в приемах не должны превышать 5, 6 и 8" для Т05; Т1; ОТ-02М и Т2; колебание  $2c$  – 6, 8 и 12" для этих же теодолитов соответственно.

На пунктах 2 класса направления измеряют 12-15 круговыми приемами, на пунктах 3 класса – 9, на пунктах 4 класса – 6, а в сетях полигонометрии 2, 3, 4 классов – 18, 12, 9 приемами.

Уравнивание на станции сводится к вычислению среднего значения по каждому направлению из  $m$  приемов. При этом предварительно все измеренные направления приводят к начальному, придав ему значение  $0^\circ 00' 00,00''$ . Вес уравниваемого направления, т.е. угла между данным и начальным направлениями,  $p = m$  – числу приемов измерений. Для оценки точности направления обычно применяют приближенную формулу Петерса

$$\mu = \frac{1,25}{\sqrt{m(m-1)}} \frac{\sum |v|}{n} = k \frac{\sum |v|}{n},$$

где  $\mu$  средняя квадратическая ошибка направления, полученного из одного приема (средняя квадратическая ошибка единицы веса);  $\sum |v|$  – сумма абсолютных величин уклонов измеренных направлений от их средних значений, вычисленных по всем направлениям;  $n$ ,  $m$  – число направлений и приемов соответственно. Значения  $k$  при  $m=6, 9, 12, 15$  равны 0,23; 0,15; 0,11; 0,08. Среднюю квадратическую ошибку уравниваемого направления (среднего из  $m$  приемов) вычисляют по формуле

$$m_{\mu} = \mu / \sqrt{m},$$

**Достоинства** способа круговых приемов: простота программы измерений на станции; значительное ослабление систематических ошибок делений лимба; высокая эффективность при хорошей видимости по всем направлениям.

**Недостатки:** сравнительно большая продолжительность приема, особенно при большом числе направлений; повышенные требования к качеству геодезических сигналов; необходимость примерно одинаковой видимости по всем направлениям; разбивка направлений на группы при их большом числе на пункте; более высокая точность начального направления.



Способ измерения углов во всех комбинациях – способ Шрейбера

Этот метод предложен Гауссом. Методика разработана Шрейбером, применившим его в 1870-х гг. в прусской триангуляции. В России начал применяться с 1910 г., используется и в настоящее время. Суть способа: на пункте с  $n$  (рис. 71) направлениями измеряют все углы, образующиеся при сочетании из  $n$  по 2, т.е.

$$\begin{array}{cccc} 1.2 & 1.3 & 1.4 & \dots & 1.n; \\ & 2.3 & 2.4 & \dots & 2.n; \\ & & 3.4 & \dots & 3.n; \\ & & & \dots & \dots; \\ & & & & (n-1) \cdot n. \end{array} \quad (94)$$

Число таких углов  $r = C_n^2 = n(n-1)/2$ .

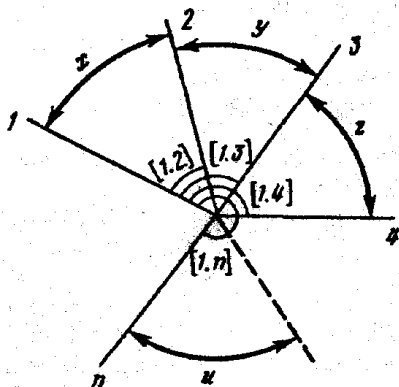


Рис. 71. Схема измерения углов во всех комбинациях

Значения углов  $x, y, z, \dots$  и можно получить путем непосредственных измерений и путем вычислений. Так, угол  $x$  получают из непосредственного измерения угла 1.2 и путем вычислений:  $1.2 = 1.3 - 2.3, 1.2 = 1.4 - 2.4, \dots, 1.2 = 1.n - 2.n$ . Если вес непосредственно измеренного угла равен 2, то вес этого же угла вычисленного будет равен 1, так как при  $x = x \pm y$  получаем:

$$\frac{1}{p_x} = \frac{1}{p_x} + \frac{1}{p_y}, \quad \text{при} \\ p_x = p_y = 2 \quad \text{получаем}$$

$\frac{1}{p_x} = 1/2 + 1/2 = 1$ , откуда  $p_x = 1$ . Следовательно, вес угла, полученного из вычислений, в два раза меньше веса непосредственно измеренного угла.

При уравнивании на станции для каждого угла вычисляют его среднее значение из всех приемов (при допустимых расхождениях между приемами). Используя эти средние, находят уравненные на станции углы как среднее весовое значение. Учитывая, что сумма весов измеренного и вычисленных значений данного угла  $\sum p = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (n-2) = n$ , находим

$$\begin{aligned} [1.2] &= (1/n)[2 \cdot 1.2 + (1.3 - 2.3) + (1.4 - 2.4) + \dots + (1.n - 2.n)] \\ [1.3] &= (1/n)[2 \cdot 1.3 + (1.2 + 2.3) + (1.4 - 3.4) + \dots + (1.n - 3.n)] \end{aligned} \quad (95)$$

$$[1.n] = (1/n)[2 \cdot 1.n + (1.2 - 2.n) + (1.3 - 3.n) + \dots + (1.n - 1 + n - 1.n)],$$

где  $n$  – число направлений на пункте. Углы, полученные в результате уравнивания на станции, и вычисленные по ним направления – равноточны. Применяя формулу веса функции, для угла  $[1.2]$  находим

$$\frac{1}{p_{[1.2]}} = \frac{1}{n^2} \left[ 4 \frac{1}{p_{1.2}} + \left( \frac{1}{p_{1.3}} + \frac{1}{p_{2.3}} \right) + \left( \frac{1}{p_{1.4}} + \frac{1}{p_{2.4}} \right) + \dots + \left( \frac{1}{p_{1.n}} + \frac{1}{p_{2.n}} \right) \right].$$

Так как

$$\frac{1}{p_{1.2}} = \frac{1}{p_{1.3}} = \dots = \frac{1}{p_{1.n}} = \frac{1}{p},$$

то

$$\frac{1}{p_{[1.2]}} = \frac{1}{n^2} \frac{1}{p} [4 + 2(n-2)] = \frac{2n}{n^2 p} = \frac{2}{np},$$

откуда  $p_{[1.2]} = \frac{np}{2}$ . При  $p=1$  получаем  $p_{[1.2]} = n/2$ , т.е. веса урав-

ненных углов равны половине числа направлений, наблюдаемых с данного пункта. Если каждый угол измерен  $m$  приемами, то при  $n$  направлениях вес каждого угла будет равен  $mn/2$ . Для равенства весов окончательных углов на всех станциях необходимо, чтобы произведение  $mn$  для всех пунктов сети оставалось постоянным. Так как вес направления в два раза больше веса угла, то  $mn$  – вес направления.

Вес углов, измеренных во всех комбинациях, должен быть равен весу углов, измеренных способом круговых приемов, т.е.  $p = m_{кр} = mn/2$ , откуда  $2m_{кр} = mn$ , где  $m_{кр}$  – число приемов в методе круговых приемов. Например, если углы в триангуляции 2 класса измеряют 15 круговыми приемами ( $m_{кр} = 15$ ), то  $mn = 30$ ; при числе направлений  $n=5$  способом во всех комбинациях их нужно измерять 6 приемами ( $m=30/5=6$ ).

При измерении углов способом во всех комбинациях выполняют следующий контроль: 1) расхождение углов из двух полу-приемов составляет 6" – для теодолита с окулярным микрометром и 8" – для теодолита без окулярного микрометра; 2) расхождение угла из разных приемов 4 и 5" для сетей 1 и 2 классов соответственно; 3) колебание среднего значения угла, полученного



частях лимба, между приемами лимб переставляют на угол, определяемый по формуле (93), или на угол

$$\delta = 180^\circ/m,$$

где  $m$  - число приемов.

В первом приеме лимб устанавливают так, чтобы при наведении на первый, начальный, пункт отсчет был близок к нулю (несколько больше  $0^\circ$ ), во втором приеме начальный отсчет должен быть около  $\delta$ , в третьем  $2\delta$  и т.п. Например, при измерении угла четырьмя приемами ( $m=4$ ) угол  $\delta=45^\circ$ .

Иногда в первом полуприеме лимб ориентируют по магнитному меридиану (для определения склонения магнитной стрелки), для чего на лимбе устанавливают отсчет  $0^\circ00'00''$ , закрепляют алидаду, открепляют лимб и вращают прибор до совмещения северного конца магнитной стрелки установленной на теодолите буссоли с нулевым ее делением.

#### 45. Влияние на измеренные горизонтальные углы ошибок центрирования прибора и установки визирных целей (вех)

Теодолит устанавливают над точкой  $B$  (рис. 73) с ошибкой  $e$ , т.е. фактически он установлен над точкой  $B'$ . Величину  $e$  и угол  $\theta$ , равный углу  $BB'A$ , называют **линейным и угловым элементами центрировки**. Проведя через  $B'$  линию  $B'A'$ , параллельную  $BA$ , видим, что при визировании из точки  $B'$  на точку  $A$  получаем отсчет по лимбу ошибочным на величину  $c$ , называемую **поправкой за центрировку**. В треугольнике  $BB'A$  по теореме синусов имеем

$$\frac{\sin c}{\sin \theta} = \frac{e}{s},$$

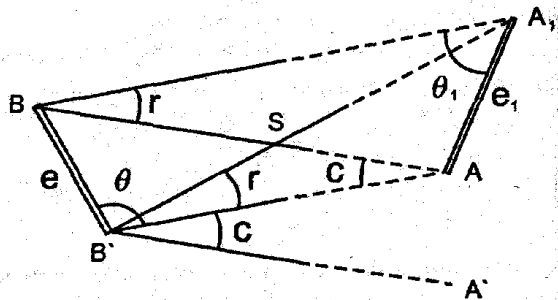


Рис. 73. Элементы центрировки и редукции и вызываемые ими поправки откуда, учитывая малость угла  $c$ , находим

$$c = \rho \frac{e}{s} \sin \theta. \quad (96)$$

Если визирная цель установлена в точке  $A_1$ , то вследствие этого возникает **поправка за редукцию**, величины  $e_1$  и  $\theta_1$  называют **линейными и угловыми элементами редукции**. В этом случае вместо направления  $BA$  получаем направление  $BA_1$ . В треугольнике  $BA_1A$  по теореме синусов с учетом малости угла  $r$  находим

$$r = \rho \frac{e_1}{s} \sin \theta_1. \quad (97)$$

Ввиду малости величины  $e$  можно считать угол  $A_1B'A$  равным углу  $A_1BA$ . Тогда направление  $BA$  изменит свое значение на величину, равную сумме поправок за центрировку и редукцию, т.е. на величину  $(c+r)$ .

При выполнении высокоточных угловых измерений элементы  $e$ ,  $\theta$  центрировки и  $e_1$ ,  $\theta_1$  редукции находят из специальных определений графическим или аналитическим методами, и значения поправок  $(c+r)$  вводят в каждое измеренное направление.

При угловых измерениях техническими теодолитами стремятся прибор и визирную цель устанавливать так, чтобы значения  $c$  и  $r$  не превышали точность угловых измерений. Известно, что ошибка центрирования нитяным отвесом равна 3-5 мм, оптическим отвесом - 0,5-1,0 мм. Формулы (96), (97) показывают, что при  $\theta = \theta_1 = 0, 180^\circ$   $c=r=0$ , а при  $\theta = \theta_1 = 90^\circ, 270^\circ$  получаем максимальные по абсолютной величине значения

$$C_{\max} = \rho \frac{e}{s}, \quad r_{\max} = \rho \frac{e_1}{s}. \quad (98)$$

Формулы (96) - (98) показывают, что значения  $c$  и  $r$  возрастают обратно пропорционально расстоянию  $S$ .

При  $e = e_1 = 5$  мм,  $s=100$  м,  $\rho = 3438'$  находим  $c_{\max} = r_{\max} = \pm 0,17$ , при тех же значениях  $e$ ,  $e_1$  и  $s=50$  м  $c_{\max} = r_{\max} = \pm 0,34'$ . Следовательно, необходимо стремиться, чтобы стороны измеряемых углов не были короткими, при коротких сторонах необходимо повысить точность центрирования и установки визирных марок (вех) на наблюдаемой точке.

#### 46. Источники ошибок при угловых измерениях и точность измерения горизонтального угла техническим теодолитом

Ошибки угловых измерений - случайные и систематические - делят на три группы: личные, приборные и из-за влияния внешней среды. Наиболее трудно устранить систематические ошибки,

поэтому их необходимо тщательно изучать и сводить к минимуму путем введения поправок или соответствующей организации измерений. Влияние случайных ошибок ослабляют, увеличивая число приемов измерений до определенной величины.

Личные ошибки измерений возникают из-за несовершенства системы наблюдатель – прибор. К личным можно отнести случайные и систематические ошибки визирования, случайные ошибки совмещения изображений штрихов лимба и отсчитывания по шкале оптического микрометра; систематические ошибки из-за неодинаковой освещенности штрихов лимба, ошибки отсчета по накладному уровню, позволяющему определять поправки в направлении за наклон вертикальной оси теодолита.

Приборные ошибки возникают из-за неточного изготовления узлов и деталей теодолита, остаточных погрешностей его регулировки и юстировки и т.п. К приборным относят ошибки из-за различия номинальной и фактической цен делений окулярного и отсчетного микрометров, погрешности хода фокусирующей линзы зрительной трубы, эксцентриситет лимба и алидады, ошибки диаметров лимба, коллимационные ошибки, ошибки из-за наклона оси вращения трубы, вертикальной оси теодолита, лимба, ошибки вследствие температурных деформаций узлов теодолита и др.

Ошибки из-за влияния внешней среды являются наиболее существенным источником систематических ошибок при угловых измерениях. В первую очередь к ним относят оптическую рефракцию, которая, если не принять мер по ее учету, лимитирует дальнейшее повышение точности угловых измерений. К этой группе относят ошибки из-за кручения и гнуптия геодезических сигналов и др.

При измерении горизонтальных углов теодолитом приборные ошибки обычно исключают из конечного результата путем использования специальной методики. Например, ошибки, возникающие вследствие коллимационной ошибки, перпендикулярности оси вращения трубы к вертикальной оси вращения теодолита исключаются, если определять среднее из отсчетов при круге лево и право; влияние эксцентриситета исключается при совмещении противоположных штрихов лимба или если вычислять среднее из отсчетов по двум верньерам. Ошибки центрирования и установки визирных целей можно свести к минимуму при достаточной длине сторон и тщательной установкой прибора и визирных целей. Ошибки наведения на визирные цели при

увеличении зрительной трубы  $20^{\times}$  не превышают  $3-4''$ , при измерении углов техническим теодолитом ими можно пренебречь.

Наиболее существенной является ошибка отсчитывания по лимбу, величина которой  $m_0 = t/2$ , где  $t$  – точность отсчетного устройства. Так как угол в полуприеме  $\beta_i = c - a$ , то при  $m_c = m_a = m_0$

$$m_{\beta_i} = \sqrt{m_c^2 + m_a^2} = m_0 \sqrt{2} = \frac{t\sqrt{2}}{2}. \quad (99)$$

Угол в приеме  $\beta = 0,5(\beta_1 + \beta_2)$ , где  $\beta_1$  и  $\beta_2$  – значение углов, полученных в первом и втором полуприемах. При  $m_{\beta_1} = m_{\beta_2} = m_{\beta}$ , с учетом (99) значение средней квадратической ошибки измерения угла одним приемом

$$m_{\beta} = \frac{1}{2} \sqrt{m_{\beta_1}^2 + m_{\beta_2}^2} = \frac{m_{\beta_1}}{2} \sqrt{2} = \frac{t}{2},$$

а предельная ошибка

$$\Delta\beta = 3m_{\beta} = \frac{3}{2}t = 1,5t.$$

Разности двух значений угла, полученных в полуприемах,

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2.$$

Средняя квадратическая ошибка этой разности при  $m_{\beta_1} = m_{\beta_2} = m_{\beta}$ , с учетом (99)

$$m_{\Delta\beta} = \sqrt{m_{\beta_1}^2 + m_{\beta_2}^2} = m_{\beta_1} \sqrt{2} = t.$$

Предельно допустимое расхождение между значением угла в полуприемах

$$\Delta_{\Delta\beta} = 2m_{\Delta\beta} = 2t.$$

#### 47. Измерение вертикальных углов. Поверка вертикального круга

Для измерения вертикальных углов используют вертикальный круг теодолита, лимб вертикального круга жестко скреплен с горизонтальной осью трубы и вращается вместе с ней, при этом алидада вертикального круга остается неподвижной. В некоторых теодолитах при алидаде вертикального круга имеется цилиндрический уровень, алидада вместе с уровнем могут вращаться на небольшие углы установочным винтом. Кроме того,

цилиндрический уровень можно перемещать относительно алидады исправительными винтами.

При горизонтальном положении оси и оси цилиндрического уровня (пузырек уровня в нуль-пункте) отсчет по вертикальному кругу должен быть равен нулю. Практически это условие часто не выполняется.

Местом нуля (местом зенита) называют отсчет по вертикальному кругу при горизонтальном (вертикальном) положении визирной оси трубы и положении пузырька уровня при алидаде вертикального круга в нуль-пункте. На рис. 74  $MO$  – угол между горизонтальной плоскостью и нулевым диаметром вертикального круга. При наведении перекрестия нитей сетки на верх вешки  $A$  после приведения пузырька уровня при алидаде вертикального круга в нуль-пункт при круге право (КП) по вертикальному кругу берут отсчет  $\Pi$ , в этом случае угол наклона

$$v = \Pi - MO \quad (100)$$

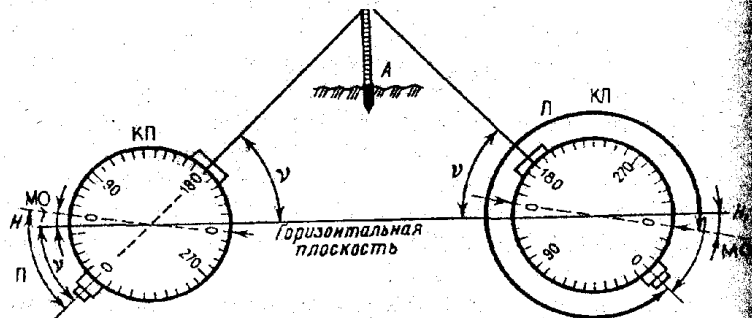


Рис. 74. Схема измерения вертикальных углов

При наведении перекрестия нитей сетки на ту же точку при круге лево (КЛ) и приведения пузырька уровня при алидаде вертикального круга в нуль-пункт находим

$$v = MO - \Pi, \quad (101)$$

где  $\Pi$  – отсчет по вертикальному кругу при КЛ.

Решая выражения (100) и (101) относительно  $MO$  и  $v$ , получаем

$$\begin{aligned} MO &= (\Pi + \Pi) / 2, \\ v &= (\Pi - \Pi) / 2. \end{aligned} \quad (102)$$

При вычислении  $v$  и  $MO$  по формулам (100) – (102) к малым углам прибавляют  $360^\circ$ .

В теодолите Т30 оцифровка делений вертикального круга дана против хода часовой стрелки и отсчет берут по одной стороне круга. При этом для определения  $v$  и  $MO$  используют формулы

$$\begin{aligned} MO &= (\Pi + \Pi \pm 180^\circ) / 2; \\ v &= \Pi - MO = MO - \Pi + 180^\circ = (\Pi - \Pi + 180^\circ) / 2. \end{aligned} \quad (103)$$

Например, теодолитом Т30 при наведении на точку полученные отсчеты  $\Pi = 3^\circ 57'$ ,  $\Pi = 176^\circ 05'$ . По первой из формул (103) находим

$$MO = (3^\circ 57' + 176^\circ 05' - 180^\circ) / 2 = 0^\circ 01';$$

по вторым формулам (103) имеем:

$$\begin{aligned} v &= \Pi - MO = 3^\circ 57' - 0^\circ 01' = 3^\circ 56'; \\ v &= MO - \Pi + 180^\circ = 0^\circ 01' - 176^\circ 05' + 180^\circ = 3^\circ 56'; \\ v &= (\Pi - \Pi + 180^\circ) / 2 = \\ &= (3^\circ 57' - 176^\circ 05' + 180^\circ) / 2 = 3^\circ 56'. \end{aligned}$$

В теодолитах 2Т30, 2Т15, Т15К, Т5К, 2Т30П, 2Т5 использована секторная оцифровка вертикального круга с указанием знаков "+" и "-", соответствующих положительным и отрицательным углам наклона. Вычисления  $MO$  и  $v$  выполняют по формулам

$$MO = (\Pi + \Pi) / 2; \quad v = (\Pi - \Pi) / 2 = \Pi - MO = MO - \Pi. \quad (104)$$

При измерении вертикальных углов перекрестие нитей или горизонтальную нить сетки вблизи перекрестия наводят на точку, пузырек уровня при алидаде вертикального круга приводят в нуль-пункт, берут отсчет  $\Pi$ , если вертикальный круг относительно зрительной трубы при наблюдении со стороны окуляра находится справа. Затем трубу переводят через зенит и выполняют описанные действия, берут отсчет  $\Pi$ . Угол наклона  $v$  в зависимости от типа теодолита вычисляют по одной из формул (100)–(104).

В теодолите Т30 нет уровня при алидаде вертикального круга. Цилиндрический уровень при алидаде горизонтального круга установлен так, что его ось параллельна коллимационной плоскости зрительной трубы. Перед отсчетом по вертикальному кругу пузырек уровня при алидаде горизонтального круга подъемными винтами устанавливают в нуль-пункт.

При измерении вертикальных углов теодолитами, имеющими компенсатор, нулевой диаметр вертикального круга устанавливается в горизонтальное положение автоматически и после

наведения перекрестия нитей на точку примерно через две секунды, в течение которых компенсатор принимает устойчивое положение, берут отсчет. При этом колебания *МО* при измерении различных углов наклона на данной станции не должно превышать  $2t$  – двойной точности отсчетного устройства.

Целесообразно, чтобы *МО* вертикального круга было равно нулю или близкой к нулю величине.

Для проверки этого условия определяют *МО* из измерений нескольких вертикальных углов при КЛ и КП. Если среднее значение *МО* превышает двойную точность отсчета ( $2t$ ), то выполняют юстировку: вращением установочного винта уровня при вертикальном круге устанавливают отсчет, равный *МО*. При этом пузырек уровня, который находился в нуль-пункте, сойдет с него, его возвращают в нуль-пункт исправительными винтами уровня. После отмеченных действий соблюдаются все условия заложенные в определении места нуля: установив вращением зрительной трубы и вертикального круга отсчет, равный *МО* приводим визирную ось в горизонтальное положение; устанавливаем отсчет, равный нулю, вращением установочного винта уровня; приводим юстировочными винтами пузырек уровня в нуль-пункт, т.е. выполняем все условия, определяющие *МО*.

Кроме того, юстировку можно выполнить путем установки на вертикальном круге отсчета, равного углу наклона  $v$  вращением установочного винта уровня. При этом перекрестие нитей сетки должно оставаться на изображении точки, при наведении на которую определяли угол наклона  $v$ . После юстировки выполняют контрольное определение *МО*.

В теодолитах с компенсатором для приведения *МО* к величине, близкой нулю, имеется юстировочный винт: для Т15К – выступе на корпусе прибора под объективом зрительной трубы при ее положении КЛ; для Т5К – слева от объектива на колонке вертикального круга при КЛ.

## II.2. Линейные измерения

### 48. Общие сведения о линейных измерениях

Линейные измерения выполняют при производстве различных геодезических работ: при создании опорных геодезических сетей, при трассировании линейных сооружений, в процессе выполнения разбивочных работ, при монтаже строительных конструкций и установке оборудования и т.п.

Расстояния измеряют непосредственно или косвенно. При непосредственном измерении ленту, рулетку, проволоку или их части последовательно укладывают в створе измеряемого отрезка, сумма целого числа отложенных длин мерных приборов плюс длина остатка дает длину измеряемой линии.

При косвенном измерении определяют углы, базисы, время распространения электромагнитных волн и другие величины, а затем, используя формулы, выражающие зависимость между определяемой линией и измеренными величинами, определяют длины отрезков.

Отрезки небольших размеров чаще всего измеряют простейшими мерными приборами: рулеткой, мерной лентой, нитяным дальномером, оптическими дальномерами. Большие длины измеряют с помощью свето- и радиодальномеров, радиовысотометров, радиоинтерферометров со сверхдальней базой, позволяющими с высокой точностью измерять отрезки длиною от нескольких метров до десятков и сотен тысяч километров.

### 49. Закрепление точек на местности. Геодезические знаки и центры

Перед выполнением геодезических работ точки на местности закрепляют различными знаками и центрами. Самый простой способ закрепления точки на местности – это колышек длиной 20-40 см, который забивают до поверхности земли, рядом забивают сторожок – колышек, длиной примерно 50 см, забивают рядом с основным так, чтобы над поверхностью оставалась его часть, на которой простым карандашом или лучше масляной краской обозначают номер точки. Около колышка и сторожка выкапывают неглубокую канаву в виде окружности, треугольника, квадрата и т.п. для более быстрого отыскания точки. Часто в верхний срез колышка забивают гвоздь, который и будет обозначать положение точки.

На строительных площадках точки закрепляют металлическими трубами, штырями и т.п. На участках с твердым покрытием точки обозначают несмываемой масляной краской или забитыми в асфальт гвоздями.

На местности пункты геодезической сети обозначают сооружением, состоящим из подземной и наружной части. Подземная часть является *центром* геодезического пункта, центр имеет марку с меткой на ней, к метке отнесены координаты пункта. Наружная часть, называемая *геодезическим знаком*,

предназначена для установки визирной цели и подъема измерительных приборов на требуемую высоту над землей. В геодезических сетях применяют следующие знаки: тур, пирамида, пирамида со штативом, простой и сложный сигналы.

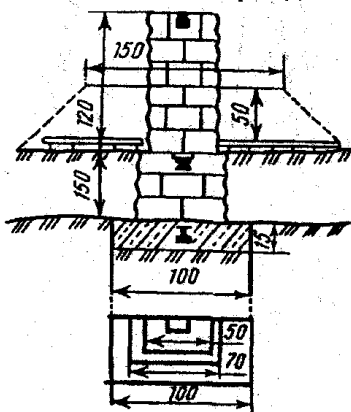


Рис. 75. Схема тура

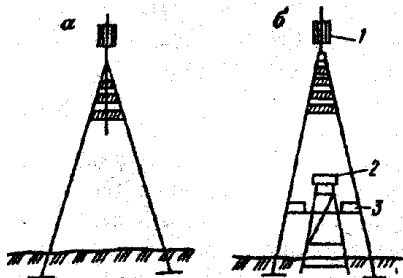


Рис. 76. Схемы пирамид: а - простая; б - с изолированным штативом

Площадку для наблюдателя 3 крепят к пирамиде и изолируют от штатива. Пирамиды строят деревянные и металлические высотой 5-8 м.

**Простые сигналы** (рис. 77) строят, если измерительный прибор нужно поднять на высоту 4-10 м; он состоит из двух изолированных пирамид: внешней для визирного цилиндра и площадки для наблюдателя и внутренней - для установки прибора. Внутренняя пирамида - трехгранник, внешняя, как правило, четырех-

**Туры** (рис. 75) строят на остроконечных вершинах гор, когда видимость по всем направлениям открывается с земли, а скальный грунт, на котором устанавливается тур, залегает на глубине до 1,5 м. Над туром ставят простую пирамиду. Если пирамиду поставить невозможно, то визирный цилиндр устанавливают непосредственно на тур при помощи специального крепления. При выполнении геодезических работ визирный цилиндр с тура снимают, по окончании - устанавливают на прежнее место.

76,а) применяется, если **Простая пирамида** (рис. 76,а) имеет видимость на соседние пункты с земли и наблюдения можно выполнять с тура или штатива. Если прибор надо поднять на высоту 2-3 м над землей, строят пирамиду с визирным цилиндром 1 и изолированным от нее штативом 2 (рис. 76,б). Площадку для наблюдателя 3 крепят к пирамиде и изолируют от штатива.

гранная, основание которой - квадрат со стороной  $a = h'/5 + 2$  м, где  $h'$  - высота до площадки наблюдателя. Простые сигналы могут быть деревянные и металлические, постоянные и разборные. Разборные перевозят с пункта на пункт при наблюдениях и применяют в районах с благоприятными транспортными условиями.

**Сложные сигналы** (рис. 78) строят, когда геодезический прибор надо поднять над землей на высоту 11-40 м. Внутренняя пирамида сложного сигнала, несущая столик для прибора, опирается на основные столбы сигнала на расстоянии 6 м от площадки для наблюдателя. Сложные сигналы в настоящее время строят только *треугольными*, сборку их производят на земле, и устанавливают в законченном виде. Длина стороны треугольника в основании сигнала равна 1/4 его высоты до площадки наблюдателя плюс 2 м.

Визирные цилиндры являются малофазными с радиально направленными пластинами и имеют размеры: в сетях 1 класса - высота 1,0 м, диаметр 0,5 м; в сетях 2, 3, 4 классов - высота 0,6 м, диаметр 0,3 м.

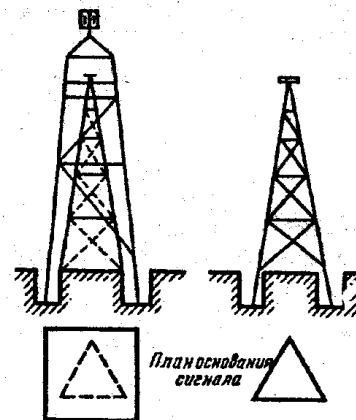


Рис. 77. Простой сигнал

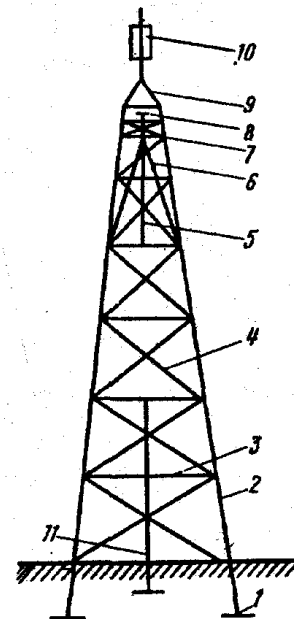


Рис. 78. Сложный сигнал:

1 - якорь основания столба сигнала; 2 - основные столбы сигнала; 3 - венец; 4 - крестовина; 5 - болванка; 6 - стойка внутренней пирамиды; 7 - площадка для наблюдателя; 8 - столик; 9 - крыша; 10 - визирный цилиндр; 11 - промежуточный столб

## Основные требования к геодезическим сигналам

Простые и сложные сигналы должны обеспечивать высокую точность измерений и безопасность ведения работ. Они должны быть прочными, жесткими, устойчивыми.

Сигнал считается *прочным*, если он хорошо сопротивляется действующим на него постоянным нагрузкам (масса сигнала) и временным – напор ветра, масса приборов и т.п. Прочность обеспечивают подбором строительных материалов, тщательным исполнением строительных работ, правильным выбором места постройки, предохранением от загнивания и коррозии.

Сигнал считается *жестким*, если его верхняя часть на высоте столика знака смещается под воздействием ветра и упругих деформаций не более 1-2 см, а возникающая при этом упругая вибрация не препятствует высокоточным измерениям при скорости ветра до 5 м/с. Критерием жесткости является способность сигнала быстро восстанавливать первоначальное положение после прекращения действия сил, приводящих к деформациям и вибрациям. Жесткость обеспечивается путем тщательной подгонки и крепления всех узлов и правильного подбора деталей в зависимости от их длины и толщины.

*Устойчивость* – способность сопротивляться опрокидывающим усилиям ветра и сохранять свое равновесие. Достигается правильным соотношением между высотой сигнала и шириной его основания и выбором нужной глубины ям для установки основных столбов знака.

## Центры геодезических пунктов

Центры геодезических пунктов являются носителями координат, поэтому необходимо обеспечить их сохранность и стабильность в течение длительного времени. Смещение центра приводит к его утере как носителя координат. Центры изготавливают из высокопрочных строительных материалов. Основание центра располагают ниже границы промерзания (оттаивания) грунта на 0,5-1 м. Для районов с однотипными физико-географическими условиями и грунтами разрабатывают центры, рассчитанные на длительный срок службы. В верхней части центра любого типа укрепляют чугунную марку, на ее сферической поверхности имеется отверстие – метка – диаметром 2 мм. К метке относят координаты и результаты измерений. Описание конструкций центров и методика их закладки в различных районах страны приведены в инструкции "Центры и реперы государственной геодезической сети СССР" (М.: Недра, 1973).

*Центр типа 1* (рис. 79, а) закладывают в южной зоне сезонного промерзания грунтов. Он состоит из железобетонного пилона сечением 16 x 16 см (или асбоцементной трубы диаметром 14-16 см, заполненной бетоном) и бетонного якоря диаметром 50 см и высотой 20 см при закладке бурением или размером 50x50x20 см при закладке в котлован. Глубина закладки – на 0,5 м ниже границы наибольшего промерзания грунта, но не менее 1,5 м от поверхности земли. Верхнюю часть центра – марку – располагают на уровне земной поверхности.

*Центр типа 2* (рис. 75, б) предназначен для всей зоны сезонного промерзания грунтов. Это железобетонная свая сечением 20x20 см, длиной 3 м для южной части сезонного промерзания, 4 м – для северной. Сваю забивают в грунт так, чтобы марка была на земной поверхности. В 1,5 м от центра в направлении на один из столбов наружного знака устанавливают железобетонный опознавательный столб с чугунной охранной плитой, обращенной в сторону центра. На плите надпись: "Геодезический пункт. Охраняется государством". Если верхняя часть центра выступает на 0,5-0,8 м над земной поверхностью (центры типа 7, 9, 10), то охранную плиту крепят непосредственно к центру.

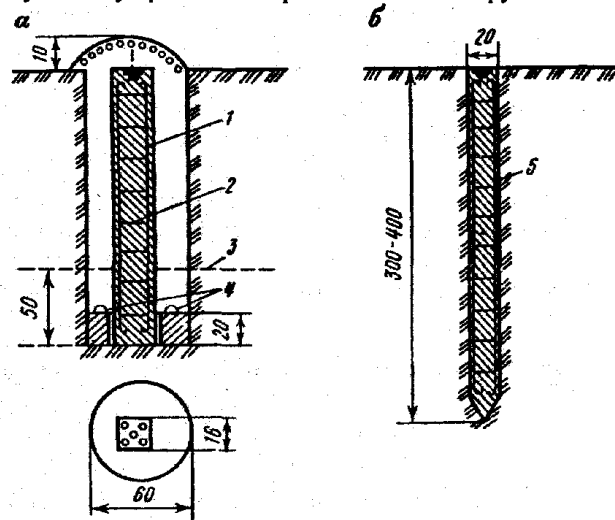


Рис. 79. Центры геодезических пунктов для районов с сезонным промерзанием грунтов:

а – тип 1; 2 – тип 2; 1 – арматура  $\varnothing$  10-12 мм; 2 – арматурные хомутки  $\varnothing$  5-6 мм; 3 – граница промерзания грунта; 4 – железные скобы; 5 – железобетонная свая



Для закрепления точек на несколько лет используют деревянные и железобетонные столбы, отрезки металлических труб, рельсов, дюбель-гвозди и т.п. обычно с якорем в нижней части и с четко обозначенной точкой в верхней части (рис. 80).

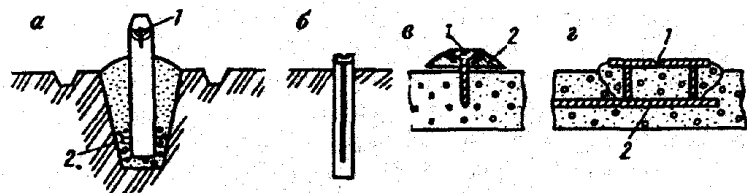


Рис. 80. Схемы закрепления точек на местности:

а – деревянный столб: 1 – гвоздь; 2 – якорь; б – железобетонный монолит; в – дюбель-гвоздь: 1 – отверстие, 2 – диск; г – керн на металлической пластине: 1 – керн, 2 – арматура

## 50. Вешение линий на местности

Вешением называют установку ряда вех на линии, соединяющей конечные точки отрезка, т.е. установку вех в створ. Вешение необходимо при измерении линий различными мерными приборами, при размещении точек в процессе выноса в натуру различных сооружений и т.п.

Используют несколько способов вешения.

1. **Вешение "на себя"**. Рабочий двигается от конечной точки В по указанию техника, который находится в начальной точке А (рис. 81,а) у прибора (теодолита), установленного над точкой А, или в точке А при вешении на глаз, с помощью бинокля, и устанавливает вехи 1, 2, 3, ... через 50-80 м в створе линии АВ. Рабочий до момента установки вехи держит ее в вытянутой в сторону руке, чтобы не закрывать собой уже установленные вехи.

2. **Продолжение отмеченной на местности линии АВ**. Вешение выполняет один человек, он устанавливает веху 1 так, чтобы она была в створе вешек А и В (рис. 81,б), затем устанавливает вешку 2 в створе вешек 1 и В и т.д.

3. **Вешение при отсутствии видимости между точками А и В**. В этом случае вешку  $C_1$  ставят примерно в створе линии АВ (рис. 81, в), привешивают линию  $C_1A$ , устанавливая в створе этой линии вешку  $D_1$ . После этого провешивают линию  $D_1B$ , устанавливая вешку  $C_2$ . Затем провешивают линию  $C_2A$ ,

устанавливая вешку  $D_2$  и так далее, пока вешки С и D не будут в створе линии АВ, т.е. когда вешки С и D не смогут быть передвинуты.

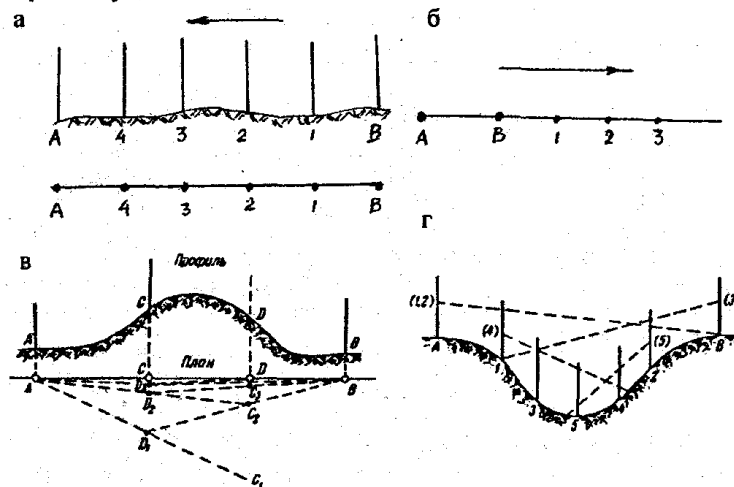


Рис. 81. Вешение линий

4. **Вешение через ложину**. Его выполняют попеременно с двух концов. На рис. 81, г в скобках указаны номера вех, которые выставляют вешением с данной точки. Вехи 1, 2 выставлены путем вешения по линии АВ так, чтобы отмеченная пунктиром линия визирования попала на верх вешек в точках 1 и 2. После этого с точки В на линии визирования В1 выставляют веху в точке 3 и, наконец, по линии визирования 1-3 веху 4 и по линии 2-4 веху 5.

## 51. Приборы для непосредственного измерения линий

Для непосредственного измерения отрезков линий используют ленты, рулетки, проволоки. Чаще всего применяют стальные ленты землемерные (ЛЗ) длиной 20, 24, 50 м, шириной 10-15 мм и толщиной 0,4-0,5 мм, к концам ленты прикреплены ручки. После измерений ленту наматывают на специальное кольцо (рис. 82,а). В комплект входят 6 или 11 шпилек.

Длина ленты равна расстоянию между штрихами 3 (рис. 82, б) на ее концах, против концевых штрихов имеются вырезы для шпилек, которыми лента закрепляется на поверхности земли при измерениях. На ленте специальными пластинами отмечены мет-

ры, круглыми заклепками – полуметры и отверстиями – дециметры. Отсчеты с точностью до сантиметров оценивают на глаз как десятые доли дециметра.

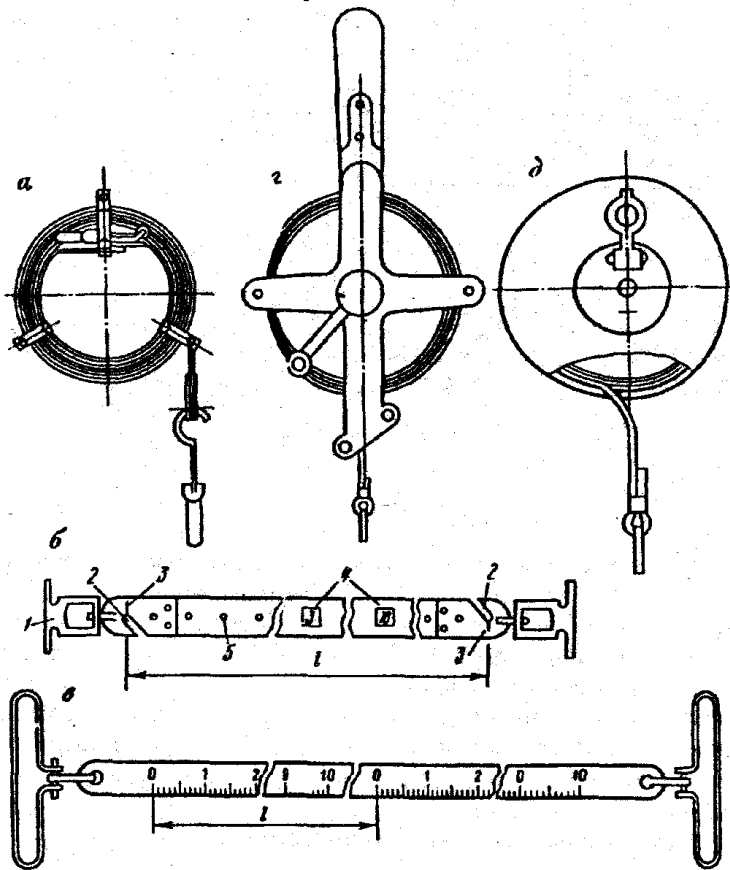


Рис. 82. Мерные ленты и рулетка:

*a* – лента на кольце; *б* – лента ЛЗ: 1 – вырезы для шпильки; 3 – штрихи ленты; 4 – пластинки с обозначением метров; 5 – дециметровые отверстия; *в* – шкалы ленты ЛЗЦ; *г* – стальная рулетка на крестовине; *д* – рулетка в футляре

Для измерения линий с более высокой точностью используют шкаловые ленты типа ЛЗШ длиной 20, 24 или 50 м (рис. 82, в). Концы этих лент имеют шкалы с миллиметровыми делениями (подписаны сантиметровые штрихи). Расстояние *l* между нулевыми делениями шкал равно длине ленты.

Кроме того, для измерения расстояний используют металлические рулетки на крестовине длиной 50, 75 и 100 м (рис. 82, г) с ценой деления 1 мм на первом дециметре и 10 мм – на других частях рулетки и металлические рулетки на вилке длиной 20, 30, 50 м. Для натяжения рулеток с силой 98Н используют пружинные динамометры. Используют также металлические и тесменные рулетки в футляре (рис. 82, д).

Для высокоточных линейных измерений применяют базисные приборы.

## 52. Базисный прибор

Базисный прибор используют для измерения базисов, базисных сторон триангуляции, длин линий в полигонометрии и при других высокоточных линейных измерениях. В комплект базисного прибора входит следующее.

1. Три – восемь 24-метровых инварных проволок (инвар – сплав 36% никеля и 64% стали, обладает малым коэффициентом линейного расширения  $\alpha=0,5 \cdot 10^{-6}$ ) круглого сечения диаметром 1,65 мм с инварными миллиметровыми шкалами длиной 8 см.
2. Инварная ленточка длиной 4–12 м – для измерения остатка линии, меньшего длины проволоки.
3. Два блочных станка с двумя гирями по 10 кг – для подвешивания и натяжения мерных проволок.
4. 30-40 базисных штативов с целиками – для фиксации концов проволоки в створе измеряемой линии.
5. Два оптических центрира (лот-аппарата) – для установки над центрами, определяющими концы секций линии (базиса).
6. Нивелир с 1,5-2-метровой рейкой – для определения превышений между смежными целиками.
7. Теодолит – для расстановки штативов в створе измеряемой линии.
8. Термометр-пращ – для измерения температуры воздуха.

В зависимости от требуемой точности измерения линий используют три типа базисных приборов (БП): БП-1 применяют для измерения базисов, базисных сторон и сторон полигонометрии 1 и 2 классов с точностью 1:1000000 – 1:250000, состоит из 7-8 тщательно подобранных инварных проволок с разными температурными коэффициентами линейного расширения; БП-2 – для измерения базисов, базисных сторон триангуляции и сторон полигонометрии 3 и 4 классов с точностью 1:200000 – 1:150000, имеют 5-6 проволок; БП-3, с тремя проволоками, – для измерения

линий в геодезических сетях сгущения с точностью 1:25000 – 1:5000.

За длину мерной проволоки принимают хорду  $l_0$  между нулями шкал, находящихся на одной высоте. Длина пролета – расстояние между целиками двух смежных штативов (рис. 83)

$$l = l_0 = (П - З), \quad (105)$$

где П, З – отсчеты по передней и задней шкалам проволоки.

При измерении проволоками необходимо учитывать действие различных факторов. Основными из них являются следующие.

Шкалы мерных проволок имеют разные высоты (рис. 84). Определив длину наклонной линии  $l_n$  и превышение  $h$  между целиками базисных штативов, из прямоугольного треугольника ABC

$$l = \sqrt{l_n^2 - h^2} = l_n \left( 1 - \frac{h^2}{l_n^2} \right)^{\frac{1}{2}} = l_n \left( 1 - \frac{h^2}{2l_n^2} - \frac{h^4}{8l_n^4} - \dots \right),$$

откуда поправки  $\Delta l_h$  за наклон пролета

$$\Delta l_h = l - l_n = -\frac{h^2}{2l_n} - \frac{h^4}{8l_n^3} - \dots, \quad (106)$$

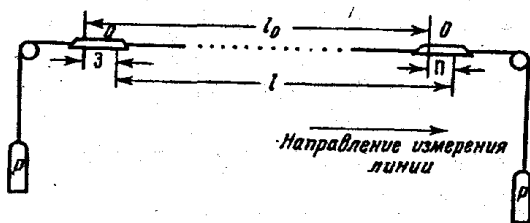


Рис. 83. Схема измерения расстояний подвесными мерными приборами

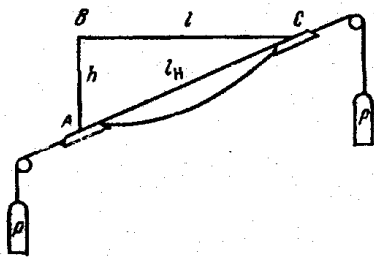


Рис. 84. К определению поправки в измеренное наклонное расстояние

а поправка за наклон пролетов для всей линии

$$\Delta s_h = \sum_{i=1}^n \Delta l_{h_i} \quad (107)$$

С учетом  $\Delta s_h$  длина линии  $s$  отнесена к поверхности со средней высотой  $H_m$ . Проектируя линию  $s$  на референц-эллипсоид, имеем

$$s_0 = s - \frac{H_m s}{R + H_m} = s + \Delta s_H; \quad \Delta s_H = -\frac{H_m s}{R + H_m} \quad (108)$$

Учет разности температур воздуха при измерении линии и компарировании мерного прибора. Длину  $l_0$  (см. рис. 83) определяют при компарировании, когда температура воздуха  $t_0$ , а линию измеряют при температуре  $t$  и вместо  $l_0$  получают длину хорды  $l_t$ . Поправку  $\Delta l_t$  в длину пролета вычисляют по формуле

$$\Delta l_t = a(t_{cp} - t_0) + \beta(t^2 - t_0^2), \quad (109)$$

где  $a, \beta$  – температурные коэффициенты. Для всей линии  $s$  поправка равна

$$\Delta s_t = a(t_{cp} - t_0)n + \beta \left( \sum_{i=1}^n t_i^2 - t_0^2 n \right), \quad (110)$$

где  $t_{cp}$  – средняя температура воздуха при измерении линии  $s$ ,  $n$  – число пролетов.

Рассмотренные факторы вносят максимальные искажения в длины измеряемых линий. При обработке высокоточных измерений линии кроме этих источников погрешностей учитывают такие факторы, как несимметрия цепной линии, наклон шкал мерных проволок, разность силы тяжести в местах измерения линии и компарирования проволоки и другие.

### 53. Нормальные меры и эталонирование проволок на компараторах

В нашей стране основным государственным эталоном единицы длины является платино-иридиевый метр № 28, с которым

сравнивают все *рабочие эталоны*. В 1960 г. XI Генеральная конференция по мерам и весам установила длину метра, равную 1650763,73 длинам волн излучения в вакууме оранжевой линии спектра изотопа криптона с атомным весом 86. В СССР эту длину метра приняли 1 января 1963 г. при переходе к Международной системе единиц СИ. Интерференционная установка, созданная во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии им. Д.И.Менделеева (ВНИИМ), позволяет сравнивать жезлы с эталонной длиной световой волны в 100 раз точнее, чем с платино-иридиевым прототипом метра.

Длины мерных проволок и лент определяют на геодезических компараторах. В нашей стране такие компараторы имеются в МИИГАиК и на заводе ЭМЗ ЦНИИГАиК (Москва), во ВНИИМ и Политехническом институте (Санкт-Петербург).

Оптико-механический геодезический компаратор смонтирован на девяти бетонных столбах, на которых установлены микроскоп-микрометры. Расстояние между соседними микроскоп-микрометрами равно примерно 3 м, между крайними – 24 м. Оси микрометров приводят в отвесное положение и размещают в одной плоскости. Образцовой мерой служит инварный трехметровый жезл, регулярно сравниваемый с рабочим эталоном – трехметровым платиновым жезлом  $H_{15}$ , хранящимся во ВНИИМ. Перемещая инварный жезл на тележке по рельсовому пути, установленному на бетонных столбах, определяют расстояние между осями соседних микроскопов, сумма этих расстояний равна длине геодезического компаратора. Затем при помощи крайних микроскопов определяют длины мерных проволок и лент путем их сравнения с длиной компаратора.

В зависимости от требуемой точности компарирование выполняют различным числом приемов. Каждый прием состоит из определенной длины компаратора, сравнения длин проволок с длиной компаратора и повторного определения длины компаратора. Все измерения выполняют в прямом и обратном направлениях. Температурные коэффициенты определяют электронгревом. В результате компарирования выдается свидетельство, в котором приведено уравнение проволоки при температуре  $+20^{\circ}\text{C}$  и другие сведения. Средняя квадратическая ошибка определения длин наиболее точных 24-метровых инварных проволок равна 10-15 мкм.

Приборы невысокой точности периодически в процессе работы компарируют путем четырехкратного измерения полевого компара-

тора длиной 120 или 240 м, разбиваемом на ровной местности с устойчивым грунтом. Концы полевого компаратора закрепляют грунтовыми знаками, длину компаратора определяют из шестикратного измерения двумя инварными проволоками.

Изменения длины мерного прибора между смежными компарированиями не должны выходить за пределы установленного для данного класса работ допуска.

Поправку  $\Delta l_k$  за компарирование определяют по формуле

$$\Delta l_k = (D_p - D_k) / n,$$

где  $D_k$  – длина компаратора;  $D_p$  – длина компаратора, измеренная рабочим мерным прибором;  $n$  – число откладывания мерного прибора в длине компаратора.

Если длина измеряемой линии меньше длины мерного прибора, то с помощью контрольной (женевской) линейки с ценой деления 0,2 мм определяют длину каждого метра и таким образом определяют поправки за компарирование каждого метра мерного прибора.

Поправка за компарирование в длину измеренной линии

$$\Delta D_k = (\Delta l_k / l_0) D_{cp}.$$

Знак поправки определяется знаком  $\Delta l_k$ , т.е. имеет знак плюс, если лента длиннее ее номинальной длины  $l_0$ , и знак минус, если лента короче  $l_0$ .

#### 54. Измерение линий мерными приборами

Перед измерением обозначенную вехами по створу линию выравнивают, устраняя препятствия и неровности грунта. Измерения выполняют задний и передний мерщики. Задний мерщик закрепляет шпилькой вырез ленты у начального штриха, фиксирует ногой полотно ленты перед шпилькой, рукой показывает направление перемещения переднего мерщика для укладки ленты в створе линии. Натянув ленту по створу, передний мерщик закрепляет шпилькой вырез ленты у конечного штриха и сообщает об этом заднему мерщику. А после этого задний мерщик вынимает из грунта шпильку, передний снимает ленту со шпильки (шпилька остается воткнутой в грунт) и оба с лентой идут по линии. Задний мерщик, дойдя до оставленной передним мерщиком шпильки, закрепляет на ней ленту и направляет переднего по створу линии, который, натянув ленту, втыкает вто-

рую шпильку, сообщает об этом заднему мерщику, и процесс измерения продолжается аналогичным способом.

Передний мерщик, воткнув последнюю, шестую, шпильку, берет у заднего мерщика 5 шпилек, задний мерщик в журнале измерений отмечает передачу шпилек. В конце линии измеряют остаток  $r$  между шпилькой и конечной точкой линии. Длину  $D$  линии определяют по формуле

$$D=100k+20(n-1)+r,$$

где  $k$  – число передач,  $n$  – число шпилек у заднего мерщика.

При измерении отрезков рулеткой конечные ее штрихи отмечают на местности тонкими гвоздями, а на твердом покрытии – прочерчиванием тонких линий.

При высокоточных измерениях расстояний полевые работы состоят из следующих этапов:

1. **Подготовительные работы.** В створе измеряемой линии срубают деревья, кусты, при необходимости строят настилы и переходные мостки, обеспечивая в результате видимость, проходимость по трассе и устойчивость штативов во время измерений.

2. **Предварительное вешение.** С помощью теодолита, установленного над центром пункта, в створе трассы через 2-3 км расставляют вехи.

3. **Детальное вешение** заключается в забивке колышков в створе линии через 200-300 м.

4. **Расстановка штативов.** На концах линии устанавливают штативы с оптическими центрирами. После центрирования на подставку оптического центрира устанавливают теодолит и выполняют с его помощью вешение "на себя" всех штативов с навинченными на их головках целиками. Расстояние между штативами, равное  $24 \text{ м} \pm (1-3)$  см, измеряют тросом или стальной рулеткой. Штативы расставляют по секциям длиной от 0,5 до 1 км и нумеруют последовательно в одном направлении, начиная с нулевого. Концы секции закрепляют временными центрами – обрубками сухого дерева толщиной 10-15 см и длиной 0,3-0,4 м, его верхний срез устанавливают ниже поверхности земли на 10-15 см. На каждом штативе, которым заканчивается секция, над временным центром устанавливают оптический центрир, в верхний срез центра в точке его пересечения с вертикальной осью центрира забивают гвоздь с большой шляпкой, на которой нарезают два взаимно перпендикулярных штриха, фиксирующих центр временного знака.

5. **Нивелирование целиков.** С одной станции нивелируют более шести штативов, расстояние от прибора до штативов не должно превышать 60 м. Нивелируют по секциям: в прямом направлении до, в обратном – после измерения линий. Отсчеты по двусторонней рейке длиной 1,5 – 2 м, установленной на целик штатива, берут по обеим сторонам рейки. Расхождения превышений между соседними целиками, вычисленных по черной и красной сторонам, не должны превышать 3 мм для пролетов с превышением менее 1 м, 2 мм – для пролетов с превышением более 1 м, 1 мм – для коротких пролетов. Выполняют привязку к нивелирной сети.

6. **Линейные измерения.** До начала измерений проволоку снимают с барабана и 15-20 мин держат на весу. Она не должна касаться земли и подвергаться резким натяжениям и ударам. Для натяжения проволоки используют гири весом 10 кг или пружинный динамометр, прикрепленный к проволоке и к багру. Порядок измерения длины пролета: 1) проволоку разворачивают так, чтобы отсчеты по шкалам увеличивались в направлении измерения линии; 2) натянутую гириями проволоку устанавливают так, чтобы ее шкалы находились над целиками смежных штативов; 3) по команде переднего счетчика одновременно берут три пары отсчетов по шкалам с точностью до 0,1 мм при сдвигении проволоки на 1-2 см между каждой парой отсчетов. Первым результаты дает передний счетчик. Колебания трех разностей (П-3) не должны превышать допуска, установленного инструкцией.

Перед измерением секции в обратном направлении наблюдатели вместе с блочными станками меняются местами. Проволоку разворачивают, чтобы подписи на шкалах увеличивались по направлению хода. По результатам прямого и обратного измерения секции в полевых условиях вычисляют длину секции по каждой проволоке и вводят поправки за температуру и компарирование. Расхождения длин секций по каждой проволоке не должны превышать  $(4\sqrt{L})$  мм, где  $L$  – длина секции в километрах.

#### Камеральная обработка

Результаты линейных измерений обрабатывают в следующем порядке.

1. Проверяют правильность вычисления превышений между целиками. За окончательное принимают среднее из превы-

шений, определенных по черным и красным сторонам в прямом и обратном ходах. Затем по формулам (106), (107) вычисляют поправки за превышение целиков штативов по каждой секции и по всей линии.

2. По материалам привязки к нивелирной сети вычисляют высоты центров и по формуле (108) вычисляют поправку за переход на поверхность референц-эллипсоида.

3. Проверяют правильность вычисления разностей  $(П-З)$ , их средних значений, находят  $\sum(П-З)$  по секциям для каждой проволоки, исключая остатки.

4. Для каждой секции находят среднюю температуру  $t_{cp}$ ;  $\sum_{i=1}^n t^2 = nt_{cp}^2$  и по формуле (110) определяют  $\Delta_{S_i}$ .

5. Вычисляют длину секции по результатам измерения каждой проволокой:

$$D' = nl_0 + \sum(П-З) + \Delta_{S_i} \quad (111)$$

и  $D'_{cp}$  – среднее из длин секций по каждой проволоке.

5. Вычисляют длину коротких пролетов (остатков) по формуле

$$r = \sum_{i=1}^m (d_i + \Delta_{0_i} + \Delta_{t_i} + \Delta_{h_i}), \quad (112)$$

где  $m$  – число остатков,  $d_i$  – измеренная длина остатка;  $\Delta_{0_i}, \Delta_{t_i}, \Delta_{h_i}$  – поправки за компарирование ленточки, за температуру и превышение между целиками, вычисляемые по формулам

$$\Delta_{0_i} = \Delta_0 \frac{d_i}{d_0}, \Delta_{t_i} = \frac{d_i}{d_0} \left[ \alpha(t - t_0) + \beta(t^2 - t_0^2) \right]; \Delta_{h_i} = -\frac{h^2}{2d_i} - \frac{h^4}{8d_i^3}, \quad (113)$$

в которых  $d_0$  – длина инвариантной ленточки;  $\Delta_0$  – поправка за компарирование.

6. По формуле (108) вычисляют поправку  $D_{S_{II}}$  за проектирование на поверхность референц-эллипсоида.

7. Определяют длину линии по формуле

$$D = nl_0 + \sum(П-З) + \Delta_{S_i} + \Delta_{h_i} + r + \Delta_{S_{II}}, \quad (114)$$

если  $m/D \geq 1/500000$ . При определении длин с более высокой точ-

ностью вводят поправки за несимметрию цепной линии, за наклон шкал, за изменение силы тяжести.

Оценка точности измерения линий

Относительная средняя квадратическая ошибка  $m/D$  не должна превышать ее допустимого значения. С учетом влияния основных источников ошибок

$$m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2 + m_5^2 + m_6^2}. \quad (115)$$

Входящая в эту формулу средняя квадратическая ошибка собственно измерения линии  $m_1 = m/\sqrt{N}$ , где  $m = \sqrt{[v^2]/(N-1)}$ ,  $v_i = (D_i - D_{cp})$  – отклонение результатов измерения отдельной проволокой от среднего значения  $D_{cp}$ ;  $N$  – число проволок.

Средняя квадратическая ошибка  $m_2$  из-за неточности нивелирования целиков штативов может быть получена как средняя квадратическая ошибка функции (107) с учетом первого слагаемого формулы (106). В результате имеем

$$m_2 = m_h \sqrt{2\Delta_{S_h} / l}, \quad (116)$$

где  $m_h$  – средняя квадратическая ошибка определения превышения между соседними целиками;  $\Delta_{S_h}$  – поправка за наклон.

Средняя квадратическая ошибка  $m_3$ , возникающая вследствие неточного определения температурных коэффициентов, определяется по формуле

$$m_3 = \left[ 0,6 \left( t_{cp} - t_0 \right) n \right] \text{ мкм}, \quad (117)$$

где  $n$  – число пролетов во всей линии.

Изменение длины жезла приводит к

$$m_4 = (4,8 n) \text{ мкм}, \quad (118)$$

где  $n$  – число уложений мерного прибора.

Изменение длин проволок дает

$$m_5 = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{\Delta^2}{N}}, \quad (119)$$

где  $\Delta = (l'_0 - l''_0)$  – разность длин проволок при первом и втором компарировании;  $N$  – число проволок, которыми измерялась линия.

Неточное определение температуры проволок приводит к

$$m_6 = (na) \text{ мкм}. \quad (120)$$

Точность измерения мерной лентой зависит от характера местности и грунта, остаточных погрешностей определения поправок за компарирование  $\Delta D_K$ , за наклон линии  $\Delta D_V$ , за температуру  $\Delta D_T$ , от неточного укладывания ленты в створе, от искривления ленты в горизонтальной и вертикальной плоскостях, от неодинакового натяжения ленты при измерении линий и компарировании и т.п. Если  $m_e$  – средняя квадратическая ошибка одного отложения мерного прибора, то средняя квадратическая случайная ошибка измерения отрезка ( $n$  отложений мерного прибора)

$$m_D = m_e \sqrt{n}.$$

Точность измерения длин линий характеризуют относительной ошибкой  $f_{отн}$ , допустимое значение которой равно 1:3000 при благоприятных условиях (плотный грунт, ровная местность), 1:2000 – при средних условиях, и 1:1000 – при неблагоприятных условиях измерений (песчаная почва, заболоченная местность и т.п.).

Для повышения точности конечного результата и контроля измерений длины линий измеряют в прямом и обратном направлениях. Разность  $\Delta D = D_{пр} - D_{обр}$  и отношение  $\frac{\Delta D}{D} = f_{отн}$

$\sqrt{2}$  раз больше ошибок прямого и обратного измерений, поэтому допустимые значения  $f_{отн}$  будут равны 1:2000, 1:1500 и 1:800 для отмеченных выше условий соответственно. За окончательное принимают среднее значение

$$D_{ср} = 0,5(D_{пр} + D_{обр}).$$

Используя формулу средней квадратической ошибки функции измеренных величин, имеем

$$M_{ср} = \frac{1}{2} \sqrt{m_{пр}^2 + m_{обр}^2}.$$

При  $m_{пр} = m_{обр} = m_D$  находим

$$M_{ср} = M_D / \sqrt{2},$$

т.е. среднее из прямого и обратного измерений будет в  $\sqrt{2}$  точнее, чем каждое из этих измерений.

Согласно СНИП 3.01.03-84 на строительных объектах требования к точности линейных измерений зависят от типа и характера

сооружений: для земляных сооружений относительная ошибка не должна превышать 1:1000, для 5-этажных зданий – 1:2000, для зданий от 5 до 16 этажей – 1:5000 и зданий выше 16 этажей – 1:10000.

### 55. Определение недоступных для непосредственного измерения длин линий

Положим, необходимо определить длину линии  $AB=d$  (рис. 85), которую непосредственно измерить невозможно из-за препятствия между конечными точками линии (река, овраг, постройки и т.п.). В этом случае измеряют базисы и углы  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_6$ . Если в треугольниках измерены все три угла, то сумма их должна равняться  $180^\circ$ , отклонение от этой величины называют **угловой невязкой**

$$f_{\beta_1} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 180^\circ,$$

$$f_{\beta_2} = \beta_4 + \beta_5 + \beta_6 - 180^\circ.$$

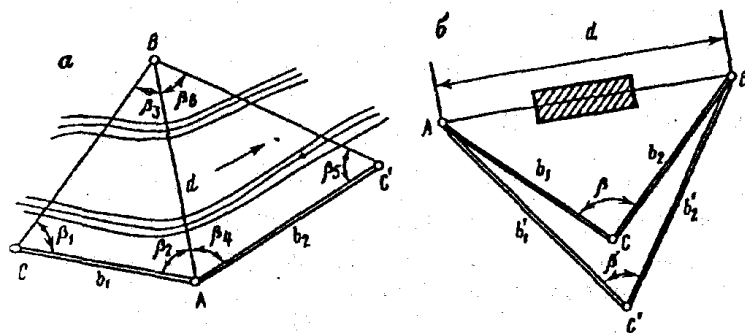


Рис. 85 Схемы определения недоступных расстояний

При выполнении работ технической точности предельное значение невязки не должно быть более

$$\text{доп. } f_{\beta} = 1' \sqrt{3} \approx 1,7'.$$

Если невязка не превышает допустимого значения, то ее распределяют поровну с обратным знаком, т.е. в каждый угол треугольника вводят поправку

$$\Delta \beta = -\frac{f_{\beta}}{3},$$

исправленные углы

$$\beta_{испр.} = \beta_{изм.} + \Delta\beta.$$

После введения поправок в треугольнике  $\sum \beta_{испр.}$  должна равняться  $180^\circ$ .

Решая треугольники ABC и ABC' (см. рис. 85) по теореме синусов находим

$$d' = (b_1 \sin \beta_{1\text{ испр.}}) / \sin \beta_{3\text{ испр.}}$$

и

$$d'' = (b_2 \sin \beta_{5\text{ испр.}}) / \sin \beta_{6\text{ испр.}}$$

При измерении базисов с относительной ошибкой 1:2000 разность  $\frac{d' - d''}{d_{ср.}}$  не должна превышать 1:1500. если ошибками

измерения углов из-за их малости можно пренебречь. За окончательное принимают

$$d_{ср.} = 0,5(d' + d'').$$

Если между точками A и B видимость отсутствует, то расстояние  $d$  (рис. 85 б) после измерения на местности базисов  $b_1, b_1', b_2, b_2'$  и углов  $\beta$  и  $\beta'$  по теореме косинусов получаем

$$d = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 - 2b_1 b_2 \cos \beta};$$

$$d' = \sqrt{b_1'^2 + b_2'^2 - 2b_1' b_2' \cos \beta'}.$$

Если разность  $\Delta d = d - d'$  не превышает допустимого значения, то за окончательное принимают среднее значение из  $d$  и  $d'$ .

### 56. Косвенные методы измерения расстояний

Кроме непосредственного определения расстояний широко используют косвенные методы, связанные с измерением в геодезических построениях углов и линий и определения из этих построений искомым отрезков (аналитические методы). Примером может служить рассмотренное в предыдущем пункте определение неприступного расстояния.

Инструментальные методы связаны с использованием световых и радиодальномеров, оптических дальномеров, в которых известны параллактический угол  $\beta$  и противолежащий ему базис  $b$ . В равнобедренном треугольнике ABF (рис. 86)

$$D = b / \left( 2 \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right);$$

так как угол  $\beta$  обычно не превышает  $2^\circ$ , то можно считать

$$D = \frac{\rho b}{\beta}.$$

Одну величину в этой формуле ( $b$  или  $\beta$ ) принимают постоянной, а другую изменяют, поэтому имеются дальномеры с постоянным углом  $\beta$  и дальномеры с постоянным базисом  $b$ . В дальномерах с постоянным базисом углы  $\beta$  измеряют с помощью специальных оптических устройств, а при постоянном угле  $\beta$  базис измеряют путем отсчитывания его значения по рейкам, установленным вертикально или горизонтально.

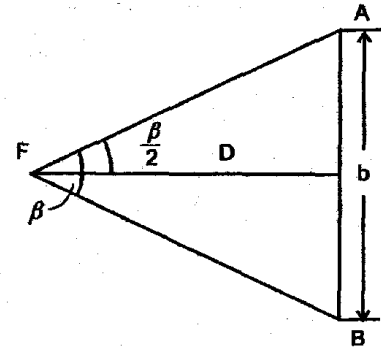


Рис. 86. Определение расстояния оптическим дальномером

### 57. Нитяной дальномер

Нитяной дальномер имеется в зрительных трубах теодолитов, нивелиров, кипрегелей. На сетке нитей имеются параллельные горизонтальные нити: одна проходит через центр сетки нитей, а две другие – симметрично средней нити – дальномерные, на рис. 87 эти нити проходят через точки  $a$  и  $b$  перпендикулярно плоскости рисунка. Расстояние  $p$  между этими нитями постоянно.

Из геометрической оптики известно, что лучи AF и BF от рейки, установленной в точке N, пройдя через фокус F объектива и преломившись в объективе, далее идут параллельно оптической оси KF. Из подобных треугольников ABF и  $a'b'F$  имеем

$$\frac{D_1}{n} = \frac{f}{p},$$

откуда

$$D_1 = \frac{fn}{p} = Kn,$$

где  $K = \frac{f}{p}$  – коэффициент дальномера, постоянный для данного прибора.



На рис. 87 расстояние  $D$  от оси вращения прибора, установленного над точкой  $M$ , до рейки, установленной в точке  $N$ ,

$$D = D_1 + f + \delta = Kn + c, \quad (121)$$

где  $c = f + \delta$  — постоянная нитяного дальномера.

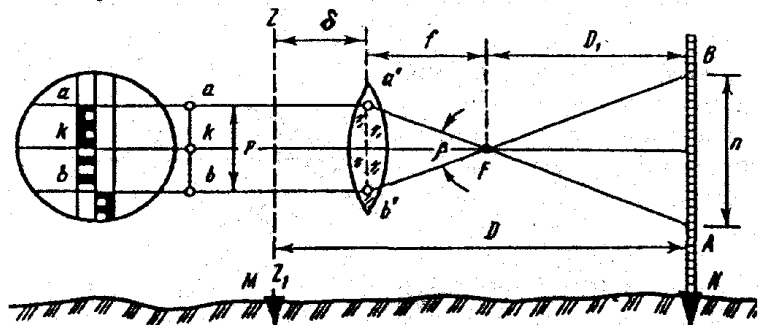


Рис. 87. Схема определения расстояний нитяным дальномером

В трубах с внутренней фокусировкой эквивалентное фокусное расстояние изменяется в зависимости от длины измеряемой линии, но эти изменения небольшие, поэтому полагают

$$K = 100 + \Delta K.$$

Тогда

$$\Delta D = \Delta Kn + c,$$

а

$$D = 100n + \Delta D. \quad (122)$$

Поправку  $\Delta D$  определяют путем измерения нитяным дальномером различных известных горизонтальных расстояний ( $\Delta D = D - 100n$ ).

По результатам измерений составляют таблицу или строят график зависимости  $\Delta D$  от расстояния  $D$ . Значение  $\Delta D$  невелико, поэтому при решении многих задач его не учитывают, в этом случае

$$D = Kn = 100n. \quad (123)$$

При  $K = 100$  параллактический угол  $\beta = 34,38'$ . В качестве дальномерных используют рейки для технического нивелирования с сантиметровой ценой деления.

## 58. Определение горизонтальных проложений наклонных расстояний, измеренных нитяным дальномером

Формула (121) получена для случая, когда визирная ось зрительной трубы перпендикулярна рейке  $p'$ . В общем случае визирная ось  $MN$  имеет с вертикальной рейкой  $p$  угол, который отличается от прямого на угол наклона  $v$ , и разность отсчетов по рейке равна  $n'$  (рис. 88).

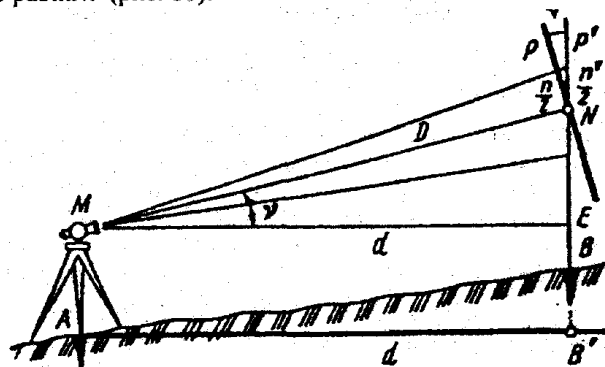


Рис. 88. Схема определения горизонтальных проекций расстояний при помощи нитяного дальномера

Значение

$$n = n' \cos v.$$

Подставляя  $n$  в формулу (121), находим

$$MN = Kn' \cos v + c,$$

а

$$d = MN \cos v = Kn' \cos^2 v + c \cos v.$$

Не учитывая малую величину  $c \cos v$  и принимая  $Kn' = D$ , имеем

$$d = D \cos^2 v = D + D \cos^2 v - D = D - D(1 - \cos^2 v) = D - D \sin^2 v.$$

Принимая  $\Delta D_v = -D \sin^2 v$ , получаем

$$d = D + \Delta D_v,$$

где  $\Delta D_v$  — поправка, имеющая всегда отрицательный знак.

Для определения средней квадратической ошибки изменения расстояния  $D$  по формуле (123), используя формулу средней квадратической ошибки функции измеренных величин, имеем

$$m_D = Km_n.$$

Поделив левую часть полученной формулы на  $D$ , а правую на  $Kn=D$ , находим

$$\frac{m_D}{D} = \frac{m_n}{n}. \quad (124)$$

Экспериментально установлено, что при  $D=100\text{м}$  средняя квадратическая ошибка отсчета  $m_n = 0,25\text{см}$ . Подставляя эти значения в формулу (124) и учитывая  $n=100\text{см}$ , имеем

$$\frac{m_D}{D} = \frac{0,25}{100} = \frac{1}{400}.$$

На измеряемое нитяным дальномером расстояние кроме ошибки отсчета влияют ошибки внешней среды, инструментальные погрешности и т.п., поэтому принимают

$$\frac{m_D}{D} = \frac{1}{300}.$$

### 59. Дальномеры двойного изображения

Имеются дальномеры двойного изображения с постоянным параллактическим углом (ДНР-5) и постоянным базисом (ДН-8, Д-2). В дальномерах с постоянным параллактическим углом половину объектива (рис. 89) закрывает насадка с оптическим клином. Луч, проходящий через открытую часть объектива, будет прямолинейным, а идущий через оптический клин отклоняется на угол  $\beta$ . В зрительной трубе будет два изображения одной и той же точки ( $a$  и  $a_1$ ) на расстоянии  $aa_1 = n$ .

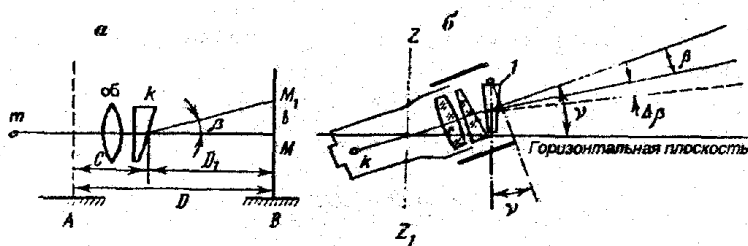


Рис. 89. Схемы дальномеров:

а – двойного изображения; б – редуционного ДНР-5

Расстояние  $D_1$  от рейки до оптического клина (см. рис. 89)

$$D_1 = nctg\beta,$$

а расстояние  $D$  от рейки до оси вращения прибора

$$D = D_1 + c = nctg\beta + c.$$

Оптические клинья рассчитывают так, чтобы вершина параллактического угла  $\beta$  совпала с осью вращения прибора. При этом  $C=0$ . Так как  $ctg\beta$  величина постоянная, то, принимая  $K=ctg\beta$ , имеем

$$D = Kn = 100n.$$

Дальномерная насадка ДНР-5 на зрительную трубу с наружным диаметром 46 мм используется с теодолитами Т-5 и Т-15, для теодолита Т-30 дальномерную насадку укрепляют на объектив трубы с помощью переходного кольца.

В комплект прибора входят две дальномерные рейки разной длины с ценой деления 1 см, их устанавливают на штатив вертикально с помощью уровня. Оптический клин 1 (рис. 89,б) свободно подвешен в корпусе насадки, при наклоне зрительной трубы отсчет по дальномерной рейке изменяется и автоматически приводится к горизонтальному положению. ДНТ-5 позволяет измерять расстояния от 20 до 200 м со средней квадратической ошибкой 1:2000.

В дальномерах двойного изображения с переменным углом и постоянным базисом измерение параллактического угла  $\beta$  выполняется линзовым компенсатором измерительных и установочных линз. Насадка ДН-8 (рис. 90) имеет дальномерное устройство 5, закрепляемое на объективную часть теодолита винтом 3, шкаловой микроскоп 2 – для отсчитывания по шкале.

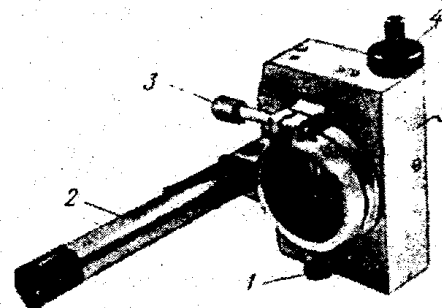


Рис. 90. Насадка ДН-8.

Установочные линзы перемещаются наводящим винтом 1, а измерительные – винтом 4. В комплект входят две дальномерные

рейки в виде штанг с жестко закрепленными марками, с базой 1018 и 550 мм. Рейки укрепляют на штативе и устанавливают перпендикулярно к направлению визирной оси с помощью специального визира, а в горизонтальном положении – с помощью уровня.

Расстояние  $D$ , учитывая малый угол  $\beta$ , определяется по формуле

$$D = b \operatorname{ctg} \beta + c = \frac{bp}{\beta} + c = \frac{K}{\beta} + c,$$

где  $c$  – постоянная дальномера,  $p$  и  $\beta$  – в секундах дуги.

Для определения горизонтального проложения определяют угол наклона  $\nu$  при наведении перекрестия нитей на середину рейки. ДН-8 позволяет определять расстояние с относительной ошибкой 1:1200 – 1:1500.

Дальномер Д-2 используют для измерения расстояний по горизонтальной или вертикальной рейке длиной 2 м. Для измерения параллактического угла применяют оптический комбинированный компенсатор из клина и линзы. Клиновой компенсатор дает постоянную часть  $\beta_k$  параллактического угла, а линзовый – переменную  $\beta_n$  часть этого угла, в итоге  $\beta = \beta_k + \beta_n$ . Для определения угла наклона, необходимого для вычисления горизонтального проложения, имеется вертикальный круг. Д-2 позволяет определять расстояние от 40 до 400 м со средней квадратической ошибкой 1:5000.

#### 60. Краткие сведения о методах измерения расстояний при помощи электромагнитных волн

В настоящее время линии измеряют в основном электронными приборами – свето- и радиодальномерами, заменившими трудоемкие измерения базисными приборами. Принцип измерения расстояний этими приборами заключается в определении времени и скорости распространения электромагнитных волн (ЭМВ) вдоль трассы измеряемой линии. Расстояние  $D$  определяется по формуле

$$D = v\tau / 2 + \delta, \quad (125)$$

где  $v$ ,  $\tau$  – скорость и время распространения ЭМВ вдоль линии  $D$  в прямом и обратном направлениях,  $\delta$  – постоянная приборная поправка. Информацию о времени  $\tau$  распространения ЭМВ получают с помощью свето- и радиодальномеров, а скорость

$$v = c/n \quad (126)$$

определяют по известной скорости  $c$  света в вакууме и коэффициенту преломления  $n$ , который находят по результатам метеорологических измерений. В дальномерах измеряют или непосредственно  $\tau$ , или величины, функционально связанные с  $\tau$ . Сущность всех методов измерения расстояний состоит в сравнении одного и того же, связанного с электромагнитным излучением, физического параметра до и после прохождения ЭМВ измеряемой трассы прямо и обратно. Для этого на одном конце измеряемой линии устанавливают передатчик и приемник, а на другом – отражатель. Один и тот же сигнал от передатчика направляется по двум путям: непосредственно в приемник, и в него же через измеряемую трассу. Первый путь называют опорным каналом, или трактом, а идущий по этому пути сигнал – опорным сигналом. Второй путь создает дистанционный (измерительный) канал, а приходящий от отражателя сигнал называют дистанционным, или измерительным, сигналом. В приемнике опорный и дистанционный сигналы сравниваются по параметру, выбор которого определяет метод измерения расстояния:

- 1) *временной*, связанный с импульсным излучением и измерением времени прохождения импульсом измеряемой трассы прямо и обратно;
- 2) *интерференционный*, использующий результаты интерференции опорной и отраженной волн непрерывного излучения без модуляции;
- 3) *фазовый*, в котором используют непрерывное или импульсное излучение с модуляцией гармоническим сигналом или непрерывное излучение без модуляции; измеряют разности фаз излучаемых и принимаемых колебаний на модулирующей или несущей частоте;
- 4) *частотный*, в котором применяют непрерывное или импульсное частотно-модулированное излучение, измеряют разности мгновенных частот, излучаемых и принимаемых колебаний.

Наиболее распространенным методом в геодезии является фазовый, позволяющий измерять расстояния от десятков метров до десятков (в радиодиапазоне – до сотен) километров. Практически во всех свето- и радиодальномерах и в большинстве радиогеодезических систем используют фазовый метод. Поэтому рассмотрим этот метод подробнее.

## 61. Фазовый метод измерения расстояний. Светодальномеры и радиодальномеры

Передачик излучает гармонические колебания частоты  $f$ , которые проходят трассу  $D$  до отражателя и обратно и поступают на приемник со сдвигом фаз  $\varphi = 2\pi f\tau = 2\pi f \cdot 2D/v$ . Подставляя в формулу (125)  $\tau = \varphi / 2\pi f$ , имеем

$$D = \frac{v}{2f} \frac{\varphi}{2\pi} + \delta; \quad (127)$$

и сдвиг фаз равен

$$\varphi = 2\pi N + \Delta\varphi, \quad (128)$$

где  $N$  – целое число фазовых циклов ( $\lambda/2$  – фазовый цикл);  $\Delta\varphi$  – разность фаз от 0 до  $2\pi$ , измеряемая фазометром;  $N$  определяют по результатам измерения  $\Delta N$  на двух или нескольких фиксированных частотах. Подставляя  $\varphi$  из (128) в (127), находим основное уравнение фазовой дальнометрии

$$D = \frac{v}{2f} \left( N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) + \delta = \frac{\lambda}{2} (N + \Delta N) + \delta, \quad (129)$$

где  $\lambda = v/2f$  – длина волны при частоте  $f$ ;  $\Delta N = \Delta\varphi/2\pi$  – дробная часть фазового цикла ( $0 < \Delta N < 1$ ). Входящую в (129)  $f$  называют масштабной (измерительной) частотой.

Если в дальномере частота колебаний может изменяться плавно, то используют такую частоту, при которой разность фаз между принятым и отправленным сигналами точно равна целому числу фазовых циклов. В этом случае

$$D = \frac{v}{2f} N + \delta, \quad (130)$$

где  $N$  находят из измерений на двух или нескольких частотах.

Согласно ГОСТу 19223-82 в нашей стране в названиях светодальномеров после буквы С – светодальномер – используют индексы: Г – геодезические, Т – топографические, П – для прикладной геодезии. Цифры после буквенного обозначения указывают дальность действия прибора. Например, СТ-5 – светодальномер топографический, измеряющий расстояние до 5 км.

В современных светодальномерах управление, вычисление и контроль выполняются микропроцессором по заданной про-

грамме. Измерение расстояний таким светодальномером состоит в установке над пунктами светодальномера и отражателя, наведении светодальномера на отражатель и нажатии кнопки "пуск". Измерения выполняют в течение нескольких секунд.

В фазовом светодальномере (рис. 91) световой поток проходит через модулятор, управляемый напряжением от генератора стабильной частоты, на выходе из модулятора он модулирован на амплитуде с частотой, равной частоте генератора. Оптическая система собирает световой поток и направляет его на отражатель, установленный на конце измеряемой линии, от отражателя он поступает на фотоприемник, в котором световая энергия преобразуется в электрическую и после усиления и преобразования поступает на фазометр. На него же поступает сигнал от генератора, т.е. на фазометр поступают два сигнала одинаковой частоты, но различной фазы, разность фаз зависит от длины измеряемой линии.

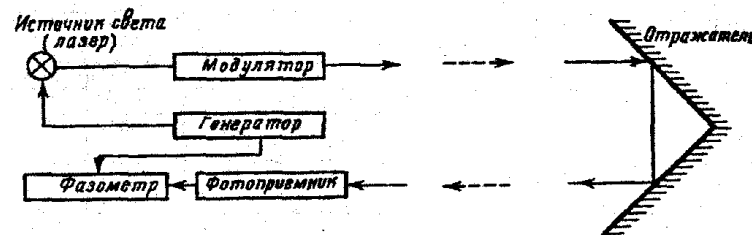


Рис. 91. Схема фазового светодальномера

Для контроля и повышения точности в светодальномерах имеется оптическая линия короткого замыкания, используемая как контрольное расстояние. Длина волны масштабной частоты генератора значительно меньше измеряемого расстояния, поэтому разность фаз гораздо больше  $360^\circ$ , а фазометр измеряет величину от 0 до  $360^\circ$ . Возникающую неоднозначность, как уже отмечалось, решают путем измерения расстояния на нескольких частотах генератора стабильной частоты. Точность светодальномеров зависит от стабильности и величины масштабной частоты генератора, точности фазоизмерительного блока, мощности светового потока и других факторов.

В табл. 19 приведены основные характеристики некоторых светодальномеров.

Таблица 19

Свето-дальнономер	Страна – изготовитель	Дальность действия, км	Точность мм+мм/км	Потребляемая мощность, Вт	Основная частота модуляции, МГц	Масса прибора, кг
"Гранат"	б. СССР	20	5+2	40	30	15
CF-3	б. СССР	20	4+1	400	6,7-10	120
Геодиметр 600	Швеция	40	5+1	26	30	15
Рейнджмастер III	США	60	3+1	120	15	27
СТ-5	б. СССР	5	5+5	5	15	4
Геодиметр 122	Швеция	3	5+5	5	15	2,8
Геодиметр МА	То же	6-15	5+5	24	15	2,5
Дистомат D 120	Швейцария	9-14	5+1	5	4,5	3,7
С1-450	США	3	5+5	9	15	2,6
DM-503	Швейцария	5	3+3	11	15	1,6
Eldi 2	б. ФРГ	3	5+2	5	15	4,2
Авторейнджер III	США	4	5+2	10	15	2,4
RED 2	Япония	5	5+5		15	2,0
RED MINI	то же	0,8	5+5	3	15	0,9
МСД1М	б. СССР	0,5	2+5	2,5	150	9
ДК 001	То же	0,6	0,8+1,5	25	750	8+10
ДВСД 1200	-//-	0,25	0,05+0,2	90	1200	27
Межометр ME 300	Швейцария	3	0,2+1	16	500	18,7
Теллуrometer MA100	Великобритания	2	1,5+2	15	75	17

В радиодальномерах в качестве несущей частоты используют обычно 3-сантиметровые электромагнитные волны, а вместо используемого в светодальномерах пассивного отражателя – активный ответчик. На концах измеряемой линии устанавливают ведущую и ведомую станции, которые часто делают взаимозаменяемыми. При измерении обе станции работают как активные радиозлектронные устройства, результат измерения получают на ведущей станции. На этой станции работают два генератора электромагнитных колебаний – несущей частоты  $ГМЧ_1$ .

На ведомой станции работают три генератора – несущей частоты  $ГНЧ_2$ , модулирующей частоты  $ГМЧ_2$  и поднесущей частоты  $ГПЧ_2$ . Излучаемые ведущей станцией колебания несущей частоты  $\omega_{H1}$  модулированы колебаниями модулирующей частоты  $\omega_{M1}$ . Ведомой станцией излучаются колебания несущей частоты  $\omega_{H2}$ , модулированные колебаниями модулирующей частоты  $\omega_{M2}$  и колебаниями частоты  $\omega_{Пг}$ , в свою очередь модулированные низкочастотными колебаниями частоты  $\Omega = \omega_{M1} - \omega_{M2}$ .

Сигналы низкой частоты получаются в смесителях ведущей и ведомой станций. Разность фаз этих двух низкочастотных сигналов, измеряемая фазометром, дает информацию об измеряемом расстоянии. Для разрешения неоднозначности используют несколько различных модулирующих частот.

Таблица 20

Радиодальнономер	Страна – изготовитель	Дальность, км	Точность	Масса комплекта прибора, кг	Основная частота модуляции, МГц
"Луч"	б. СССР	40	3см+3мм/км	14+9,5	10
"Волна"	То же	15	3см+3мм/км	10	15
Варидист GET-A2	б. ВНР	50	3см+2мм/км		10
Теллуrometer MRA5	Великобритания	50	10мм+3мм/км	12+6	75
Теллуrometer MRA6	То же	50	10мм+3мм/км	7	-
Теллуrometer CA-1000	-//-	30	15мм+5мм/км	1,6	25
Электротейп DM 20	США	50	10мм+3мм/км	16	7,5
Дистомат D150	Швейцария	150	2см+5мм/км	8+15	15
SIAL MD 60C	То же	150	10мм+3мм/км	13,5	150

Основные преимущества радиодальномера – возможность измерять большие расстояния и независимость от метеорологических условий. Недостатками являются: необходимость работы одновременно двух станций; возможные ошибки из-за отражения волн от подстилающей поверхности и от зданий и сооружений; большая (2-3 см) постоянная часть погрешности измерения.

Технические характеристики некоторых радиодальномеров приведены в табл. 20.

### III. Определение превышений и отметок точек

#### 62. Способы определения превышений и отметок точек

При решении многих задач требуется знать превышения между точками и отметки этих точек. Существуют следующие методы определения превышений.

1. **Геометрическое нивелирование**, при котором превышение между точками получают как разность отсчетов по рейкам при горизонтальном положении визирной оси нивелира. Этот метод является наиболее простым и точным, но позволяет с одной постановки прибора получить превышение не более длины рейки, поэтому при больших превышениях (в горной и особенно высокогорной местности) его эффективность и точность падают, так как, например, для определения превышения в 1 км требуется около 500 станций.

2. **Тригонометрическое нивелирование**, когда превышение между точками определяют по измеренным вертикальным углам и расстояниям между точками (горизонтальное проложение между точками с известными координатами). Тригонометрическое нивелирование позволяет с одной станции определить практически любое превышение между точками, имеющими взаимную видимость, но его точность ограничена из-за недостаточно точного учета влияния на величины вертикальных углов оптической рефракции и уклонений отвесных линий, особенно в горной местности.

3. **Барометрическое нивелирование**, основанное на использовании зависимости между атмосферным давлением и высотой точек на местности. В этом методе не требуется взаимная видимость между точками, но точность барометрического нивелирования сравнительно невысока из-за недостаточно точного учета влияния многих факторов, связанных с физикой атмосферы и другими причинами.

4. **Гидростатическое нивелирование**, основанное на свойстве жидкости в сообщающихся сосудах находиться на одном уровне. Этот метод имеет высокую точность, позволяет определять превышения между точками при отсутствии взаимной видимости, но определяемые превышения не должны быть более размера трубок, соединенных шлангами.

5. **Автоматическое нивелирование**. Выполняется нивелирами-автоматами, установленными на автомашинах, велосипедах и т.п., которые обычно вычерчивают профиль нивелируемой линии местности. Отметки точек можно определить быстро, но с невысокой точностью.

6. **Стереофотограмметрический метод** позволяет определить превышения путем обработки пары снимков, полученных в двух точках на расстоянии базиса фотографирования так, чтобы на части каждого из снимков была изображена одна и та же местность. Этот метод позволяет бесконтактным способом определять превышения между точками и другие характеристики местности, точность метода зависит от масштаба снимков, способа их обработки, точности приборов и других причин.

7. **Аэрорадионивелирование** связано с определением превышений путем измерения высоты полета (обычно высоты фотографирования) летательного аппарата радиовысотомером и измерение разности высот точек трассы полета (точек, в которых выполняют фотографирование) статоскопом – по разностям давлений.

8. **Определение превышений по результатам спутниковых измерений**. Спутниковые системы ГЛОНАСС – ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система (Россия) и GPS (США) позволяют определять пространственные координаты точек местности в автономном режиме (с точностью около 1 м) и в дифференциальном, т.е. относительно точек с известными координатами, с точностью до сантиметров и точнее.

#### 63. Виды геометрического нивелирования. Невязки нивелирных ходов

Имеются два вида геометрического нивелирования: *из середины* и *вперед*. При геометрическом нивелировании из середины нивелир ставят в середине между передней  $P_1$  и задней  $P_2$  рейками (рис. 92,а), при горизонтальном положении визирной оси берут отсчеты  $З$  по задней и  $П$  по передней рейкам. Превышение

$$h=З-П.$$

(131)

При нивелировании **вперед** нивелир устанавливают вблизи точки  $A$ , а точнее на точке  $B$  – рейку. Измеряют высоту прибора и делают отсчет  $\Pi$  по рейке. Превышение

$$h = i - \Pi. \quad (132)$$

Полученные превышения позволяют определять отметки точки  $B$ , если известна отметка точки  $A$ , т.е.

$$H_B = H_A + h, \quad (133)$$

т.е. высота последующей точки равна высоте предыдущей точки плюс превышение.

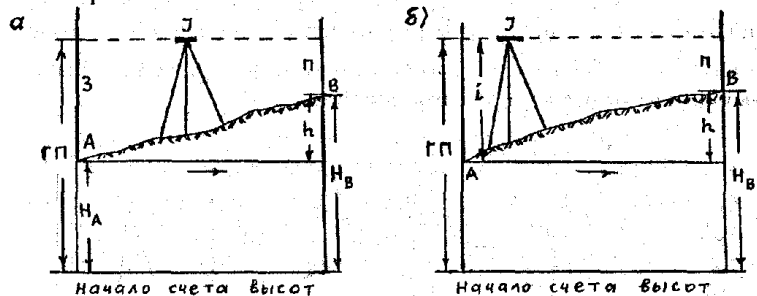


Рис. 92. Геометрическое нивелирование: а – из середины, б – вперед

Отметку точки можно определить через горизонт прибора (ГП). На рис. 92

$$\text{ГП} = H_A + Z = H_B + \Pi, \quad (134)$$

т.е. горизонт прибора – высота визирного луча, равна высоте точки плюс отсчет по рейке, установленной на этой точке. В этом случае

$$H_B = \text{ГП} - \Pi. \quad (135)$$

Следовательно, отметка точки равна горизонту прибора минус отсчет по установленной на ней рейке. Способ горизонта прибора обычно применяют в случаях, когда с одной установки нивелира (одной станции) берут отсчеты на несколько точек.

Таким образом, высоты точек определяют двумя способами: способом превышений и способом горизонта прибора.

Нивелирование называют **простым**, если превышение между точками получают с одной станции и определяют по формулам (131) или (132). Обычно определить превышение между точками  $A$  и  $B$  с одной станции невозможно из-за большого расстояния, значительного превышения или препятствий. В этом случае расстояние  $AB$  разбивают на отдельные участки точками  $C$ ,  $D$ ,  $E$  и

выполняют **последовательное нивелирование** каждого участка (рис. 93). На первой станции нивелир устанавливают посередине между точками  $A$  и  $C$ , берут отсчеты  $Z_1$  и  $\Pi_1$  по задней и передней рейкам, определяют превышение  $h_1$ . Аналогичные действия выполняют на каждой станции. В результате на местности получают нивелирный ход. Точки, на которых сначала рейка была задней, а потом, на следующей станции, передней, называют **связующими**.

Для определения отметки характерной точки  $E'$  и при том же положении нивелира  $J_3$  берут отсчет  $\Pi'$ . Точку  $E'$  называют **промежуточной точкой**, отметку промежуточной точки обычно вычисляют методом горизонта прибора.

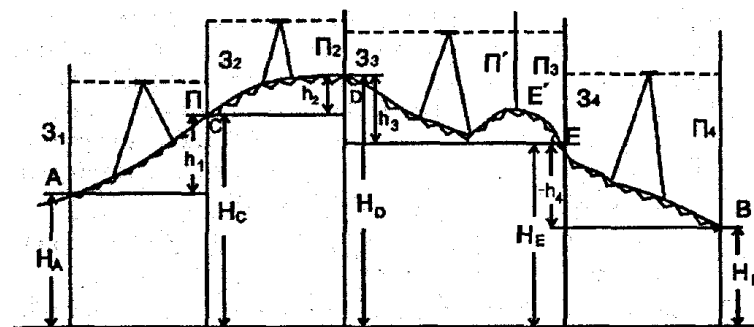


Рис. 93. Последовательное нивелирование

На рис. 93.

$$h_1 = Z_1 - \Pi_1$$

$$h_2 = Z_2 - \Pi_2$$

.....

$$h_n = Z_n - \Pi_n$$

Алгебраическая сумма всех превышений равна превышению между точками  $B$  и  $A$ , т.е.

$$h = \sum_1^n h = \sum_1^n Z - \sum_1^n \Pi. \quad (136)$$

Высоты точек

$$H_C = H_A + h_1,$$

$$H_D = H_C + h_2,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$H_B = H_E + h_n.$$

Складывая левые и правые части полученных формул, находим

$$H_B = H_A + \sum_1^n h. \quad (137)$$

Если отметки точек А и В известны, то

$$\sum_1^n h_{теор} = H_B - H_A. \quad (138)$$

Принимая во внимание ошибки определения превышений вследствие различных причин: ошибки в отсчетах по рейкам, отклонение реек от вертикального положения, влияние внешней среды и т.п., теоретическая сумма превышений будет отличаться от практической суммы превышений, полученной при проложении нивелирного хода. Разность между практической и теоретической суммами превышений называют невязкой, т.е.

$$fh = \sum_1^n h_{пр.} - \sum_1^n h_{теор.} = \sum_1^n h_{пр.} - (H_B - H_A). \quad (139)$$

В замкнутом ходе начало и конец нивелирного хода совпадают, теоретическая сумма

$$\sum_1^n h_{теор.} = 0,$$

а невязка в замкнутом нивелирном ходе

$$fh = \sum_1^n h_{пр.} \quad (140)$$

#### 64. Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты геометрического нивелирования

При выводе формул (131)-(137) уровенную поверхность принимали за плоскость, визирный луч – прямолинейным, а плоскости реек параллельными между собой. В действительности рейки перпендикулярны уровенным поверхностям в точках А и В (рис. 94). Превышение

$$h = Z_y - \Pi_y,$$

где  $Z_y, \Pi_y$  – отсчеты по задней и передней рейкам, если бы визирный луч был параллелен уровенной поверхности.

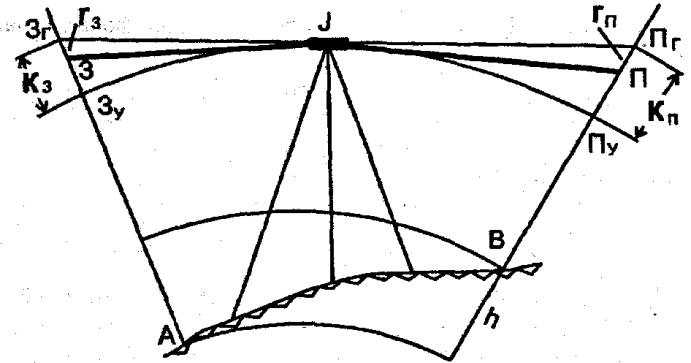


Рис. 94. Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты геометрического нивелирования

В действительности вследствие атмосферной рефракции визирный луч занимает положение ЗП, и по рейкам берут отсчеты З и П.

Следовательно, превышение (см. рис. 94)

$$h = 3 - (K_3 - r_3) - [\Pi - (K_{п} - r_{п})] = 3 - \Pi - (K_3 - K_{п}) + (r_3 - r_{п}) \quad (141)$$

где  $K_3, K_{п}$  – поправки за кривизну Земли, а  $r_3, r_{п}$  – поправки за рефракцию в отсчеты по задней и передней рейкам соответственно.

Согласно формуле (17) поправки за кривизну Земли

$$K_3 = \frac{S_3^2}{2R}, \quad K_{п} = \frac{S_{п}^2}{2R}, \quad (142)$$

где  $S_3, S_{п}$  – расстояние от нивелира до задней и передней рейкам соответственно, R – радиус Земли.

Разность  $\Delta K$  значений  $K_3, K_{п}$  с учетом формул (142)

$$\Delta K = -(K_3 - K_{п}) = -\frac{1}{2R} (S_3^2 - S_{п}^2) = -\frac{(S_3 - S_{п})S}{2R}, \quad (143)$$



где  $S = (S_3 + S_{II})$  – расстояние между задней и передней рейками на данной станции.

В табл. 21 приведены значения  $-\Delta K$  при  $R = 6371$  км,  $S=100, 200$  м.

Таблица 21

S = 100м				S = 200м			
$S_3$	$S_{II}$	$S_3 - S_{II}$	$-\Delta K$	$S_3$	$S_{II}$	$S_3 - S_{II}$	$-\Delta K$
50	50	0	0,00	100	100	0	0,00
55	45	10	0,08	110	90	20	0,31
60	40	20	0,16	120	80	40	0,63
65	35	30	0,24	130	70	60	0,94
70	30	40	0,31	140	60	80	1,26
75	25	50	0,39	150	50	100	1,57
80	20	60	0,47	160	40	120	1,88
85	15	70	0,55	170	30	140	2,20
90	10	80	0,63	180	20	160	2,51
95	5	90	0,71	190	10	180	2,83
100	0	100	0,78	200	0	200	3,14

Данные табл. 21. показывают, что неравенство расстояний от нивелира до реек приводит к ошибкам за кривизну Земли, которые могут достигать 0,8 и 3,1 мм при нивелировании вперед и расстояниях 100 и 200 м от нивелира до рейки и это обстоятельство необходимо учитывать при выполнении высокоточного нивелирования. При нивелировании строго из середины, т.е. при  $S_3 = S_{II}$ , ошибка за кривизну Земли равна нулю, поэтому при высокоточном нивелировании нужно стремиться к равенству расстояний от нивелира до задней и передней реек.

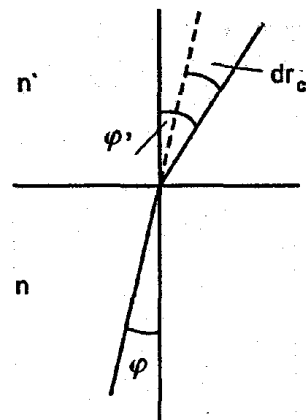
Рефракция световых лучей в атмосфере возникает вследствие прохождения визирного луча через слои воздуха неодинаковой плотности. Согласно закону геометрической оптики (закон Снеллиуса) на границе сред с коэффициентами преломления  $n$  и  $n'$  (рис. 95)

$$n \sin \varphi = n' \sin \varphi', \quad (144)$$

где  $\varphi, \varphi'$  – углы между нормалью к границе сред и направлением падающего и преломленного лучей соответственно.

Принимая  $n' = n + dn, \varphi' = \varphi + dr_c$ , где  $dr_c$  – изменение угла полной рефракции, вместо формулы (144) получим  $n \sin \varphi = (n + dn) \sin(\varphi + dr_c) = (n + dn)(\sin \varphi \cos dr_c + \cos \varphi \sin dr_c)$ .

Рис. 95. Преломление светового луча на границе сред с различными коэффициентами преломления



Ввиду малости угла  $dr_c$

$\cos dr_c = 1, \sin dr_c = dr_c$ , с учетом величин первого порядка малости находим

$$dr_c = -\frac{dn}{n} \operatorname{tg} \varphi = -\rho'' 10^{-6} \frac{\operatorname{tg} \varphi}{n} dN = -\rho'' 10^{-6} \frac{\operatorname{tg}(Z - K_r)}{n} dN, \quad (145)$$

где  $K_r = (Z - \varphi)$  – угол наклона поверхности одинакового коэффициента преломления,  $n = 1 + N \cdot 10^{-6}, dn = 10^{-6} dN, Z$  – зенитное расстояние.

На рис. 96 с учетом (145)

$$dr = S_i \frac{dr_c}{\rho''} = -S_i 10^{-6} \frac{\operatorname{tg}(Z - K_r)}{n} dN \quad (146)$$

При геометрическом нивелировании с высокой точностью можно считать  $Z=90^\circ$ . С учетом этого, интегрируя, получаем

$$r = -\frac{10^{-6}}{n_c} \int_{N_p}^{N_J} \frac{S dN}{\operatorname{tg} K_r}, \quad (147)$$

где  $N_p$  и  $N_J$  – индексы преломления в точке отсчета по рейке и у объекта нивелира.

Величина [5]

$$\operatorname{tg} K_r = \frac{\nabla N_x \cos A + \nabla N_y \sin A}{\nabla N_z} = \frac{\nabla N_r}{\nabla N_z}, \quad (148)$$

где  $\nabla N_x, \nabla N_y, \nabla N_z$  – градиенты индекса преломления по осям  $X, Y, Z$  левой пространственной системы координат;  $\nabla N_r$  –

градиент индекса преломления по направлению визирного луча;  $A$  – угол между осью  $OX$  и направлением визирного луча – азимут визирного луча. С учетом (148)

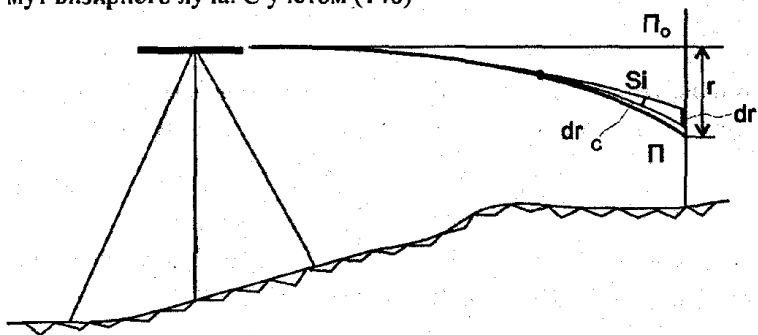


Рис. 96. Определение поправки за рефракцию

$$r = -\frac{10^{-6}}{n_c} \int_{N_r}^{N_s} \frac{S \nabla N_z}{\nabla N_r} dN. \quad (149)$$

Учитывая  $dN = \nabla N_r dS$ ,  $n_c \approx 1$ , вместо (149) имеем

$$r = -\frac{10^{-6}}{n_c} \int_0^S \nabla N_z dS \approx -10^{-6} \int_0^S \nabla N_z S dS. \quad (150)$$

Формулы (149) и (150) являются строгими, для определения по ним поправок  $r$  нужно выполнить численное интегрирование или решить интеграл каким-либо другим методом. Применяя теорему о среднем значении, вместо (150) после интегрирования получим

$$r = -\frac{10^{-3}}{2} (\nabla N_z)_c S^2, \quad (151)$$

где  $(\nabla N_z)_c$  – среднеинтегральное значение вертикального градиента индекса преломления для отрезка от прибора до передней рейки;  $S$  – расстояние между нивелиром и рейкой, м, значение  $r$  получаем в мм.

Значение [5]

$$\nabla N_z = \frac{dN}{dH} = \frac{C_0}{T} \left( \frac{dp}{dH} - \frac{p - 0,138e}{T} \frac{dT}{dN} - 0,138 \frac{de}{dH} \right). \quad (152)$$

При  $(\nabla N_z)_c = 0,5 \text{ м}^{-1}$ ,  $S = 50 \text{ м}$  по формуле (151) имеем  $r = 0,62 \text{ мм}$ . При  $S = 100 \text{ м}$  и том же значении  $(\nabla N_z)_c$   $r = 2,50 \text{ мм}$ , т.е.

увеличилась в четыре раза. Поправки за рефракцию, как и поправки за кривизну Земли, пропорциональны квадрату расстояния от нивелира до рейки, но противоположны по знаку, т.е. рефракция обычно уменьшает поправку за кривизну Земли.

Часто полагают, что траектория визирного луча является дугой окружности радиуса  $R_p \approx 7R$ , где  $R_p$  – радиус визирного луча,  $R$  – радиус Земли. В этом случае согласно формуле (142)

$$r_3 = \frac{S_3^2}{2R_p}, \quad r_{II} = \frac{S_{II}^2}{2R_p}. \quad (153)$$

Значение коэффициента рефракции  $K = R/R_p$  обычно принимают равным 0,16. С учетом формул (153) имеем

$$r_3 = \frac{S_3^2 K}{2R}, \quad r_{II} = \frac{S_{II}^2 K}{2R}; \quad r_3 - r_{II} = \frac{K}{2R} (S_3^2 - S_{II}^2). \quad (154)$$

Совместное влияние кривизны и рефракции

$$f_3 = K_3 - r_3 = \frac{S_3^2}{2R} (1 - K);$$

$$f_{II} = K_{II} - r_{II} = \frac{S_{II}^2}{2R} (1 - K). \quad (155)$$

Опуская индексы при  $S$  и  $f$ , с учетом  $K = 0,16$  находим

$$f = \frac{0,42 S^2}{R}.$$

При  $R = 6371 \text{ км}$ .

$$f = 0,66 S^2, \quad (156)$$

где  $S$  – в сотнях метров,  $f$  – в мм.

Подставляя значения  $K_3, K_{II}, r_3, r_{II}$  в формулу (141), получаем

$$\begin{aligned} h &= 3 - II - (K_3 - r_3) + (K_{II} - r_{II}) = 3 - II - \frac{0,42}{R} (S_3^2 - S_{II}^2) = \\ &= 3 - II - \frac{0,42}{R} S (S_3 - S_{II}) = 3 - II - 0,66 S (S_3 - S_{II}). \end{aligned} \quad (157)$$

При  $S = 50, 100, 150, 200 \text{ м}$  по формуле (156) имеем  $f = 0,16; 0,66; 1,5; 2,6 \text{ мм}$  соответственно.

При нивелировании вперед

$$h = i - П + 0,42 \frac{S^2}{R} = i - П + 0,66 S^2. \quad (158)$$

В этом случае поправка за влияние кривизны Земли и рефракцию имеет максимальное значение (по сравнению с нивелированием из середины) и ее следует учитывать при значениях  $f$ , равных или превышающих точность отсчетов по рейке.

При нивелировании из середины влияние кривизны Земли полностью исключается, а влияние рефракции заметно ослабляется.

### 65. Классификация нивелиров

Нивелир позволяет определить превышения горизонтальным визирным лучом, поэтому конструкция нивелира должна обеспечивать горизонтальность луча визирования. Основными деталями нивелира являются: подставка с подъемными винтами и размещенные на алидадной части, имеющей ось вращения, зрительная труба, цилиндрический уровень или компенсатор, круглый уровень.

В зависимости от метода приведения визирной оси в горизонтальное положение имеются два типа нивелиров: с уровнем при зрительной трубе и компенсатором, позволяющим автоматически приводить визирную ось в горизонтальное положение.

Согласно ГОСТ 10528-76 "Нивелиры. Общие технические условия" выпускают три типа нивелиров: высокоточные, точные и технические. В названии нивелира рядом с буквой Н цифрой обозначают допустимую среднюю квадратическую ошибку измерения превышения на 1 км двойного нивелирного хода. Нивелиры с компенсатором в названии имеют букву К, а с лимбом — Л. Все современные нивелиры с уровнями имеют элевационные винты, являются глухими, т.е. труба наглухо скреплена с цилиндрическим уровнем. Нивелиры с компенсатором позволяют увеличить производительность труда примерно на 15-25%.

Компенсаторы классифицируют [2]: по способу компенсации (с подвижной сеткой, с подвижным объективом, с поворотом и смещением визирного луча); по средствам компенсации (оптические, механические, оптико-механические, жидкостные); по типу демпфера (воздушные, магнитные); по виду подвески (на подшипниках, на нитях, пружине) и др.

### 66. Высокоточные нивелиры

Высокоточные нивелиры используют для нивелирования I и II классов, при нивелировании на геодинимических полигонах и выполнении нивелирования в особо точных инженерных работах. Сумму превышений определяют со средней квадратической ошибкой 0,5 мм на 1 км двойного хода. Высокоточные нивелиры должны иметь зрительную трубу с увеличением не менее 40<sup>x</sup>, цилиндрический уровень с ценой деления не более 10" на 2 мм или компенсатор с чувствительностью 0,2-0,3", оптический микроскоп с ценой деления 0,05 мм, используют нивелирные рейки РН-05, имеющие инварные полосы с основной и дополнительной шкалами с ценой деления 5мм.

Высокоточный уровенный нивелир Н-05 (рис. 97, а) удобен в работе, изображение отчетной шкалы микрометра и концов пузырька уровня передается в поле зрения трубы (рис. 97, б), для предохранения от неравномерного нагревания солнечными лучами зрительная труба помещена в теплоизоляционный кожух.

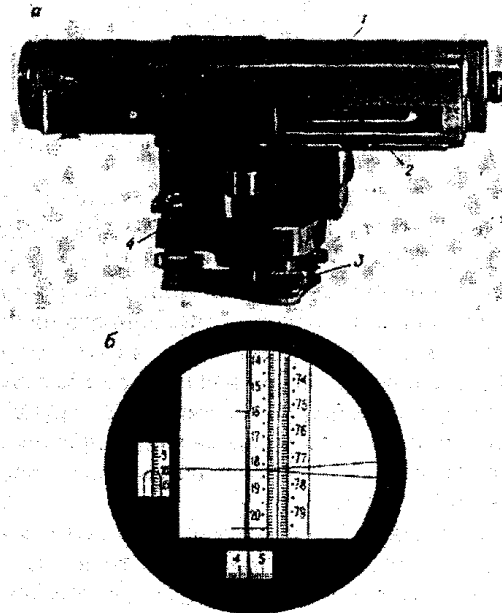


Рис. 97. Нивелир Н-05 (а):

1 — зрительная труба в термоизолирующем кожухе; 2 — контактный уровень; 3 — подставка нивелира; 4 — установочный уровень; поле зрения трубы (б)

Для устранения угла  $i$  используют оптический клин, вращающийся вокруг визирной оси трубы и помещенный перед объективом. Оптический микрометр имеет плоскопараллельную пластину, при наклоне которой визирный луч смещается параллельно своему первоначальному направлению, наклон пластины фиксируется перемещением шкалы, изображение которой передается в поле зрения трубы, отсчет делают по неподвижному индексу.



Рис. 98. Нивелир с компенсатором Ni-002:

1 – объектив; 2 – зеркало установочного уровня; 3 – окуляр;  
4 – подставка нивелира

Нивелир Ni-002 (рис. 98,99) выпускают в Германии, имеет зеркальный компенсатор и прямое изображение в зрительной трубе. Чувствительным элементом компенсатора является двустороннее плоское зеркало, подвешенное в виде маятника в сходящемся пучке лучей, демпфер – воздушный. Поворот зеркала на  $180^\circ$  вокруг вертикальной оси позволяет исключить влияние ошибки за недокомпенсацию в отсчетах по рейке при двух положениях зеркала. Фокусирование зрительной трубы осуществляется перемещением зеркала относительно объектива трубы. Сетка нитей совмещена с объективом, что исключает ошибку за перефокусировку трубы и обеспечивает стабильность угла  $i$ , при выпуске нивелира с завода  $i \leq 3''$ . Изображение шкалы микрометра и ампулы установочного уровня передается в фокальную плоскость окуляра. Измерение долей деления рейки выполняется

путем перемещения в вертикальной плоскости объектива с сеткой нитей и наглухо скрепленной с объективом шкалой микрометра. Нивелир Ni-002 при высокой точности позволяет существенно повысить производительность труда, особенно при моторизованном (с использованием автомашин) нивелировании.

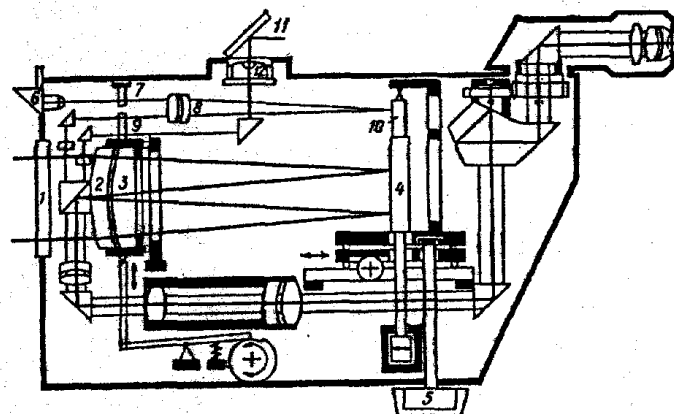


Рис. 99. Оптическая схема нивелира с компенсатором Ni-002:

1 – клинообразное защитное стекло; 2 – сетка нитей; 3 – объектив; 4 – зеркало компенсатора; 5 – переключатель компенсатора; 6 – призма подсветки; 7 – жесткий индекс микрометра; 8 – объектив; 9 – шкала оптического микрометра; 10 – зеркало; 11 – зеркало установочного уровня 12

В настоящее время изготавливаются цифровые нивелиры (например, DL-101C/102c, фирма Топкон, Япония) для нивелирования I и II класса и аналогичных по точности работ. В комплект входят штрихкодовые рейки, позволяющие автоматически определять расстояния и превышения в цифровом виде, повышают производительность труда на 50%.

## 67. Точные нивелиры

Точные нивелиры используют для нивелирования III и IV классов и других работ, в которых превышение на 1 км двойного хода определяется со средней квадратической ошибкой до 3 мм. В комплект точного нивелира Н-3 входят две шашечные рейки типа РН-3 (по ГОСТу 11158-83) и штатив ШР-120 (по ГОСТу 11897-78).

Точный нивелир Н-3 с уровнем (рис. 100) является глухим нивелиром с элевационным винтом 3 и контактным уровнем 2,

изображение концов пузырька которого передается в поле зрения трубы. Элевационный винт при вращении поворачивает верхнюю часть прибора на небольшие углы вокруг горизонтальной оси. Зрительная труба 1 с внутренней фокусировкой имеет увеличение  $30\times$  и дает обратное изображение. Цена деления цилиндрического уровня  $15''/2$  мм. Верхняя часть нивелира через линейку 4 соединена с осью вращения 5 и может быть закреплена винтом 6. Для точного наведения на визирную цель (рейку) имеется наводящий винт. Для приближенной установки оси вращения нивелира в отвесное положение используют круглый уровень 7. На рис. 101 приведено изображение поля зрения Н-3.

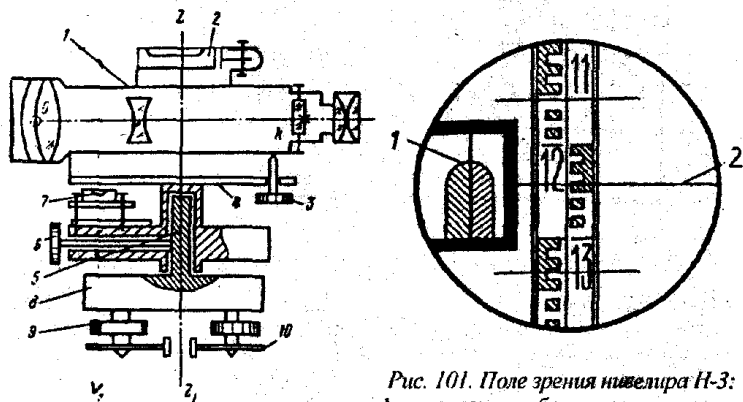


Рис. 100. Схема нивелира Н-3 с элевационным винтом

Рис. 101. Поле зрения нивелира Н-3: 1 – контакт изображения концов пузырька уровня; 2 – отсчет по средней нити сетки – 1243 мм

Нивелир Ni-007 с компенсатором (рис. 102) предприятия "Карл Цейс Йена" (б. ГДР) имеет форму перископа, используется для нивелирования II, III и IV классов.

Увеличение зрительной трубы  $31,5\times$ , диапазон работы компенсатора  $10'$ , чувствительность компенсатора  $0,15''$ . Визирный луч (рис. 103) проходит через защитное стекло 1, пентапризму 2, объектив 3. Между сеткой нитей 7 и фокусирующей линзой находится компенсатор – подвешенная в точке 9 на металлической ленточке-рычаге прямоугольная призма 6. При наклоне нивелира на малый угол  $\alpha \leq 10'$  визирная ось автоматически устанавливается в горизонтальное положение с точностью от  $0,5$  до  $1''$  в зависимости от угла наклона прибора. Пентапризму используют в качестве оптического микрометра. Юстировку угла  $i$  выполняют

винтами сетки нитей. При нивелировании II класса ввиду сравнительно небольшого увеличения трубы ( $31,5\times$ ) расстояние от нивелира до реек рекомендуют не более 35 м [12].

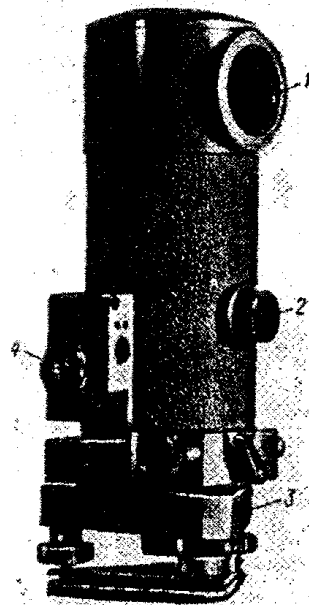


Рис. 102. Нивелир с компенсатором Ni-007:

1 – объектив трубы; 2 – головка отсчетного устройства; 3 – подставка нивелира; 4 – окуляр трубы

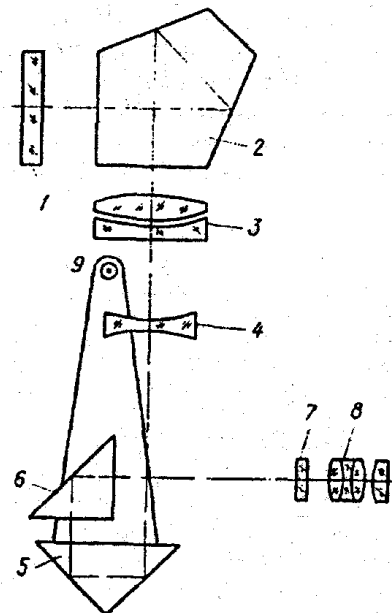


Рис. 103. Оптическая схема нивелира Ni-007

1 – защитное стекло; 2 – пентапризма; 3 и 4 – линзы объектива; 5 – компенсатор; 6 – прямоугольная призма; 7 – сетка нитей; 8 – окуляр; 9 – точка подвеса компенсатора

Нивелир Н-3К (рис. 104) имеет верхнюю подвижную и нижнюю неподвижную части. Верхняя часть включает зрительную трубу с внутренней фокусировкой, наглухо соединенную с круглой подставкой. Неподвижная часть имеет подставку с подъемными винтами и пружинную пластину с резьбовым отверстием для станкового винта. Зрительная труба дает обратное изображение предметов. Оптико-механический компенсатор маятникового типа помещен в сходящемся пучке лучей между фокусирующей линзой и сеткой нитей.

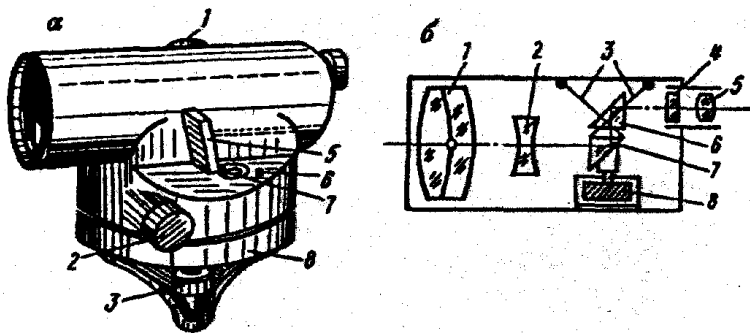


Рис. 104. Нивелир Н-3К:

а – общий вид: 1 – головка фокусирующего устройства; 2 – головка наводящего винта; 3 – подъемный винт; 4 – окуляр; 5 – зеркало круглого уровня; 6 – исправительный винт круглого уровня; 7 – круглый уровень; 8 – подставка; б – оптическая схема компенсатора: 1 – объектив; 2 – фокусирующая линза; 3 – нити подвески; 4 – пластина сетки нитей; 5 – окуляр; 6 – неподвижная призма; 7 – подвешенная призма; 8 – успокоитель колебаний

Визирный луч (рис. 104, б) через объектив 1 и фокусирующую линзу 2 попадает на чувствительный элемент компенсатора – подвижную призму 7, подвешенную на двух скрещивающихся стальных нитях 3, неподвижную призму 6 компенсатора, затем на сетку нитей 4 и в окуляр 5. Колебания компенсатора гасятся воздушным демпфером 8. Угол  $i$  юстируют винтами сетки нитей. Нивелир Н-3К выпускают с лимбом (Н-3КЛ) и без лимба. Отсчет по лимбу до  $0,1'$ .

Нивелир СЗ<sub>2</sub> фирмы Sokia (Япония) имеет зрительную трубу прямого изображения с увеличением  $22^x$ . Компенсатор подвешен на четырех нитях, имеет диапазон работы  $\pm 15'$ , точность самоустановки линии визирования  $0,5''$ . Демпфер – магнитный. Ошибка на 1 км двойного хода – 2,0 мм. Нивелир имеет небольшие размеры, защищен от дождя, случайного попадания влаги и пыли, может работать в любых условиях: защищен от вибрации, ударов и неблагоприятных условий окружающей среды. Наличие сферического оголовка штатива позволяет легко и быстро устанавливать нивелир даже на неровной поверхности. После установления по круглому уровню выполняют измерения. Для наведения на рейку нужно повернуть нивелир и наводящим винтом (имеются наводящие винты с обеих сторон) точно навести на рейку. Минимальное расстояние фокусирования – 0,3 м. Имеется горизонтальный круг с ценой деления  $1'$  или 1 град.

## 68. Технические нивелиры

Технические нивелиры используют для нивелирования IV класса и для технического нивелирования.

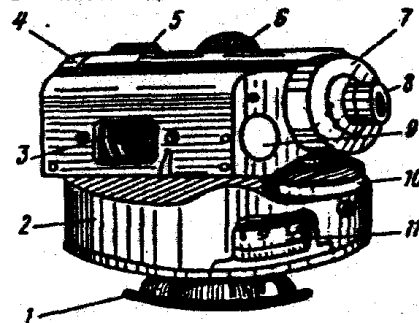


Рис. 105. Нивелир Н-10Л (НТ):

1 – шаровая пята; 2 – объектив; 3 – цилиндрический уровень; 4 – окуляр; 5 – зрительная труба; 6 – головка фокусирующего устройства; 7 – крышка окулярной трубки; 8 – окуляр; 9 – крышка исправительных винтов цилиндрического уровня; 10 – элевационный винт; 11 – горизонтальный лимб

Нивелир Н-10 и Н-10Л с уровнем (рис. 105) изготовлялся с шаровой пятой и специальным штативом под шифром НТ(Н-10). Нивелир 2Н-10Л – вторая модель с уровнем, элевационным винтом и лимбом на обычной подставке с подъемными винтами. Зрительная труба с внутренней фокусировкой с увеличением  $22^x$  и обратным изображением, цилиндрический уровень имеет цену деления  $45''/2$  мм, цена деления лимба  $1'$ , средняя квадратическая ошибка на 1 км двойного хода 10 мм. В комплект нивелира 2Н-10Л входят шашечные рейки типа РН-10 по ГОСТу 11158-83 и штатив ШР-120 по ГОСТу 11897-78.

Нивелиры с компенсатором Н-10КЛ и 2Н-10КЛ, Н-10КЛ (рис. 106) имеют ломаную зрительную трубу с увеличением  $22^x$  без фокусирующей линзы, ее функции выполняют свободно подвешенная прямоугольная призма. Компенсатор маятникового типа, демпфер – воздушный. Неподвижная часть компенсатора – две пентапризмы, скрепленные между собой общим основанием, наглухо установлены в корпусе нивелира. При фокусировании прямоугольная призма перемещается вверх и вниз по салазкам вместе с демпфером, при этом сохраняется неизменность положения визирной оси и не нарушается условие компенсации. Компенсатор прост, надежен и достаточно чувствителен, устойчив к колебаниям температуры и вибрациям. Юстировка угла  $i$  выполняется перемещением сетки нитей. В комплект нивелира входят рейки РН-10 с раскраской для прямого изображения и штатив ШР-120.

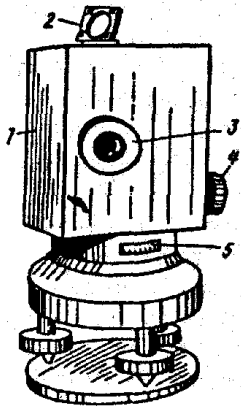


Рис. 106. Нивелир Н-10КЛ:  
1 – кожух; 2 – зеркало;  
3 – окуляр; 4 – наводящий винт; 5 – окно для отсчетов по шкале горизонтального круга

С 1988 г. нивелир выпускают под шифром 2Н-10КЛ со следующими техническими новшествами [2]: литой кожух уменьшенных размеров, бесконечная передача наводящего винта, арретир и кнопкотолкатель компенсатора, визир на кожухе, удобное окно для наблюдения круглого уровня и др. Метрологические характеристики этого нивелира превосходят соответствующие характеристики Н-10КЛ (например, для 2Н-10КЛ  $m_{км} = 3,3$ , а для Н-10КЛ –  $8 \div 9$  мм).

**Нивелир с компенсатором Ni-025** выпускают в Германии. Оптико-механический компенсатор маятникового типа, чувствительный элемент компенсатора – подвешенные на пружинном шарнире и жестко скрепленные между собой

две призмы, демпфер – воздушный. Зрительная труба с внутренней фокусировкой и прямым изображением. Нивелир изготавливают с горизонтальным кругом и без него, наименьшее деление круга  $10'$ , точность отсчета по индексу  $1-2'$ . Юстировка угла  $i$  выполняется перемещением сетки нитей. Закрепительный винт отсутствует, наводящий винт с бесконечным приводом имеет головки с двух сторон. В комплект входят две шашечные рейки и раздвижной штатив. При увеличении трубы  $25-28\times$  Ni-025 считают точным нивелиром.

### 69. Лазерные нивелиры

**Лазерный нивелир НЛ-30** изготавливает Уральский оптико-механический завод, предназначен для измерения превышений, построения горизонтальной и вертикальной плоскостей и контроля точности высотного положения конструкции при инженерно-геодезических работах в строительстве. НЛ-30 можно использовать при геодезических разбивочных работах, при выполнении строительного-монтажных работ: нивелировании по горизонтали полов, потолков, построении опорных и разметочных линий для установки стен, перегородок и т.д. Прибор излучает красный лазерный луч в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Один из лучей, вращаясь, образует лазерную плос-

кость, которая может быть горизонтальной или вертикальной, другой луч проецирует видимую ортогональную линию.

Средняя квадратическая ошибка измерения превышения на расстоянии 15 м – 2 мм. Дальность – 100 м с приемником и 30 м – без приемника. Нивелир комплектуется детектором для быстрого и точного определения положения лазерной плоскости и специальной нивелирной рейкой.

**Лазерный нивелир AS122 (Швейцария).** Нивелир позволяет строить горизонтальные плоскости и задавать наклонные плоскости, имеет 100% пыле- и водонепроницаемость, возможно оборудование дистанционным управлением, точность  $\pm 10$  мм на 100 м и  $\pm 1,0$  мм на 10 м. Имеется широкий выбор ручных приемников и приемников излучения, устанавливаемых на машины (бульдозер, скрепер и т.д.).

### 70. Нивелирные рейки

Согласно ГОСТу 11158-83 выпускают три типа реек: РН-05, РН-3, РН-10.

РН-05 – штриховая трехметровая рейка с инварной полосой, на которую нанесены основная и дополнительная шкала с делениями 5 мм. РН-05 предназначены для нивелирования I и II классов и высокоточного нивелирования в прикладной геодезии, геодинимике и т.п., их можно использовать и при нивелировании III класса в комплекте с нивелиром N2, Ni-007 и др., имеющими оптические микрометры.

РН-3, РН-10 – сантиметровые, шашечные, двусторонние, 3 и 4-метровые рейки, изготавливаемые из выдержанного пропитанного маслом хвойного дерева, цельные или складные. РН-3 используют при нивелировании III и IV классов с нивелирами Н-3, Н-3К и другими равноточными им нивелирами.

Для нивелирования I-IV классов применяют, как правило, цельные трехметровые рейки. Концы реек оковывают, к корпусу рейки прикрепляют ручки и круглые уровни с ценой деления  $7 \div 15'$  на 2 мм. При геометрическом нивелировании рейки устанавливают на башмаки или костыли (рис. 107). Основные метрологические характеристики нивелирных реек приведены в таблице 22 [2].

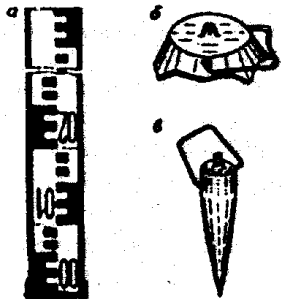


Рис 107. Принадлежности для геометрического нивелирования:

а – шкаловая рейка; б – башмак; в – костыль

Таблица 22

Характеристика	Тип реек		
	РН-05	РН-3	РН-10
Длина рейки, мм	3000	3000	4000
Допустимая разность между средней длиной метра пары реек комплекта, мм	0,15	0,8	1,5
Стрелка прогиба на всю длину рейки, мм не более	3	6	10
Допустимое отклонение от номинального значения длины наименьшего интервала, мм	±0,05	±0,20	±0,5

## 71. Исследования и поверки нивелиров с уровнями

Исследования и поверки нивелиров выполняют для определения их пригодности для производства работ, определяют метрологические характеристики и добиваются соблюдения геометрических условий [2].

Перед началом работ проверяют: 1) комплектность прибора, его устойчивость, плавность хода наводящих, элевационных, подъемных винтов, вращения вокруг вертикальной оси, плавность перемещения фокусирующей линзы, чистоту оптики, четкость изображения сетки нитей, концов пузырька уровня и штрихов шкалы микрометра. Элевационный винт устанавливают в среднее положение.

### Исследования нивелира

#### 1. Определение увеличения зрительной трубы

1) по рейке с использованием формулы

$$\Gamma = n/N,$$

где  $n$  – число делений, видимое невооруженным глазом, в  $N$  делениях, видимых в трубу;

2) путем определения измерительной лупой диаметра  $D$  входного отверстия и диаметра  $d$  выходного зрачка, увеличение

$$\Gamma = D/d.$$

#### 2. Определение угла поля зрения зрительной трубы

1) по рейке определяют отрезок  $l$ , видимый в поле зрения трубы по вертикальной нити, и измеряют расстояние  $S$  от нивелира до рейки.

Значение

$$2\omega = l\rho / s;$$

2) по горизонтальному кругу, если он имеется, делают отсчеты  $a$  и  $b$  при наведении краями поля зрения на одну и ту же точку. В этом случае

$$2\omega = a - b.$$

3. Определение коэффициента дальномера выполняют по формуле

$$C = (S - c) / l,$$

где  $S$  – длина базиса,  $c$  – постоянная, указанная в паспорте нивелира,  $l$  – отрезок по рейке между верхней и нижней дальномерными нитями.

#### 4. Определение цены деления уровня

1) на экзаменаторе (см. п. 24) по формуле

$$\tau = \frac{(a_2 - a_1)\mu}{n},$$

где  $a_1, a_2$  – отсчеты по винту экзаменатора до и после перемещения пузырька уровня на  $n$  делений,  $\mu$  – цена деления экзаменатора;

2) по рейке с использованием формулы

$$\tau = \frac{a_2 - a_1}{ns} \rho,$$

где  $a_1, a_2$  – отсчеты по рейке до и после перемещения пузырька уровня на  $n$  делений,  $S = (50-60\text{м})$  – расстояние от нивелира до рейки.

5. Поверка и юстировка цилиндрического уровня. Ось цилиндрического уровня должна быть перпендикулярна оси вращения нивелира. Выполняется как в теодолите. Если ниве-



лир имеет элевационный винт, то после поворота нивелира на  $180^\circ$  пузырек уровня перемещают на половину дуги отклонения элевационным винтом. Такое положение элевационного винта называют **нормальным отсчетом**. Проверку выполняют в несколько приемов, пока пузырек уровня не будет отклоняться от нуля-пункта более чем на одно деление при любом положении уровня.

**6. Проверка и юстировка сетки нитей.** *Вертикальная нить сетки должна быть параллельна оси вращения нивелира, а горизонтальная – перпендикулярна к этой оси.* Ось вращения нивелира приводят в отвесное положение. Один конец вертикальной нити совмещают с изображением в трубе нити отвеса, подвешенного в 15-20 м от нивелира в защищенном от ветра месте. Если второй конец нити сетки отходит от нити отвеса более чем на 0,5 мм, то сетку нитей поворачивают до смещения с нитью отвеса. Для проверки горизонтальной нити сетки трубу плавно поворачивают наводящим винтом по азимуту. Если нить сетки сходит с выбранной точки или деления рейки, то сетку нитей

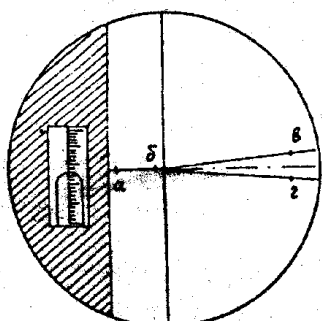


Рис. 108. Исследование сетки нитей

нужно заменить. У сетки нитей с клиновым биссектором ось биссектора должна быть перпендикулярна к вертикальной нити. Для проверки этого условия точно устанавливают пузырек уровня в нуль-пункт, наводят на хорошо видимую точку, удаленную от нивелира на 6-7 метров, горизонтальную нить сетки (точку *a*, рис. 108) и отсчитывают по шкале оптического микрометра – отсчет должен быть близким к 50. Затем наводят на выбранную точку точками *б*, *в*, *з* горизонтальной нити и биссектора и берут отсчеты. Если  $[(a+b)/2] - [(в+z)/2] > 2$  делений, то нужно заменить сетку нитей.

**7. Проверка и юстировка главного условия.** *Проекция визирной оси трубы и оси цилиндрического уровня на горизонтальную и отвесную плоскости должны быть параллельны.* Первую часть проверки выполняют при получении новых нивелиров и перед началом полевых работ. Нивелир устанавливают в 50 м от закрепленной рейки так, чтобы линия, соединяющая оси под-

емных винтов 1 и 2, была перпендикулярна визирной оси, а ось винта 3 располагалась в отвесной плоскости. Ось вращения нивелира тщательно приводят в отвесное положение, пузырек уровня устанавливают в нуль-пункт, делают отсчет по рейке. Плавным вращением 1 и 2 винтов на 2-3 полных оборота в разные стороны дают нивелиру боковые наклоны в одну, а затем в другую сторону, при этом отсчет по рейке не должен измениться. Если в обоих случаях пузырек уровня остается в нуль-пункте или перемещается в одну сторону, то уровень установлен правильно, если же в разные стороны более чем на 1-2 деления уровня, то положение цилиндрического уровня исправляют его боковыми исправительными винтами.

Вторую часть проверки выполняют двойным нивелированием. На расстоянии 48 м выбирают на ровной местности две устойчивые по высоте точки, на которые устанавливают по уровню и закрепляют рейки 1 и 2, чтобы при выполнении проверки они оставались неподвижными. Нивелир устанавливают примерно в створе реек на расстоянии 7 м от рейки 1, приводят пузырек цилиндрического уровня в нуль-пункт, наводят на рейку 1 и берут отсчеты  $З_{01}$  и  $З_{Д1}$  по обеим шкалам, затем наводят на рейку 2 и берут отсчеты  $П_{01}$  и  $П_{Д1}$  (рис. 109). На ст. 2, расположенной в створе реек на расстоянии 7 м от рейки 2, берут отсчеты  $З_{02}$  и  $З_{Д2}$ , затем  $П_{02}$  и  $П_{Д2}$ . Наблюдения на обеих станциях составляют один прием. Определяют превышения

$$h_1 = 0,5(З_{01} - П_{01} + З_{Д1} - П_{Д1}).$$

$$h_2 = 0,5(З_{02} - П_{02} + З_{Д2} - П_{Д2}).$$

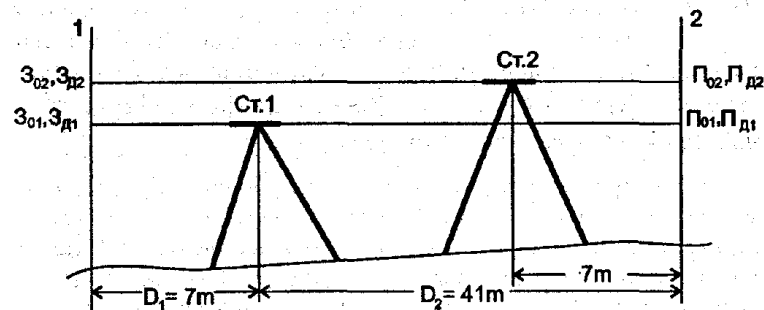


Рис. 109. Проверка главного условия нивелира

гол  $i''$  определяют по формуле

$$i'' = \frac{h_1 - h_2}{2(D_2 - D_1)} \rho''.$$

При  $D_1 = 7\text{ м}$ ,  $D_2 = 41\text{ м}$ ,  $\rho'' = 206265''$ ;

$$i'' = 3(h_1 - h_2),$$

где  $i''$  – в угловых секундах,  $(h_1 - h_2)$  – в мм.

Если в первом приеме  $i'' < 10''$ , то выполняют еще два приема. За окончательное принимают среднее из трех значений  $i''$ .

Если  $i'' > 10''$ , то его уменьшают, в зависимости от конструкции нивелира, исправительными винтами уровня или исправительными винтами сетки нитей, или поворотом оптического клина перед объективом трубы. В первом случае элевационным винтом трубы уста-

навливают отсчет  $3'_{02} = 3_{02} + \frac{D_2 i''}{\rho''} = 3_{02} + 0,20 \cdot 10^{-2} i''$  по зад-

ней, дальней, рейке и исправительными винтами уровня устанавливают его в нуль-пункт. Во втором и третьем случаях перекрестие сетки нитей устанавливают на отсчет  $3'_{02}$  исправительными винтами сетки или поворотом оптического клина, при этом пузырек уровня должен находиться в нуль-пункте. После исправления  $i''$  окончательное его значение определяют тремя приемами.

Для точных и технических нивелиров проверка главного условия может быть выполнена двойным нивелированием вперед. На ровной местности на расстоянии 40-50 м в точках А и В забивают колышки. Нивелир устанавливают окуляром над точкой А, а на точку В ставят рейку (рис. 110,а). Приводят пузырек цилиндрического уровня в нуль-пункт (в контактном уровне совмещают концы пузырька уровня), измеряют высоту прибора  $i_1$  – расстояние по отвесной линии от колышка до середины окуляра. Делают по рейке отсчет П по средней нити вблизи перекрестия нитей. На рис. 110, а имеем

$$h = i_1 - (П - x).$$

Меняют нивелир и рейку местами и выполняют те же действия. Превышение (рис. 110,б)

$$h = 3 - x - i_2.$$

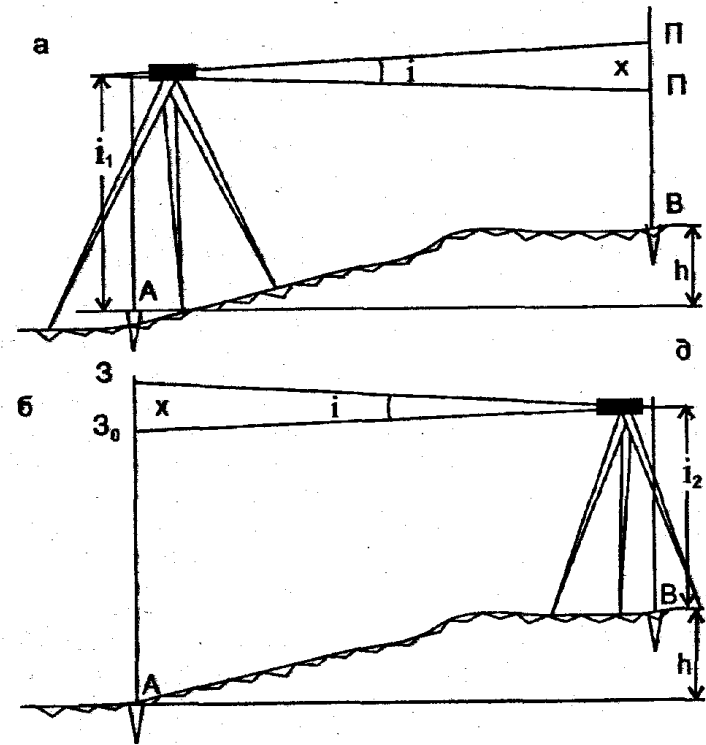


Рис. 110. Схема проверки главного геометрического условия нивелира

Приравнивая правые части полученных формул в результате находим

$$x = \frac{3 + П}{2} - \frac{i_1 + i_2}{2},$$

т.е. величина ошибки  $x$  равна разности между полусуммой отсчетов по рейкам и полусуммой высот прибора. Если  $x$  меньше установленной инструкцией величины  $\delta$  (обычно 4 мм), то условие считается выполненным. Если  $x \geq \delta$ , то выполняют юстировку, для чего вращением элевационного винта на рейке в точке А устанавливают отсчет  $3_0 = 3 - x$ . Пузырек уровня сойдет с нуль-пункта и его приводят в нуль-пункт (восстанавливают контакт концов пузырька уровня) исправительными винтами цилиндрического уровня. Для контроля проверку повторяют при других горизонтах прибора.

8. Проверка и юстировка круглого уровня. Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения нивелира. Установив элевационный винт на нормальный отсчет, с помощью выверенного цилиндрического уровня устанавливают ось вращения нивелира в отвесное положение. Если пузырек круглого уровня не в нуль-пункте, то его приводят в нуль-пункт исправительными винтами круглого уровня.

9. Исследование хода фокусирующей линзы. При изменении фокусировки трубы ее визирная ось должна сохранять неизменное положение. На ровной местности разбивают окружность радиусом 50 м и закрепляют на ней (забивают колышки) точки 1, 2, 3, ..., 8 (рис. 111). Эти точки нивелируют со станции С – при одинаковом расстоянии от нивелира до реек, и со станции А – при разных расстояниях. По разности высот одних и тех же точек судят о влиянии фокусирующей линзы на положение визирной оси.

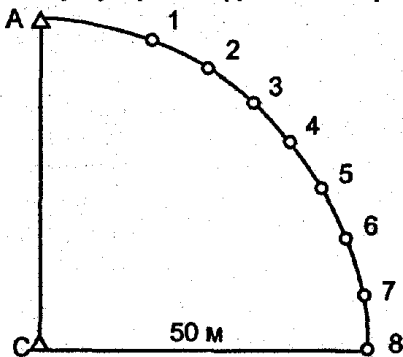


Рис. 111. Схема размещения нивелира и рейки

10. Исследование работы механизма, наклоняющего плоскопараллельную пластинку, и определение цены деления оптического микрометра выполняют в лабораторных условиях после получения нового нивелира с завода, после ремонта нивелира и периодически раз в год. В результате получают: 1) среднее значение цены деления оптического микрометра для расстояний и температур, при которых будет выполняться нивелирование; 2) зависимость цены деления от расстояния до рейки, от изменения температуры воздуха; 3) значение цены деления шкалы микрометра при разных углах наклона плоскопараллельной пластинки; 4) качество работы механизма, наклоняющего плоскопараллельную пластинку. Для исследования применяют шкалу из тонких штрихов с расстоянием между осями которых 0,5-0,7 мм. Шкалу компарируют на микроскопе со средней квадратической ошибкой 5 мкм. Полное исследование состоит из шести приемов, в приеме наблюдают 5-9 штрихов шкалы в прямом и обратном ходах. У хороших нивелиров отклонение средних значений от номинального 0,0500 мм, не превышает 0,0025 мм.

## 72. Проверки и юстировки нивелиров с компенсатором

1. Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения нивелира.

2. Горизонтальная нить сетки должна быть перпендикулярна оси вращения нивелира. Обе эти проверки выполняют так же, как и для нивелиров с уровнем.

3. Исследование диапазона действия компенсатора, т.е. угла наклона нивелира, в пределах которого работает маятник компенсатора. Его определяют при помощи рейки или коллиматора для продольных  $\pm \alpha_k$  и боковых  $\pm \beta_k$  наклонов нивелира. Предварительно проверяют и юстируют круглый уровень. При помощи экзаменатора наклоняют нивелир в продольном и поперечном направлениях в обе стороны от нуль-пункта уровня до момента зависания маятника компенсатора, определяемого резким изменением отсчетов по рейке или коллиматору – сетка нитей при наклоне нивелира начинает перемещаться. Значения  $\alpha_k$  и  $\beta_k$  определяют по показаниям шкалы винта экзаменатора.

4. Визирная ось зрительной трубы должна быть горизонтальной при наклонах нивелира в пределах работы компенсатора. Для нивелиров, у которых высота прибора равна расстоянию от колышка до середины окуляра, проверку выполняют так же, как и для нивелиров с уровнем (проверка главного условия).

Для нивелиров с перископической трубой проверку выполняют следующим методом. Нивелир устанавливают точно посередине между рейками  $P_1$  и  $P_2$ . Даже при наличии угла  $i$  в этом случае получаем превышение

$$h = a_0 - b_0 = a_1 - b_1,$$

свободное от влияния ошибки  $x$ . Затем нивелир устанавливают за передней рейкой  $P_2$  в точке С на расстоянии  $D_1$  наименьшего визирования, т.е.  $D_1 \approx 2-3$  м. Делают отсчет  $b'_2$  по рейке, который практически будет мало отличаться от отсчета  $b_2$  при горизонтальном положении визирной оси, т.е. можно считать  $b_2 \approx b'_2$ . По рейке  $P_1$  предвычисленный отсчет

$$a_2 = b_2 + h.$$

Если действительный отсчет  $a'_2$  будет равен значению  $a_2$  или  $|a'_2 - a_2| \leq \delta$ , где  $\delta$  – допуск, установленный нормативными документами (обычно  $\delta = 4-5$  мм), то условие выполнено. В противном случае выполняют юстировку путем перемещения сетки нитей ее вертикальными исправительными винтами так, чтобы по рейке  $P_1$  был отсчет  $a_2$ . Для контроля поверку повторяют при новых горизонтах прибора.

### 73. Исследование и компарирование нивелирных реек

1. **Исследование коробления рейки.** Ось шкалы рейки должна быть прямой. Линейкой с миллиметровыми делениями измеряют стрелку прогиба относительно натянутой струны во взаимно перпендикулярных плоскостях корпуса рейки. Для реек без подпятников стрелка прогиба не должна превышать: 1 мм – для реек, используемых при нивелировании I класса, 2 мм – для II класса, 4 мм – для III класса, 7 мм – для IV класса и 15 мм – для технического нивелирования. Если стрелка прогиба больше указанных величин, то рейку нельзя использовать для работы.

2. **Линия, соединяющая точку В крепления и точку С центрирования отвеса,** должна быть параллельна осям шкал реек. У реек, используемых для нивелирования I-IV классов и для высокоточного инженерно-геодезического нивелирования, точки В и С располагаются вблизи верхнего и нижнего концов рейки. Исследование параллельности линии АВ осям шкал рейки выполняют хорошо выверенным теодолитом при двух положениях рейки: 1) рейка повернута к теодолиту лицевой и 2) боковой гранями.

3. **Ось круглого уровня на рейке** должна быть параллельна осям шкал рейки. Поверку и юстировку круглого уровня выполняют при помощи отвеса: точно совмещают острие отвеса с острием центра С, исправительными винтами круглого уровня приводят его пузырек в нуль-пункт.

4. **Пятка рейки** должна быть перпендикулярна к осям шкал рейки; разность высот идентичных точек пары реек должна быть равна нулю. В 5-6 м от нивелира на штырь с полусферической головкой по отвесу устанавливают рейку сначала в средней, а затем в шести точках по контуру пятки, каждый раз делая отсчеты по обеим шкалам рейки. Не изменяя положения нивелира, устанавливают на штырь вторую рейку рабо-

чей пары, исследование выполняют аналогично первой рейке. Выполняют не менее трех таких определений, перед каждым определением изменяют горизонт прибора. По полученным результатам вычисляют среднее значение перекоса каждой пятки и разность высот идентичных точек пары реек

5. **Определение разности высот нулей черной и красной шкал шашечных реек.** На расстоянии до 10 м от нивелира на прочно забитый в землю костыль устанавливают по выверенному уровню рейку, отсчитывают по черной и красной ее сторонам. Вычитая из отсчета по красной стороне отсчет по черной, находят разность нулей красной и черной шкал. Таких определений делают не менее трех, перед каждым определением изменяют горизонт прибора. За окончательный результат принимают среднее из всех определений.

6. **Точное определение длины метровых интервалов шкал и вычисление средней длины рабочего метра пары штриховых реек.** Определение выполняют на компараторе до начала полевых работ. Рейки укладывают горизонтально на две опоры под делениями 10 и 50. Определяют длины метровых интервалов между осями штрихов 10-30, 30-50 полудециметров основной и 70-90, 90-110 полудециметров дополнительной шкал реек. По этим данным вычисляют среднюю длину рабочего метра реек и поправочный коэффициент, на который умножают среднее значение измеренного превышения. Средняя квадратическая ошибка измеренного метрового интервала инварной рейки на компараторе равна 10 мкм. В полевых условиях измерения метровых интервалов выполняют контрольной линейкой не реже одного раза в месяц.

Шашечные рейки компарируют контрольной линейкой, длина которой должна быть известна с предельной ошибкой не более 0,015 мм.

Допустимая разность между средней длиной метра пары реек комплекта для РН-05, РН-3, РН-10 равна 0,15; 0,8 и 1,5 мм соответственно.

7. **Поверка правильности нанесения дециметровых делений шкал реек.** Дециметровые деления измеряют контрольной линейкой. Случайная ошибка дециметровых делений не должна превышать 0,1; 0,2; 0,5; 1,0 мм для нивелирования I, II, III, IV классов соответственно.

#### 74. Тригонометрическое нивелирование

При тригонометрическом нивелировании превышение между точками определяют по измеренным углам наклона или зенитным расстояниям и расстоянию между точками или плановым координатам точек G и A (рис. 112).

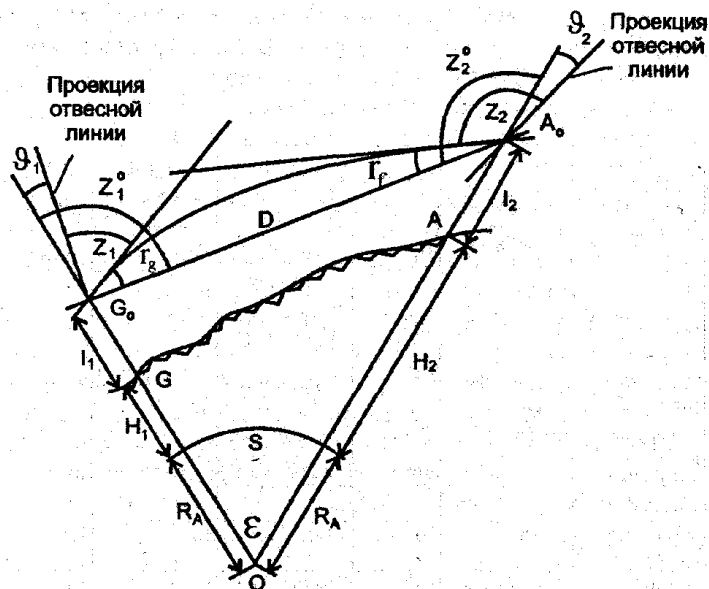


Рис. 112. Схема тригонометрического нивелирования

Прямое зенитное расстояние  $z_1^0$ , свободное от влияния земной рефракции  $r_r$  и составляющей уклона отвесной линии  $\vartheta_1$  по данному направлению

$$z_1^0 = z_1 + r_r + \vartheta_1. \quad (159)$$

Обратное зенитное расстояние

$$z_2^0 = z_2 + r_g - \vartheta_2. \quad (160)$$

В треугольнике  $OG_0A_0$  для определения прямого превышения имеем

$$R_A + H_1 + i_1 = (R_A + H_2 + l_2) \cos \epsilon - D \cos z_1^0.$$

После небольших преобразований, учитывая  $\cos \epsilon = 1 - 2 \sin^2 \frac{\epsilon}{2}$ ,

находим

$$h = H_2 - H_1 = D \cos z_1^0 + 2(R_A + H_2 + l_2) \sin^2 \frac{\epsilon}{2} + i_1 - l_2. \quad (161)$$

В этом же треугольнике для определения обратного превышения получаем

$$(R_A + H_1 + l_1) \cos \epsilon + D \cos(180^\circ - z_2^0) = R_A + H_2 + i_2.$$

После преобразований имеем

$$h = H_2 - H_1 = -D \cos z_2^0 - 2(R_A + H_1 + l_1) \sin^2 \frac{\epsilon}{2} - i_2 + l_1. \quad (162)$$

При двустороннем тригонометрическом нивелировании с учетом полученных формул находим

$$h = H_2 - H_1 = D \sin \frac{z_2^0 - z_1^0}{2} \sin \frac{z_1^0 + z_2^0}{2} + (H_2 - H_1) \sin^2 \frac{\epsilon}{2} + (l_2 - l_1) \sin^2 \frac{\epsilon}{2} + \frac{i_1 + l_1}{2} - \frac{i_2 + l_2}{2}$$

или с достаточной точностью

$$h = H_2 - H_1 = D \frac{\sin \frac{z_2^0 - z_1^0}{2} \sin \frac{z_1^0 + z_2^0}{2}}{\cos^2 \frac{\epsilon}{2}} + (l_2 - l_1) \sin^2 \frac{\epsilon}{2} + \frac{i_1 + l_1}{2} - \frac{i_2 + l_2}{2}.$$

Так как  $\epsilon/2 = -[90^\circ - (z_1^0 + z_2^0)/2]$ , то

$$h = H_2 - H_1 = D \frac{\sin \frac{z_2^0 - z_1^0}{2}}{\sin \frac{z_1^0 + z_2^0}{2}} + (l_2 - l_1) \sin^2 \frac{\epsilon}{2} + \frac{i_1 + l_1}{2} - \frac{i_2 + l_2}{2} \quad (163)$$

При  $D=20$  км,  $R_A=6371$  км,  $l_2 - l_1=20$  м второе слагаемое равно 0,05 мм, поэтому его можно не учитывать. Тогда

$$h = H_2 - H_1 = D \sin \frac{z_2^0 - z_1^0}{2} \operatorname{cosec} \frac{z_1^0 + z_2^0}{2} + \frac{i_1 + l_1}{2} - \frac{i_2 + l_2}{2}. \quad (164)$$

Если расстояние  $D$  измерено свето- или радиодальномером, то в него нужно ввести поправки за задержку сигнала (за влияние атмосферы) и за переход от трассы луча к прямой, соединяющей

точки  $G_0 A_0$ . Если известно расстояние  $S$  на поверхности относимости, то для перехода от  $S$  к  $D$  можно использовать формулу

$$D = \sqrt{(H_2 - H_1)^2 + 4(R_A + H_1)(R_A + H_2) \sin^2 \frac{\varepsilon}{2R_A}} \approx S + \frac{(H_2 - H_1)^2}{2S} - \frac{S^3}{24R_A^2} + \frac{(H_1 + H_2)S}{2R_A} \quad (165)$$

Если  $D$  – расстояние между прибором и визирной целью, то к входящим в формулу  $H_1, H_2$  нужно прибавить  $i_1$  и  $l_2$ , т.е. использовать вместо  $H_1 - (H_1 + i_1), H_2 - (H_2 + l_2)$ , если наблюдают с точки  $G$  на точку  $A$ , и вместо  $H_1 - (H_1 + l_1), H_2 - (H_2 + i_2)$ , если наблюдают с точки  $A$  на точку  $G$  (см. рис. 112).

При определении  $\varepsilon = \rho s / R_A$  значение  $s$  можно определить по формуле

$$S = D - \frac{(H_2 - H_1)^2}{2D} - \frac{(H_1 + H_2)D}{2R_A} + \frac{D^3}{24R_A^2} \quad (166)$$

По формулам (161)–(164) определяют разности геодезических высот и в итоге – геодезические высоты относительно поверхности принятого эллипсоида, которые широко используют при решении многих задач геодезии.

Однако в большинстве топографо-геодезических работ используют нормальные высоты  $H^y$  относительно поверхности квазигеоида. Учитывая, что  $H_i = H_i^y + \zeta_i$ , находим

$$H_2^y - H_1^y = H_2 - H_1 - (\zeta_2 - \zeta_1), \quad (167)$$

где  $(\zeta_2 - \zeta_1)$  – разность высот квазигеоида в точках 2 и 1, которые можно определить методом астрономо-гравиметрического нивелирования.

При небольших расстояниях между точками 1 и 2 в формуле (161) получаем  $2(R_A + H_2 + l_2) \sin^2 \frac{\varepsilon}{2} = \frac{S^2}{2R} = \frac{D^2}{2R}$ . С учетом этого вместо (161), опуская индексы при  $i$  и  $l$ , находим

$$h = D \cos z_1^0 + \frac{D^2}{2R} + i - l, \quad (168)$$

Если известно горизонтальное проложение  $d = D \cos v = D \sin z_1^0$ , то

$$h = d \operatorname{ctg} z_1^0 + \frac{d^2}{2R} + i - l.$$

Учитывая  $z_1^0 \approx z_1 = 90^\circ - v$ , где  $v$  – угол наклона, с учетом коэффициента рефракции  $k$  имеем

$$h = d \operatorname{tg} v + \frac{d^2(1-k)}{2R} + i - l = d \operatorname{tg} v + i - l + f, \quad (169)$$

где  $f = \frac{0.42d^2}{R} \approx 0,66d^2$ , где  $d$  в сотнях метров,  $f$  – в мм.

Если на рейке сделать метку на высоте прибора  $l$ , то  $l=i$ , и не учитывать  $f$ , то вместо формулы (169) получим

$$h = d \operatorname{tg} v. \quad (170)$$

Известно, что горизонтальное проложение  $d$  измеренного нитяным дальномером наклонного расстояния  $D$  (см. п.58)

$$d = D \cos^2 v. \quad (171)$$

Подставляя в формулы (169) и (170) вместо  $d$  его значение по формуле (171), находим

$$h = \frac{1}{2} D \sin 2v + i - l + f, \quad (172)$$

$$h = \frac{1}{2} D \sin 2v. \quad (173)$$

При работе на станции, с которой определяют отметки многих точек, целесообразно для их определения при  $f \approx 0$  и постоянных значениях  $i$  и  $l$  использовать формулу

$$H = H_{cm} + h + i - l = H'_{cm} + h, \quad (174)$$

где  $H'_{cm} = H_{cm} + i - l$ . При наведении на визирную цель (рейку) каждый раз перекрестие нитей наводят на верх рейки или какую-либо другую заметную точку, расстояние которой от нулевого деления рейки равно  $l$ .

Тригонометрическое нивелирование выполняют теодолитом или тахеометром. В настоящее время широкое применение имеют электронные тахеометры.

### 75. Учет оптической рефракции

Для определения углов рефракции  $r_g$  и  $r_f$ , входящих в формулы (159), (160), на рис. 113 с учетом формулы (145) имеем

$$r_g = \rho^* \frac{l}{D} = \frac{\rho^*}{D} \int_0^l dl = \frac{\rho^*}{D} \int_0^c (D - D_i) dr_c = -\frac{\rho^* 10^{-6}}{D} \int_{N_g}^{N_a} \frac{D - D_i}{n} \operatorname{tg}(z - K_z) dN,$$

$$z_f = \rho^* \frac{l'}{D} = \frac{\rho^*}{D} \int_0^{l'} dl' = \frac{\rho^*}{D} \int_0^c D_i dr_c = -\frac{\rho^* 10^{-6}}{D} \int_{N_g}^{N_a} \frac{D_i}{n} \operatorname{tg}(z - K_z) dN \quad (175)$$

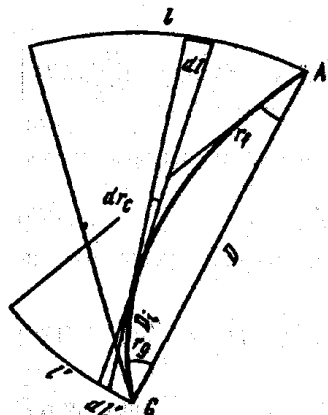


Рис. 113. К определению углов земной и фотограмметрической рефракций

в точках можно определить, используя выражение

$$\sin z_i = \frac{(R + H_g)(1 + 10^{-6} N_g) \sin z_g}{(R + H)(1 + 10^{-6} N)} = \frac{(R + H_a)(1 + 10^{-6} N_a) \sin z_a}{(R + H)(1 + 10^{-6} N)}, \quad (176)$$

где  $H_g, N_g, z_g; H_a, N_a, z_a; H, N, z$  – высота, индекс преломления и зенитное расстояние в начальной, конечной и текущей точках траектории ЭМВ соответственно;  $R$  – средний радиус кривизны по направлению траектории ЭМВ.

Применяя теорему о среднем значении, для формул (175) находим

Формулы (175) позволяют определять углы рефракции в атмосфере с произвольными параметрами для любых высот и зенитных расстояний. Так как строгое интегрирование в этих формулах невозможно, то задача может быть решена методом численного интегрирования, для чего в точках траектории электромагнитных волн (ЭМВ), в узлах интегрирования, нужно иметь значения входящих в эти формулы аргументов.

В сферической модели атмосферы входящие в формулы (175) зенитные расстояния  $z_i$  в текущих

$$z_g = 10^{-6} \rho^* \left[ (N_g - N_a) + \frac{1}{D} \int_{N_g}^{N_a} D_i dN \right] \left[ \frac{\operatorname{tg}(z - K_z)}{n} \right]_C; \quad (177)$$

$$z_f = -10^{-6} \frac{\rho^*}{D} \left[ \int_{N_g}^{N_a} D_i dN \right] \left[ \frac{\operatorname{tg}(z - K_z)}{n} \right]_C.$$

Входящее в формулы (177) значение

$$D_i = \int_0^H \sec Z_i dH = [\sec z]_C H.$$

С учетом полученного значения, интегрируя по частям, имеем

$$\int_{N_g}^{N_a} D_i dN = [\sec z]_C \int_{N_g}^{N_a} H dN = [\sec z]_C \left[ (H_a - H_g) N_a - \int_{H_g}^{H_a} N dH \right] \quad (178)$$

Согласно основному уравнению статики атмосферы и гидросферы

$$-dp = g \rho dH, \quad (179)$$

где  $p, \rho$  – давление и плотность газовой среды,  $g$  – ускорение силы тяжести. Учитывая

$$\rho = \frac{p}{R_C T_V}, \quad \frac{N T_V}{p} = \frac{N_0 T_{V0}}{p_0} = \text{const} = C, \quad N = C \frac{p}{T_V}, \quad (180)$$

где  $R_C, T_V$  – удельная газовая постоянная смеси газов и виртуальная температура соответственно, вместо формулы (179) получим

$$-dp = \frac{gp}{R_C T_V} dH,$$

откуда

$$dH = -\frac{R_C T_V}{gp} dp. \quad (181)$$

Подставляя во второе слагаемое формулы (178) вместо  $N$  и  $dH$  их значения из (180) и (181), находим

$$\int_{H_g}^{H_a} N dH = -C R_C \int_{p_g}^{p_a} \frac{p_a}{p} \frac{dp}{g} = C \frac{R_C}{g C} (p_g - p_a), \quad (182)$$

где  $g_C$  – среднеинтегральное значение ускорения силы тяжести.

С учетом полученного значения вместо (178) и (177) имеем

$$\int_{N_g}^{N_a} D_i dN = [\sec z]_C \left[ (H_a - H_g) N_a - C \frac{R_C}{g_C} (P_g - P_a) \right] \approx$$

$$\approx D \left[ N_a - C \frac{R_C (P_g - P_a)}{g_C (H_a - H_g)} \right];$$

$$r_g = 10^{-6} \rho^* \left[ N_g - C \frac{R_C (p_g - p_a)}{g_C (H_a - H_g)} \right] \left[ \frac{\operatorname{tg}(z - K_Z)}{n} \right]_C;$$

$$r_f = 10^{-6} \rho^* \left[ C \frac{R_C (p_g - p_a)}{g_C (H_a - H_g)} - N_a \right] \left[ \frac{\operatorname{tg}(z - K_Z)}{n} \right]_C. \quad (183)$$

Учитывая,  $N = Cp/T_V$ ,  $Cp10^{-6} = C_0$ , получаем

$$r_g = C_0 \left[ \frac{P_g}{T_{Vg}} - \frac{R_C (p_g - p_a)}{g_C (H_a - H_g)} \right] \left[ \frac{\operatorname{tg}(z - K_Z)}{n} \right]_C;$$

$$r_f = C_0 \left[ \frac{R_C (p_g - p_a)}{g_C (H_a - H_g)} - \frac{P_a}{T_{Va}} \right] \left[ \frac{\operatorname{tg}(z - K_Z)}{n} \right]_C. \quad (184)$$

Для высокоточного определения  $r_g, r_f$  по формулам (184) необходимо с высокой точностью (до сотых долей мбара при  $z = 80-89^\circ$ ) определять разности давлений в начальной и конечной точках траектории светового луча и другие аргументы, а также знать среднеинтегральное значение  $\left[ \frac{\operatorname{tg}(z - K_Z)}{n} \right]_C$ . В реальных

условиях обеспечить высокую точность входящих в формулы (184) аргументов, особенно при малых высотах и больших зенитных расстояниях, весьма трудно. Поэтому формулы (184) целесообразно использовать в горной местности и при наблюдении расположенных на больших высотах объектов при зенитных расстояниях менее  $75^\circ$ , при этом во многих случаях можно принять  $\left[ \frac{\operatorname{tg}(z - K_Z)}{n} \right]_C \approx \operatorname{tg} z$ . Для других случаев формулы (184)

целесообразно преобразовать, чтобы требования к точности определения входящих в формулы аргументов при сохранении высокой точности определения углов рефракции были снижены.

Для атмосферы с произвольным распределением температуры с высотой давление  $p$  с изменением высоты на величину  $h$  определяют по известной формуле

$$p_a = p_g \exp\left(-\frac{g_C h}{R_C \bar{T}}\right), \quad (185)$$

где  $g_C, R_C$  – ускорение силы тяжести и удельная газовая постоянная,  $P_g$  – давление в начальной точке  $G$ ,  $\bar{T}$  – среднебарометрическое значение температуры, при которой величина  $p_a$ , вычисленная по формуле (185), и действительное равны. Логарифмируя и раскладывая в ряд, находим

$$\ln \frac{P_a}{P_g} = 2 \left[ \frac{P_a - P_g}{P_g + P_a} - \frac{(P_a - P_g)^3}{3(P_g + P_a)^3} + \dots \right] = -\frac{g_C h}{R_C \bar{T}}, \quad (186)$$

откуда

$$p_g - p_a = \frac{g_C h}{R_C \bar{T}} \left[ (p_g + p_a) - \frac{(p_g - p_a)^2}{3(p_g + p_a)} \right] = \frac{g_C (H_a - H_g)}{R_C \bar{T}} \quad (187)$$

$$\left[ p_C - \frac{(p_g - p_a)^2}{12 p_C} \right] = p_C K \left( 1 - \frac{K^2}{12} \right),$$

где

$$K = \frac{g_C (H_a - H_g)}{R_C \bar{T}}$$

Формула (187) при  $H_a - H_g = 2$  км позволяет определять разность давлений с ошибкой порядка 0,01 гПА, т.е. дает практически точное значение.

Подставляя в формулы (184)  $(p_g - p_a)$  из (187), после преобразований имеем

$$r_g = \frac{C_0}{h_C} \left[ \frac{P_g}{T_{Vg}} - \frac{p_C}{\bar{T}} + \frac{(p_g - p_a)^2}{12 \bar{T} p_C} \right] \left[ \operatorname{tg}(z - K_Z) \right]_C$$

$$r_f = \frac{C_0}{h_C} \left[ \frac{p_C}{\bar{T}} - \frac{p_a}{T_a} - \frac{(p_g - p_a)^2}{12 \bar{T} p_C} \right] \left[ \operatorname{tg}(z - K_Z) \right]_C \quad (188)$$



Значение

$$\frac{p_g}{T_g} - \frac{p_c}{\bar{T}} = \frac{1}{2T_c} \left( \frac{p_g}{T_g} 2T_c - \frac{2T_c p_c}{\bar{T}} \right) = \frac{1}{2T_c} \left[ \frac{p_g}{T_g} (T_g + T_a) - \frac{2p_c}{\bar{T}} T_c + (p_g - p_a) - (p_g - p_a) \right] = \frac{1}{2T_c} \left[ (p_g - p_a) - \frac{p_g}{T_g} (T_g - T_a) + \frac{2p_c}{\bar{T}} (\bar{T} - T_c) \right]$$

Аналогичным образом получаем

$$\frac{p_c}{\bar{T}} - \frac{p_a}{T_a} = \frac{1}{2T_c} \left[ (p_g - p_a) - \frac{p_a}{T_a} (T_g - T_a) - \frac{2p_c}{\bar{T}} (\bar{T} - T_c) \right]$$

С учетом полученных значений вместо (188) находим

$$r_g = \frac{C_0}{2T_c h_c} \left[ (p_g - p_a) - \frac{p_g}{T_g} (T_g - T_a) + \frac{2p_c}{\bar{T}} (\bar{T} - T_c) + \frac{(p_g - p_a)^2 T_c}{6\bar{T} p_c} \right] \lg(z - K_Z) \Big|_C$$

$$r_f = \frac{C_0}{2T_c h_c} \left[ (p_g - p_a) - \frac{p_a}{T_a} (T_g - T_a) - \frac{2p_c}{\bar{T}} (\bar{T} - T_c) - \frac{(p_g - p_a)^2 T_c}{6\bar{T} p_c} \right] \lg(z - K_Z) \Big|_C$$

(189)

где

$$p_c = 0,5(p_g + p_a), \quad T_c = 0,5(T_{vg} + T_{va}), \quad C_0 = 0,206265 \frac{N_0 T_0}{p_0}$$

$p_0, T_0$  – давление и абсолютная температура, при которых определяли  $N_0$ .

Анализ полученных формул показывает, что при их использовании точность определения разностей давлений при сохранении точности определения  $r_g$  и  $r_f$  может быть снижена в несколько раз, а точность определения разности температур – примерно в два раза.

Подставляя в формулы (189) вместо  $(p_g - p_a)$  ее значение из формулы (187), имеем

$$r_g = \frac{C_0}{2T_c h_c} \left[ p_c K \left( 1 - \frac{K^2}{12} - \frac{KT_c}{6\bar{T}} \right) - \frac{p_g}{T_g} (T_g - T_a) + \frac{2p_c}{\bar{T}} (\bar{T} - T_c) \right] \lg(z - K_Z) \Big|_C$$

$$r_f = \frac{C_0}{2T_c h_c} \left[ p_c K \left( 1 - \frac{K^2}{12} - \frac{KT_c}{6\bar{T}} \right) - \frac{p_a}{T_a} (T_g - T_a) - \frac{2p_c}{\bar{T}} (\bar{T} - T_c) \right] \lg(z - K_Z) \Big|_C$$

(190)

где с учетом формулы (187)

$$K = \frac{g_C (H_a - H_g)}{R_C \bar{T}} = \ln \frac{p_g}{p_a} \quad (191)$$

Значение  $r_c = r_g + r_f$ . Подставляя в эту формулу вместо  $r_g, r_f$  их значения из формул (190) с учетом (191), (186), после преобразований получаем значение

$$r_c = \frac{C_0}{n_C} \left( \frac{p_g}{T_g} - \frac{p_a}{T_a} \right) \lg(z - K_Z) \Big|_C,$$

которое совпадает с его значением, получаемым из формулы (145), что подтверждает правильность вывода формул (190).

Из формул (186) средняя барометрическая температура

$$\bar{T} = \frac{g_C h}{R_C \ln \frac{p_g}{p_a}} \quad (192)$$

Кроме того,

$$\bar{T} = \frac{H_a - H_g}{\int_{H_g}^{H_a} \frac{dH}{T}} = \frac{2(H_a - H_g)}{\frac{H_1 - H_g}{T_g} + \frac{H_2 - H_g}{T_1} + \frac{H_3 - H_1}{T_2} + \dots + \frac{H_a - H_{a-2}}{T_{a-1}} + \frac{H_a - H_{a-1}}{T_a}} \quad (193)$$

Интегрирование в формуле (193) выполнено по формуле трапеций при неодинаковом расстоянии между узлами интегрирования.

При линейном изменении температуры с высотой интегрирование в (193) выполняется строго, в этом случае

$$\bar{T} = \frac{T_g - T_a}{\ln \frac{T_g}{T_a}} \approx T_c - \frac{(T_g - T_a)^2}{12T_c} = T_c - \frac{\gamma^2 h^2}{12T_c} = T_c - \Delta T, \quad (194)$$

где  $\gamma$  – вертикальный градиент температуры. При  $\gamma = 6,5$  К/км,  $\Delta T = 3,521 h^2 / T_c$ , где  $h$  – км,  $T_c$  и  $\Delta T$  – в кельвинах.

Исследования показали, что при линейном измерении температуры с высотой разность между средней и средней барометрической температурами незначительна и при  $h = 2-3$  км равна примерно  $0,1^\circ\text{C}$ , т.е. соответствует точности ее измерения. Поэтому в случаях, когда закон изменения температуры с высотой

близок к линейному, при определении превышений до 2-3 км можно считать  $\bar{T} = T_C$ .

Значение  $\bar{T}$ , вычисленное по строгой формуле и методом численного интегрирования, отличается не более чем на 0,03°C, что позволяет рекомендовать формулу (193) для определения  $\bar{T}$ , когда закон изменения температуры с высотой не соответствует линейному.

Если  $\bar{T} = T_C$ , то формулы (190) упрощаются:

$$r_g = \frac{C_0}{2T_C n_C} \left[ K p_C \left( 1 - \frac{K^2}{12} + \frac{K}{6} \right) - \frac{P_g}{T_g} (T_g - T_a) \right] [lg(z - K_Z)]_C;$$

$$r_f = \frac{C_0}{2T_C n_C} \left[ K p_C \left( 1 - \frac{K^2}{12} - \frac{K}{6} \right) - \frac{P_a}{T_a} (T_g - T_a) \right] [lg(z - K_Z)]_C. \quad (195)$$

При сравнительно небольших превышениях  $\pm K/6 - K^2/12$  в формулах (195) значительно меньше единиц. Например, при  $h=0,5$  км  $K=0,0596$ , а значение  $\pm K/6 - K^2/12$  равно примерно 0,01. Опуская эту величину, вместо (195) получим

$$r_g = \frac{C_0}{2T_C n_C} \left[ K p_C - \frac{P_g}{T_g} (T_g - T_a) \right] [lg(z - K_Z)]_C;$$

$$r_f = \frac{C_0}{2T_C n_C} \left[ K p_C - \frac{P_a}{T_a} (T_g - T_a) \right] [lg(z - K_Z)]_C \quad (196)$$

Учитывая

$$K = \frac{g_C h}{R_C \bar{T}} = \frac{g_C h}{R_C T_C}, T_a = T_C = T, p_C = p_a = p, n_C = 1, [lg(z - K_Z)]_C = \frac{s}{h},$$

вместо (196) находим

$$r_g = r_f = \frac{C_0 p s}{2T^2} \left( \frac{g_C}{R_C} - \frac{\Delta t}{h} \right). \quad (197)$$

Для элементарного участка пути оптического луча  $-\frac{\Delta t}{h} = \frac{dt}{dH}$ . Коэффициент рефракции  $k = R/R_p$ , где  $R$  — радиус Земли,  $R_p$  — радиус кривизны оптического луча. Так как

$$r_g = 0,5 r_C = \frac{s}{2R_p} = \frac{C_0 p s}{2T^2} \left( \frac{g_C}{R} + \frac{dt}{dH} \right) = \frac{sk}{2R},$$

то

$$k = \frac{C_0 p R}{\rho^* T^2} \left( \frac{g_C}{R_C} + \frac{dt}{dH} \right). \quad (198)$$

При  $C_0 = 16,247$  угл. с·К/Па (для  $\lambda = 0,60$  мкм),  $R = 6371$  км,  $n_C = 9,80665$  м/с<sup>2</sup>,  $R_C = 287,05287$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>·К с учетом перехода давления  $p$  от гПа к мм рт.ст., т.е. умножения на 1013,25/760, имеем

$$k = 0,23283 \frac{p}{760(1 + \alpha t)} (1 - 29,271 t), \quad (199)$$

где  $t = \frac{dt}{dH}$ ,  $p$  — в мм рт.ст.,  $\alpha = 1/273,15 = 0,003661$ ,  $t$  — в °С.

Формула (199) практически совпадает с формулой, полученной Иорданом. Следовательно, используемая в практике тригонометрического нивелирования формула Иордана является частным случаем формул (175) — (190) и справедлива только для элементарного отрезка пути оптического луча при совпадении изодиоптрических (одинакового коэффициента преломления) и уровенных поверхностей.

## 76. Номограммные тахеометры

Появление современных номограммных приборов освободило от необходимости вычислять горизонтальные проложения и превышения в полевых условиях, что повысило производительность труда примерно в 2 раза и облегчило труд исполнителя. В настоящее время использование современной вычислительной техники и электронных тахеометров не повлияло заметно на широкое применение номограммных тахеометров при тахеометрической съемке в связи с их экономической целесообразностью.

Идея создания номограммы, т.е. переменного расстояния между нитями сетки, принадлежит итальянским инженерам Ронкагли и Урбани (1880 г.). Более полно эта идея использована Ф. Гаммером (1896 г.). Технологическое решение, позволившее серийно изготавливать номограммные приборы, было получено фирмой К.Цейсс, выпустившей номограммные тахеометры Дельта (1942 г.) и Дельта — 020 (1948 г.) [2].

В номограммном тахеометре горизонтальное положение  $S$  и превышение  $h$  (рис. 114) определяют по формулам

$$S = K_s l_s, \quad h = K_h l_h, \quad (200)$$

где  $K_s, K_h$  – коэффициенты ( $K=100, K=\pm 10, \pm 20, \pm 100$ );  $l_s, l_h$  – отрезки на вертикальной рейке между основной кривой (на рис. 114, а точка  $O$  на высоте  $v=i$ ) и кривыми горизонтальных проложений (точка  $N$ ) и превышений (точка  $M$ ) соответственно при наведении на ось рейки вертикальной нити сетки.

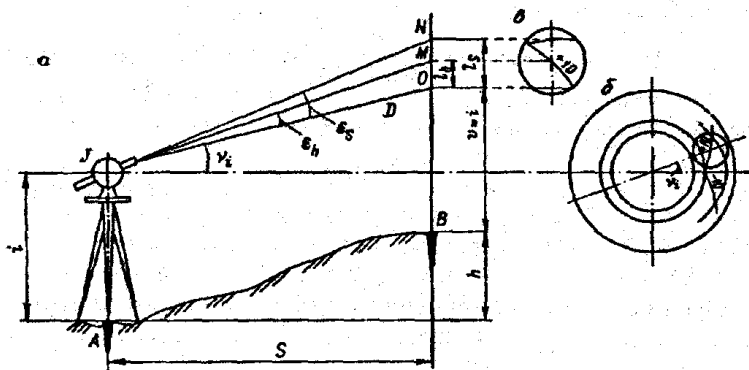


Рисунок 114. Принцип определения превышений и горизонтальных проложений по номограмме

На рис. 114

$$S = D \cos v, \quad h = D \sin v \quad (201)$$

В треугольниках  $JON$  и  $JOM$  по теореме синусов имеем

$$D = \frac{l_s \sin[90^\circ - (\epsilon_s \pm v)]}{\sin \epsilon_s} = \frac{l_s \cos(\epsilon_s \pm v)}{\sin \epsilon_s},$$

$$D = \frac{l_h \sin[90^\circ - (\epsilon_h \pm v)]}{\sin \epsilon_h} = \frac{l_h \cos(\epsilon_h \pm v)}{\sin \epsilon_h}, \quad (202)$$

где  $\epsilon_s, \epsilon_h$  – параллактические углы дальномера и высотомера.

Из формул (200) с учетом формул (201), (202) находим

$$K_s = \frac{S}{l_s} = \frac{D \cos v}{l_s} = \frac{\cos(\epsilon_s \pm v) \cos v}{\sin \epsilon_s} = \frac{\cos \epsilon_s \cos^2 v \mp \sin v \cos v \sin \epsilon_s}{\sin \epsilon_s};$$

$$K_h = \frac{h}{l_h} = \frac{D \sin v}{l_h} = \frac{\cos(\epsilon_h \pm v) \sin v}{\sin \epsilon_h} = \frac{\cos \epsilon_h \sin v \cos v \mp \sin \epsilon_h \sin^2 v}{\sin \epsilon_h} \quad (203)$$

В нитяных дальномерах (см. рис. 87, на котором  $\text{ctg} \beta = \frac{f}{p}$ )

$$\text{ctg} \epsilon_s = \frac{f}{p_s}; \quad \text{ctg} \epsilon_h = \frac{f}{p_h},$$

где  $f$  – фокусное расстояние,  $p_s, p_h$  – отрезки на сетке между основной окружностью и кривыми  $s$  и  $h$  соответственно. С учетом этих формул вместо (203) получаем

$$K_s = \frac{f}{p_s} \cos^2 v \mp \sin v \cos v; \quad (204)$$

$$K_h = \frac{f}{p_h} \sin v \cos v \mp \sin^2 v.$$

Принимая  $K_s = 100, K_h = \pm 10, \pm 20, \pm 100$ , на вертикальном круге от основной окружности наносят кривые  $s$  и  $h$ , откладывая величины

$$p_s = \frac{f \cos^2 v}{K_s \pm \sin v \cos v}, \quad p_h = \frac{f \sin v \cos v}{K_h \pm \sin^2 v} \quad (205)$$

по радиусу вертикального круга при каждом значении угла наклона  $v$ . Общий вид номограммы на вертикальном круге и в поле зрения трубы приведен на рис. 114, б., и 114, в; поле зрения номограммного тахеометра показано на рис. 115.

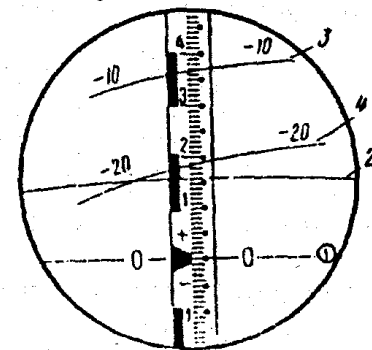


Рис. 115. Поле зрения номограммного тахеометра.

1 – основная кривая, 2 – кривая горизонтальных проложений, 3, 4 – кривые превышений при  $K_h = -10$  и  $K_h = -20$ .

Номограммный тахеометр 2ТаН используют для определения горизонтальных проложений со средней квадратической ошибкой  $m_s = 0,15$  м при  $K_s = 100$ ; 0,20 м при  $K_s = 200$  на 100 м расстояния; превышений — с  $m_h \geq 3$  см на 100 м при  $K_h = \pm 10$  и 6 см при  $K_h = \pm 20$ ; углы с ошибками не более 8" — для горизонтальных и 12" — для вертикальных. Тахеометр имеет отдельные вертикальный и номограммный круги. Изготовлен унифицированно с теодолитом 2Т5К (угломерная часть и оси), имеет компенсатор вертикального круга, имеются оптический центрир и исправительные винты компенсатора для исправления МО в полевых условиях. Для быстрого ориентирования на горизонтальном круге помещен круг-искатель. Если не измеряют вертикальные углы, то поворотом рукоятки под зеркалом подсветки верхняя часть поля зрения зашторивается. Измерения по номограмме выполняют при КЛ.

Тахеометр 2ТаН выпускают со столиком, промежуточный кронштейн приподнимает тахеометр над планшетом. В комплект прибора входят штатив ПШ-160, 2 складные рейки с сантиметровыми делениями, круглыми уровнями и выдвижными пятками, буссоль и комплект масштабных линеек.

Тахеометр Дельта 010 изготавливают в Германии с 1969 года, позднее — Дельта 010А и Дельта 010В. Позволяет измерять горизонтальные проложения с относительной ошибкой 1/1000 и превышением с  $m_h = 3-10$  см на 100 м по номограмме, горизонтальные и вертикальные углы с  $m = 5-6$ ". В последних моделях применены: улучшенная зрительная труба, оптический центрир, соосные винты, компенсатор при вертикальном круге с диапазоном действия 3-5'. В тахеометре Дельта 010В используют грубую и точную фокусировку, грубое и точное наведение по горизонтальному и вертикальному направлениям. В комплект входят 2 складные четырехметровые рейки, столик Карти, используемый для составления плана на каждой станции в полевых условиях на бумаге или пластике, накладываемых на диск.

## 77. Электронные тахеометры

Электронный тахеометр объединяет теодолит, светодальномер и микро-ЭВМ, позволяет выполнять угловые и линейные измерения и осуществлять совместную обработку результатов этих измерений. Кроме того, функции электронного тахеометра может выполнять прибор, получаемый путем установки на опти-

ческий или электронный теодолит малогабаритного автоматизированного топографического светодальномера (возможность такой установки предусмотрена на всех современных топографических светодальномерах), в этом случае регистрацию результатов угловых и линейных измерений выполняют отдельно, обработку выполняют на внешней ЭВМ.

Электронные тахеометры (ЭТ) делят на :1) ЭТ с визуальным отсчетом углов и 2) ЭТ с электронным отсчетом (Total station — универсальные станции). В первом случае снимаемые визуальными отсчетами по шкаловому микрометру или оптическому микрометру вводят в процессор ручным набором на клавиатуре, а во втором углы в цифровом виде выводятся на табло. Линейные величины выводятся на табло во всех случаях.

Автоматическое считывание углов выполняется путем их перевода в электрические сигналы при помощи аналого-цифровых преобразователей (АЦП). Применяют в основном 2 вида АЦП — кодовый и инкрементальный (цифровой, цифровой).

При кодовом методе лимб является кодовым диском с системой кодовых дорожек, обеспечивающих создание сигналов 0 и 1 в двоичной системе исчисления или сигналы в двоично-десятичных кодах, циклических и др., а также коды с избыточностью (корректирующие коды), позволяющие обнаруживать и исправлять ошибки. Кодовый метод является абсолютным, при котором каждому направлению однозначно соответствует определенный кодированный выходной сигнал. Для считывания информации с кодовых дисков обычно используют фотоэлектрический способ, при котором диск просвечивают световым пучком, поступающим на фотоприемное устройство, и в результате на выходе получают комбинации электрических сигналов, соответствующих определенным значениям направлений. Затем электрические сигналы поступают в логические схемы, и в итоге измеряемая величина в цифровом виде воспроизводится на табло.

В инкрементальном методе используют штриховой растр (систему радиальных штрихов), который через одинаковые интервалы (до 100 штрихов на 1 мм) наносят на внешний край лимба или алидады. Штрихи и равные им по толщине интервалы создают последовательность элементов "да-нет", которые называют инкрементами. Считывание выполняют также оптическим методом, числу прошедших инкрементов соответствует число световых импульсов, поступивших на светоприемник. Для учета

направления вращения круга используют два фотоприемника, воспринимающие импульсные сигналы, сдвинутые по фазе на  $90^\circ$ , что достигается соответствующим размещением фотоприемников относительно растра или использованием двух одинаковых растров, сдвинутых относительно друг друга на  $1/4$  инкремента.

Инкрементальный метод является относительным, которым измеряют углы, а кодовым, который является абсолютным, — направления. Для повышения точности применяют системы, содержащие несколько расположенных определенным образом относительно круга пар фотодиодов, сигналы от которых сдвинуты по фазе, совместная обработка сигналов дает высокое угловое разрешение.

Микропроцессоры в электронных тахеометрах используют для управления, контроля и вычислений. На табло по команде с пульта управления процессора могут выдаваться наклонные расстояния, горизонтальные проложения, горизонтальные и вертикальные углы, превышения и др. В электронных тахеометрах последних моделей имеются микроЭВМ с памятью и устройством ввода и вывода данных, с регистрацией информации в запоминающем устройстве и ее выводом на внешний накопитель. Имеется возможность в соответствии с заложенными программами в полевых условиях решать различные геодезические задачи, результаты могут выдаваться на табло, записываться в память или могут быть переданы на подключенный к прибору внешний накопитель информации.

Внешний полевой накопитель ("электронный полевой журнал") хранит полученную в поле информацию для последующей обработки в камеральном вычислительном центре. Следовательно, современные электронные тахеометры позволяют создавать комплексную систему автоматизированного картографирования, состоящую из электронного тахеометра, полевого накопителя информации, стационарной ЭВМ и графопостроителя.

Электронная тахеометрия [2] позволяет решать следующие задачи:

- 1) сгущение геодезической сети методом полигонометрии;
- 2) измерение сторон в трилатерации;
- 3) создание планово-высотного обоснования;
- 4) привязка снимков;
- 5) топографическая крупномасштабная съемка местности;

6) геодезические работы при инженерно-геодезических изысканиях;

7) геодезическое обеспечение монтажных работ при строительстве зданий и инженерных сооружений;

8) геодезические работы на строительных площадках; и многие другие задачи геодезии, земельного и городского кадастра и т.п.

## 78. Отечественные и зарубежные электронные тахеометры

Отечественный электронный тахеометр Та5 (рис. 116) является сочетанием шкалового теодолита 2Т5К со светодальномером СТ5 и микроЭВМ. Позволяет измерять расстояния до 1 км с отражателем из одной призмы и 2,5 км — из 7 призм. Точность измерения горизонтального угла  $5''$ , вертикального —  $10''$ , расстояния — 20 мм. Теодолит имеет шкаловой отсчетный микроскоп и компенсатор маятниковой типа, приводящие при наклоне визирной оси отсчетный индекс вертикального круга в исходное положение. Отсчеты с лимбов снимают визуально и вводят в вычислитель при помощи клавиатуры. Результаты измерения расстояний светодальномером вводятся в вычислитель автоматически. На цифровое табло выводится горизонтальное проложение, превышение, среднее значение горизонтального угла из двух полуприемов, вертикальный угол с учетом места зенита, приращение прямоугольных координат. Результаты измерений и вычислений могут быть автоматически введены во внешний накопитель для последующей обработки на ЭВМ.

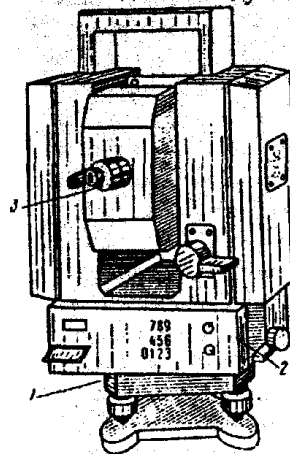


Рис. 116. Внешний вид тахеометра Та5:

1 — подставка; 2 — клавиатура; 3 — зрительная труба со светодальномером

Электронный теодолит 3ТА5 уральского оптико-механического завода используют для выполнения крупномасштабных топографических съемок, при инвентаризации земель, создании и обновлении земельного кадастра и решении задач с землеугодом (вынос проекта в натуру), измерение полярных и прямоугольных координат, высотных отметок, площадей земельных участков. Результаты измерений могут быть записаны на карту памяти или переданы в персональный компьютер типа IBM PC. Прибор может комплектоваться дополнительными принадлежностями и пакетом программ для обработки полевых измерений. Средняя квадратическая погрешность измерения горизонтальных углов – 5", вертикальных – 7", наклонных расстояний –  $(5+3 \cdot 10^{-4} D)$  мм, диапазон измерения расстояний 2-2000м, диапазон работы компенсатора –  $\pm 5'$ , систематическая погрешность компенсации на 1' не более 3", увеличение трубы 29<sup>x</sup>.

Электронный тахеометр ТаЗ("Агат") имеет в единой конструкции кодовый теодолит, светодайномер и микроЭВМ. Позволяет измерять расстояния от 0,5 м до 5 км с точностью 10мм+3мм/км. Точность измерения горизонтальных углов 3" вертикальных – 5", вертикальный круг имеет автоматический компенсатор. МикроЭВМ обеспечивает управление прибором, контроль операций и решение различных геодезических задач, отмеченных выше.

Прибор имеет 4 режима работы: отдельный, полуавтоматический, автоматический и слежения (трекинг). При решении геодезических задач учитываются поправки за кривизну Земли и рефракцию, за разность высотности штатива прибора и отражателя и т.п. Углы могут выдаваться в гонах и градусах. Тахеометр имеет оптический центрир и возможность выполнять измерения по трехштативной системе. Имеется электрооборудование для работы ночью. Информация может быть записана в накопитель, что позволяет использовать прибор как основное звено автоматизированного комплекса, завершающегося графопостроителем.

Зарубежные электронные тахеометры [2] изготавливают различные фирмы: Geodat фирмы "Геотроник", Res фирмы "Оптон", SDR фирмы "Соккиа" и др. Большое внимание в этих приборах уделяется возможности простой и легкой сборки модульных электронных тахеометров, позволяющих с максимальной эффективностью использовать выпускаемые приборы, синтезируя их различным образом в зависимости от вида работ.

Электронные тахеометры неразъемной конструкции ("уни-

версальная станция") с электронным отсчетом углов и полной автоматизацией измерений наиболее целесообразны в интегральных системах автоматического картографирования. Все приборы имеют коаксиальное совмещение приемной и передающей оптической системы дальномера и зрительной трубы, компенсатор вертикального круга для установки нулевого диаметра в горизонтальное положение, электронный датчик угла наклона для автоматического определения превышения и горизонтального проложения, режим трекинга и т.п. Каждый прибор, кроме того, имеет свои особенности.

Геодиметр 400 позволяет измерять расстояние в стандартном режиме с точностью  $\pm(5\text{мм}+5\text{мм}/\text{км})$ , в режиме повышенной точности –  $\pm(3\text{мм}+3\text{мм}/\text{км})$ , в режиме трекинга с максимальной скоростью движения отражателя 4м/с –  $\pm(10\text{мм}+5\text{мм}/\text{км})$ . Точность измерения углов 2" в стандартном и 1" в повышенной точности режимах. Подобные характеристики имеют и другие электронные теодолиты. Новшества, имеющиеся в геодиметре 400, сводятся к следующим.

1. Система электронного контроля угловых измерений, позволяющая без потери точности работать при одном круге, что стало возможным благодаря полному исключению эксцентриситета и ошибок делений лимба, автоматической компенсации нарушения центрировки прибора в процессе работы, автоматической коррекции коллимационной ошибки и наклона оси вращения трубы.

2. Электронный уровень, позволяющий автоматически нивелировать прибор без его вращения вокруг вертикальной оси.

3. Многофункциональный дисплей на жидких кристаллах с 4-мя строчками по 16 разрядов в каждой с возможностью отображать сразу большой объем информации.

4. Треклайд – устройство для "самонаведения" реечника, позволяющее ему быстро отыскать луч от прибора и установить на него отражатель, смонтированный на рейке. Устройство дает белый цвет, если реечник находится в створе, при отклонении влево – зеленый, вправо – красный.

5. Разговорное устройство ("Юником") для односторонней речевой связи с реечником. На рейке смонтирован приемник, передача ведется по оптическому лучу в ИК – диапазоне.

Тахимат ТС2000 имеет высокую точность угловых, 0,5", и линейных –  $\pm(2\text{мм}+2\text{мм}/\text{км})$  измерений. Угломерная часть является электронным теодолитом Теомат Т2000. Высокая точ-

ность измерения углов обеспечивается оригинальной динамической системой оптоэлектронного сканирования при считывании с растрового круга. При каждом отсчете используется сканирование по всему кругу, что исключает ошибки деления круга (лимба), считывание диаметрально противоположных штрихов исключает ошибку за эксцентриситет, исключается также коллимационная ошибка горизонтального круга и автоматически корректируется ошибка индекса вертикального круга. Прибор полностью автоматизирован, к нему может быть подключен внешний накопитель информации. Является прецизионным прибором, который можно использовать для различных высокоточных измерений.

Электронный тахеометр серии ДТМ-500 корпорации Nikon, Япония, имеет прямое изображение зрительной трубы с увеличением  $33\times$  ( $21\times$ ,  $41\times$  с дополнительными окулярами), минимальное расстояние фокусировки 1,3 м при хорошей видимости позволяет измерять расстояние от 5 до 100 метров на рефлекторную марку, до 1100 м – на минипризму, 2700 м – на одну призму, 3600 м – на 3 призмы и 4400 м – на 9 призм. Точность измерения расстояний  $\pm(2+2D10^{-6})$  мм и  $(4+2D10^{-6})$  мм – в режиме трекинга, точность угловых измерений  $1''$ , имеется жидкостно – электрический компенсатор с точностью установки  $\pm 1''$ . Оптический центрир имеет увеличение  $3\times$  и прямое изображение. Дисплей – жидкокристаллический (16 символов, 4 строки), на обеих сторонах. Память – 5000 точек. Все модели ДТМ-500 имеют оборудование, излучающее два когерентных красных световых луча, постоянный и мерцающий, которые позволяют легко и быстро выносить точки в натуру от 100 м от прибора с точностью 6 см на 100 м. Информация может передаваться как на, так и из компьютера с помощью стандартного программного обеспечения, можно также передавать с компьютера на тахеометр список специальных кодов.

#### 79. Выгоднейшее время измерения зенитных расстояний.

##### Обработка результатов тригонометрического нивелирования.

##### Точность тригонометрического нивелирования

В геодезических сетях прямые и обратные зенитные расстояния измеряют обычно в разное время суток и даже в разные дни и углы рефракции  $r_g, r_f$  или коэффициенты рефракции  $k_1, k_2$  на концах одной и той же стороны могут существенно

отличаться. Вычислив превышение по формуле (163) двустороннего тригонометрического нивелирования, получим результат, искаженный за влияние рефракции на величину

$$\delta h = \frac{r_g - r_f}{2\rho''} s = \frac{k_1 - k_2}{4R} s^2,$$

если  $\Delta r = r_g - r_f$  и  $\Delta k = k_1 - k_2$  неизвестны и не учитываются.

Для существенного ослабления влияния рефракции на определяемые превышения зенитные расстояния целесообразно измерять в такое время, когда разности  $\Delta r$  являются стабильными и стремятся к минимуму. В суточном ходе земная рефракция достигает наименьшей величины около полудня, а наибольшее – около полуночи, среднее суточное ее значение примерно равно ее значению утром и вечером в периоды времени, когда состояние воздуха близко к изотермическому (температура воздуха над различной подстилающей поверхностью одинакова). В эти периоды наблюдается наибольшая стабильность рефракции, называемой нормальной, в разные дни и при разной погоде, в эти периоды разность  $\Delta r$  становится небольшой. Поэтому эти периоды и являются наиболее благоприятными для измерения зенитных расстояний.

Этот вывод впервые был сделан известным русским астрономом и геодезистом В.Я. Струве в 1837 г., когда под его руководством Каспийская экспедиция определяла методом тригонометрического нивелирования разность уровней Черного и Каспийского морей.

Позже появились рекомендации измерять зенитные расстояния в периоды с 10 до 14 часов, когда в суточном ходе рефракция принимает наименьшее значение, хотя по исследованиям А.А. Изотова и Л.П. Пеллинина (1955 г.) ее величина существенно изменяется для разных направлений на пункте и с изменением погоды. Инструкция, действующая в настоящее время, разрешает измерять зенитные расстояния на достаточно четкие изображения визирных целей в течение всего дня, исключая периоды по 2 ч. перед заходом и после восхода Солнца.

Проф. Н.В. Яковлев [12] считал, что для получения наиболее точных результатов тригонометрического нивелирования зенитные расстояния следует измерять в периоды изотермии воздуха на всех пунктах геодезической сети. Если это сделать невозможно, то одну часть приемов (не менее четырех) нужно выполнять, например, за 1-1,5 часа до наступления изотермии, а другую (не

менее четырех приемов) – спустя примерно 1-1,5 часа после изотермии, причем не обязательно в тот же день.

При этом с точностью до минуты можно фиксировать время каждого приема измерения зенитных расстояний.

Определив время  $t_0$  наступления изотермии воздуха по методике, изложенной в [12], измеренные в моменты времени  $t_1, t_2$  ( $t_1 < t_0 < t_2$ ) зенитные расстояния  $z_1$  и  $z_2$  необходимо проинтерполировать линейно на момент изотермии  $t_0$ . Для того, чтобы зенитные расстояния, измеренные по  $n$  направлениям, относились к одному и тому же среднему из приемов моменту времени, зенитные расстояния при одном положении вертикального круга следует измерять в последовательности номеров направлений 1, 2, ...,  $n$ , а при другом положении круга – в обратной последовательности, т.е.  $n, n-1, \dots, 2, 1$ .

Обработку результатов тригонометрического нивелирования начинают с проверки журналов измерений и вычисления зенитных расстояний, правильности измерений высот теодолита и визирных целей, расстояний между пунктами. После этого, используя результаты взаимно обратных зенитных расстояний, вычисляют углы рефракции или коэффициенты рефракции по 10-15 наиболее длинным сторонам на участке геодезической сети с примерно одинаковой подстилающей поверхностью и из этих значений находят среднюю величину угла рефракции, коэффициента рефракции, исходя из следующих соображений.

Если на концах стороны измерены взаимно обратные зенитные расстояния  $z_1$  и  $z_2$ , то полагая  $r_g = r_f$  и  $k_1 = k_2$ , что в действительности обычно не бывает, из (159) и (160) имеем

$$r_g = z_1^0 - z_1 - v_1 = k_1 \varepsilon / 2 ; r_f = z_2^0 - z_2 + v_2 = k_2 \varepsilon / 2.$$

Сложив эти равенства и учитывая  $z_1^0 + z_2^0 = 180^\circ + \varepsilon$ , получим угол полной рефракции

$$r_c = r_g + r_f = 2\bar{r}_g = 180^\circ + \varepsilon - (z_1 + z_2) + (v_2 - v_1) = (k_1 - k_2) \frac{\varepsilon}{2}$$

Так как  $\varepsilon = \rho'' s / R$ , то

$$\bar{r}_g = 90^\circ - \frac{1}{2} \left[ (z_1 + z_2) - \frac{\rho'' s}{R} (v_2 - v_1) \right]; \quad (206)$$

$$\bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2} = 1 - \frac{R}{\rho'' s} \left[ (z_1 + z_2) - (v_2 - v_1) - 180^\circ \right]$$

Используя  $\bar{r}_g$  или  $\bar{k}$  и, если известны, отклонения отвесных линий и превышения квазигеоида, вычисляют односторонние превышения. Вес двустороннего превышения находят по формуле  $p = 100 / s^2$  км. Вес одностороннего превышения принимают равным половине  $p$ . Для удобства на каждом пункте определяют  $p' = p / [p]$ , причем  $[p'] = 1$  (контроль).

Уравнивание высот выполняют обычно методом последовательных приближений. Среднюю квадратическую ошибку определения высоты пункта относительно окружающих его пунктов определяют по формуле

$$m = \sqrt{\frac{[p' \delta^2]}{n-1}},$$

где  $n$  – число пунктов, относительно которых вычислена высота данного пункта,  $\delta = H_i - H_y$  ( $H_i$  – высоты, полученные при наблюдении на пункте  $i$ ,  $H_y$  – уравниваемое значение высоты).

Средняя квадратическая ошибка определения высоты пункта для данного района

$$M = \sqrt{\frac{\sum m^2}{k}},$$

где  $k$  – число пунктов, высоты которых определены из уравнивания.

Практика тригонометрического нивелирования показывает, что ошибки отметок пунктов, полученных из уравнивания по нескольким направлениям, обычно не превышают  $\pm 0,5$  м даже для расстояний порядка 20 км.

Следует обратить внимание на то, что ошибки в определении  $i$  и  $l$  нельзя обнаружить из обработки результатов наблюдений и они могут полностью войти в отметку точки, поэтому нужно особенно тщательно определять эти величины.

Тригонометрическое нивелирование позволяет определять практически любые превышения между пунктами, расположенными на различных расстояниях относительно друг друга при взаимной видимости между ними.

Затраты труда по определению отметок точек из тригонометрического нивелирования, особенно в горной и залесенной местности, значительно меньше, чем при геометрическом нивелировании. Поэтому правильно поставленное тригонометрическое нивелирование, позволяющее определять отметки с точно-



стью нивелирования IV класса и выше, имеет большое практическое значение.

Следует заметить, что высокоточное определение углов земной рефракции и других параметров, входящих в формулы тригонометрического нивелирования, позволяет определять уклоны отвесных линий, что имеет большое значение, особенно в горной местности.

Для определения средней квадратической ошибки превышения можно использовать, кроме того, формулу средней квадратической ошибки функции, принимая в качестве функции одну из формул тригонометрического нивелирования при условии, что средние квадратические ошибки входящих в эти формулы аргументов известны.

Используя формулу (169)

$$h = dtgv + i - l + f$$

и полагая, что значения  $i, l, f$  определены с достаточной точностью, т.е. считая их безошибочными, для определения средней квадратической ошибки (СКО) функции достаточно использовать формулу

$$h = dtgv.$$

Логарифмируя, имеем

$$\ln h = \ln d + \ln tgv$$

В формулу СКО функции  $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

$$m_u = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 m_{x_i}^2}$$

входят частные производные, т.е.

$$\frac{\partial(\ln h)}{\partial h} = \frac{\partial h}{h}, \quad \frac{\partial(\ln h)}{\partial d} = \frac{\partial d}{d}, \quad \frac{\partial(\ln h)}{\partial v} = \frac{\partial v}{tgv} = \frac{\partial v}{v}.$$

С учетом полученных значений частных производных, переходя к СКО, имеем

$$\frac{m_h}{h} = \sqrt{\frac{m^2 d}{d^2} + \frac{m^2 v}{v^2}}. \quad (207)$$

**Пример.** Угол наклона  $v = 6^\circ = 360'$ , расстояние  $d = 100$  м, СКО угла наклона  $m_v = 0,5'$ ; относительная СКО определения расстояния  $m_d/d = 1/300$ . Подставив эти значения в формулу (207), находим

$$m_h/h = \sqrt{(1/300)^2 + (0.5/360)^2} = 1/277.$$

При  $h = 100 \operatorname{tg} 6^\circ = 10,51$  м получаем  $m_h = 10,51/277 = 0,038$  м.

Выполненные расчеты показывают, что основной вклад в СКО превышения вносит СКО определения расстояния. Выясним, с какой точностью необходимо измерять расстояние и угол наклона, чтобы их вклад в СКО превышения был одинаков (принцип равных влияний), а величина  $m_h$  не превышала 0,04 м.

Учитывая  $\frac{m_d}{d} = \frac{m_v}{v}$ , находим  $\frac{m_d}{d} = \frac{m_v}{v} = \frac{m_h}{h\sqrt{2}}$ . При  $h = 10,5$  м,

$$m_h = 0,04 \text{ м имеем } \frac{m_d}{d} = \frac{m_v}{v} = \frac{0,04}{10,5\sqrt{2}} = \frac{1}{360}, \text{ т.е. в этом случае}$$

расстояние нужно определять с относительной СКО  $1/360$ , а угол  $v$  со СКО  $m_v = v/360 = 360'/360 = 1,0'$ .

Следовательно, в этом случае сторону нужно измерять несколько точнее, а угол с точностью в два раза ниже отмеченных в примере.

Средняя квадратическая ошибка превышения, измеренного в прямом и обратном направлениях, при  $d = 100$  м

$$M_h = m_h / \sqrt{2} = 0,038 / \sqrt{2} = 0,027 \text{ м}$$

Предельная квадратическая ошибка  $\Delta_{прс.} = 2M_h = 0,054$  м.

## 80. Понятие о гидростатическом и гидродинамическом нивелировании

В основу устройства гидростатических нивелиров положено свойство жидкости устанавливаться в сообщающихся сосудах на одинаковом уровне.

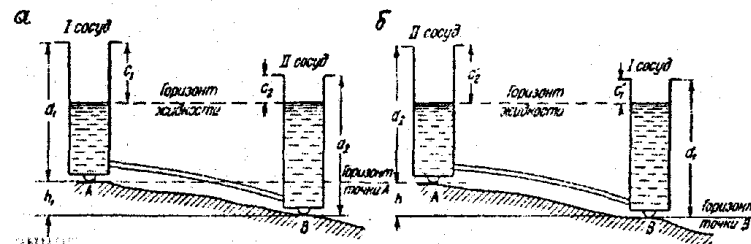


Рис. 117. Схема гидростатического нивелирования

Превышение  $h$  (рис. 117,а) между точками А и В, на которых установлены сосуды,

$$h = (d_2 - c_2) - (d_1 - c_1) = K - (c_2 - c_1), \quad (208)$$

где  $K = (d_2 - d_1)$  для данной пары сосудов является постоянной величиной.

Поменяв сосуды местами (рис. 117, б), находим

$$h = d_1 - c'_1 - (d_2 - c'_2) = (c'_2 - c'_1) - (d_2 - d_1) = (c'_2 - c'_1) - K. \quad (209)$$

Из полученных выражений имеем

$$h = \frac{1}{2}[(c'_2 - c'_1) - (c_2 - c_1)]; \quad (210)$$

$$k = \frac{1}{2}[(c_2 - c_1) + (c'_2 - c'_1)].$$

Превышение  $h$  можно определить по первой из формул (210) или, чаще, после определения  $K$  по второй формуле (210), по формулам (208), (209).

Описанный принцип положен в основу шлангового технического нивелира (НШТ-1), в котором сообщающиеся сосуды выполнены в виде стеклянных цилиндров в металлической оправе, в цилиндрах плавают кольцевые поплавки с нанесенными на них кольцевыми рисками. Положение поплавка относительно нарезанной на стеклянном цилиндре шкалы определяют на глаз. Сосуды устанавливают на точки или подвешивают на стенные реперы. Средняя квадратическая ошибка измерения превышения до 200 мм равна 0,5 мм.

В контактно-визуальных гидростатических нивелирах (рис. 118) определяют момент касания острием измерительного штока 3 уровня жидкости.

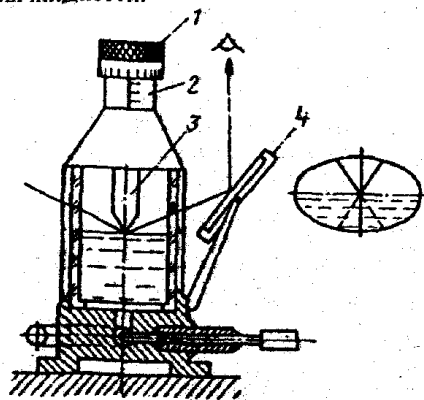


Рис. 118. Контактно-визуальный гидростатический нивелир

В зеркале 4 при вращении микрометричного винта 1 наблюдают сближение острием действительного и отраженного штока. Отсчитывают по шкале 2 микрометричного винта. На этом принципе основаны конструкции гидростатических нивелиров УГС (модель 15), б. СССР, и МЕЙССЕРА, б. ГДР. В них при превышениях 25-100 мм средняя квадратическая ошибка измерений равна 0,01-0,02 мм.

Стационарные автоматизированные системы с дистанционным съемом информации используют для наблюдения за осадками сооружений. В них положение уровня жидкости в сосудах определяют автоматически с помощью электрических или оптико-электронных датчиков.

Система гидродинамического нивелирования с поршневым устройством (СГДН-ПУ), созданная в Ереванском политехническом институте, состоит из сообщающихся между собой сосудов с жидкостью, устанавливаемых в определяемых точках, и с поршневым устройством. В каждом рабочем сосуде установлен игольчатый шток, связанный приводом с блоком управления и регистрации (БУР). При равномерном опускании с помощью электродвигателя поршня вниз жидкость в рабочих сосудах равномерно поднимается. Специальный счетчик в БУРе определяет перемещение поршня от начала его движения до момента контакта игольчатого штока с поверхностью поднимающейся жидкости в каждом рабочем сосуде. Система выполняет измерения со средней квадратической ошибкой 0,1 мм.

## 81. Микронивелирование

Микронивелирование используют при монтаже и выверке технологического оборудования с высокой точностью при коротких (900-1200 мм) расстояниях между точками. Микронивелир с переменной базой (рис. 119) имеет цилиндрический уровень 1 с ценой деления 2-10" и поперечный уровень 2 с ценой деления 30-6". В корпус нивелира входит штанга 4 со штокоопорой 5, зажим штанги выполняется винтами 6. Пузырек цилиндрического уровня устанавливают в нуль-пункт подъемным винтом 7. Для передвижения микронивелира по исследуемой поверхности на концах базы имеются ролики 8.

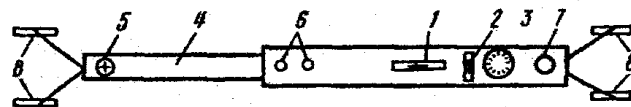


Рис. 119. Схема микронивелира

При измерении сначала перемещением штанги устанавливают опоры на точках А и В, затем подъемным винтом приводят пузырек цилиндрического уровня в нуль-пункт и берут отсчет  $a$  по шкале 3 индикатора. Поворачивают прибор на  $180^\circ$ , приводят пузырек уровня в нуль-пункт и берут отсчет  $b$ . Учитывая, что отсчет по индикатору уменьшается с увеличением штока превышения (рис. 120)

$$h = MO - a, h = b - MO,$$

откуда

$$h = (b - a) / 2, \quad MO = (a + b) / 2,$$

где  $MO$  – место нуля.

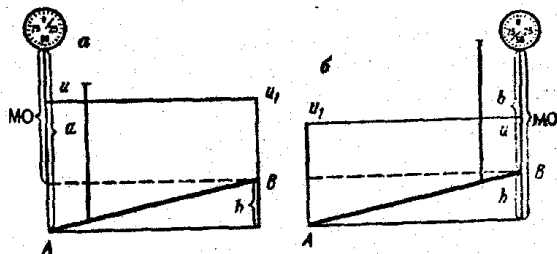


Рис. 120. Схемы определения превышения:  
а – в прямом ходе; б – в обратном

Микронивелиром измеряют превышения с ошибкой на станции 0,01-0,02 мм.

## 82. Барометрическое нивелирование

Барометрическое нивелирование является способом определения превышений между точками по результатам одновременного измерения в них давления и температуры. Величину атмосферного давления с давних пор выражали в мм рт.ст. Выбор этой единицы связан с устройством ртутного барометра Торричелли, шкала которого градуирована в мм. До введения международной системы единиц СИ единицей атмосферного давления был бар и его 1/1000 величина – мбар. В системе СИ единицей давления является паскаль (Па) – давление, вызванное силой 1Н, равномерно распределенное по поверхности  $1 \text{ м}^2$ .  $3.5 \text{ мм рт.ст.} = 1 \text{ Па}$ ,  $1 \text{ Па} = 100 \text{ Па} = 1 \text{ мбар} = 0,750062 \text{ мм рт.ст.}$

Атмосферным давлением называют силу, с которой давит на единицу площади столб атмосферного воздуха, расположенный над этой площадью. С увеличением высоты над земной по-

верхностью высота столба, а следовательно и атмосферное давление, уменьшаются. Величина атмосферного давления зависит не только от высоты, но и от состояния воздуха, его температуры, влажности и других факторов. Средняя величина атмосферного давления на уровне моря равна  $760 \text{ мм рт.ст.} = 1013,25 \text{ мбар} = 1013,25 \text{ гПа}$ .

Основное преимущество барометрического нивелирования – не требуется взаимная видимость между точками. До 1960-х годов барометрическое нивелирование использовали при создании карт масштаба 1:100000 труднодоступных и малообжитых районов, масштаба 1:25000 – горных районов. Высоты определяли со средней квадратической ошибкой порядка 1,5 м и более. В настоящее время барометрическое нивелирование используют при различного рода исследованиях – геоморфологических, геофизических, географических и т.п.

**Атмосфера и ее свойства.** По вертикали атмосферу разделяют на тропосферу, стратосферу, мезосферу, термосферу, экзосферу. Так как максимальная высота точки земной поверхности порядка 9 км, то барометрическое нивелирование выполняют в тропосфере, которая содержит около 80% всей массы атмосферы и простирается до высоты 8-17 км. В тропосфере выделяют *пограничный слой* – нижнюю часть тропосферы, находящуюся под термическим воздействием земной поверхности, толщина этого слоя – 300-2000 м (в среднем 1000м). В пограничном слое выделяют *приземной слой* – нижнюю часть пограничного слоя, толщиной 50-100, иногда 200-250 м, в котором вертикальные градиенты температуры, влажности, скорости ветра в десятки и сотни раз больше, чем в вышележащих слоях.

Атмосферное давление изменяется во времени и пространстве. Изменение атмосферного давления в одной и той же точке за 1 час (в метеорологии – за 3 ч) называют *барометрической тенденцией*, достигает 1,5 гПа и более. Изменение атмосферного давления на одной уровенной поверхности на расстоянии 100 (или 111) км, отнесенное к одному моменту времени в направлении нормали к изобарам, называют *горизонтальным барическим градиентом*, достигает 1-5 гПа/100км, примерно в 2-3 раза меньше скорости ветра в м/с.

### Барометрические формулы

Выделим объем воздуха с горизонтальным основанием  $1 \text{ м}^2$  между двумя изобарическими поверхностями, отстоящими по

высоте на величину  $dh$ . Если плотность воздуха  $\rho$ , ускорение силы тяжести  $g$ , то давление

$$-dp = \rho g dh. \quad (211)$$

Формулу (211) называют основным уравнением статики атмосферы и гидросферы. Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона  $\rho = p/RT$ , где  $R$  – удельная газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура,  $p$  – давление воздуха. Подставляя это значение  $\rho$  в (211), находим

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{RT} dh.$$

Интегрируя левую и правую части и учитывая, что изменение  $g$  с высотой является сравнительно небольшим и его можно принять равным  $g_c$  – среднеинтегральному, равному примерно среднему значению, а  $R$  до высот 90 км практически остается постоянной, имеем

$$\ln p_2 = \ln p_1 - \frac{g_c}{R} \int_0^h \frac{dh}{T} \quad (212)$$

или

$$p_2 = p_1 \exp\left(-\frac{g_c}{R} \int_0^h \frac{dh}{T}\right). \quad (213)$$

Интегрирование в формулах (212) и (213) можно выполнять или используя теорему о среднем значении, или путем принятия той или иной гипотезы об изменении температуры с высотой, приводящей к табличному интегралу. Так, используя теорему о среднем значении, находим

$$\ln p_2 = \ln p_1 - \frac{g_c}{RT} h,$$

откуда получаем барометрическую формулу для реальной атмосферы

$$h = \frac{RT}{g_c} \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{RT}{g_c M} \lg \frac{p_1}{p_2}, \quad (214)$$

где  $\bar{T}$  – среднеинтегральная температура, при которой превышение  $h$ , вычисленное по формуле (214), соответствует его действительному значению.

Для атмосферного воздуха  $R = 287,05287 \text{ м}^2/\text{с}^2 \text{ К}$  (по ГОСТУ 4401-81).

Для определения ускорения силы тяжести  $g_0$  на уровне моря можно использовать формулу нормальной силы тяжести

$$g_0 = 9,7803266(1 + 0,00530248 \sin^2 B - 0,00000585 \sin^2 2B), \quad (215)$$

а для определения ее значения на высоте  $H$  – формулу

$$g = g_0 \left( \frac{R}{R+H} \right)^2, \quad (216)$$

где  $R$  – радиус Земли,  $B$  – геодезическая широта.

Учитывая

$$\ln \frac{p_1}{p_2} = 2 \left[ \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} + \frac{1}{3} \left( \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \right)^3 + \dots \right] = \frac{p_1 - p_2}{p_c} \left[ 1 + \frac{1}{12} \left( \frac{p_1 - p_2}{p_c} \right)^2 \right],$$

получим

$$h = \frac{R\bar{T}}{g p_c} (p_1 - p_2) \left[ 1 + \frac{1}{12} \left( \frac{p_1 - p_2}{p_c} \right)^2 \right] \approx \frac{R\bar{T}}{g p_c} (p_1 - p_2). \quad (217)$$

Для учета влажности  $e$  воздуха в формулу (214) вместо  $\bar{T}$  необходимо подставить соответствующую виртуальную температуру, определяемую по формуле

$$\bar{T}_v = \bar{T}(1 + 0,138e/p). \quad (218)$$

С учетом значений  $g$  и  $\bar{T}_v$ , вычисленных по формулам (215), (216), (218), формула (214) соответствует полной барометрической формуле, а с учетом среднеинтегральной температуры – является более строгой.

Если в формуле (214) принять  $\frac{R}{g_c M} = N, \bar{T} = T_c = 273,15(1 + \alpha_c)$ ,

$t_c = 0,5(t_1 + t_2)$ , то получим сокращенную формулу М.В. Певцова

$$h = N(1 + \alpha_c) \lg \frac{p_1}{p_2}.$$

Подставляя в формулу (217)  $p_c = 0,5(p_1 + p_2)$  и  $T = 273,15 + t = 273,15(1 + \alpha)$ , принимая  $K = 2 \cdot 273,15 \cdot \frac{R}{g}$ , получим сокращенную

формулу Бабине

$$h = K(1 + \alpha_c) \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}.$$

Если температура с высотой изменяется по линейному закону (политропная атмосфера), то интегрирование в формулах (212), (213) выполняется строго. В этом случае  $T = T_1 - \gamma h$ ,

$$\int_0^h \frac{dh}{T - \gamma h} = \frac{1}{\gamma} \ln \frac{T_1}{T_2},$$

а

$$\ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{g_c}{R\gamma} \ln \frac{T_1}{T_2} = \frac{g_c h}{R(T_1 - T_2)} \ln \frac{T_1}{T_2},$$

откуда

$$h = \frac{R(T_1 - T_2)}{g_c} = \frac{\ln \frac{p_1}{p_2}}{\ln \frac{T_1}{T_2}}, \quad (219)$$

т.е. получили формулу Арно.

При использовании микрокалькуляторов вычисление по формулам (214)-(219) не вызывает затруднений, поэтому нецелесообразно пользоваться барометрическими таблицами.

### Приборы для барометрического нивелирования

*Беспружинные анероиды* МД-49-2 и МД-49-А позволяют измерять давление в пределах 790-600 мм ртутного столба при цене наименьшего деления 1 мм рт.ст., точность измерения атмосферного давления 0,15-0,20 мм рт.ст. Для работы в высокогорных районах с диапазоном 820-300 мм рт.ст. используют барометры-анероиды МД-49-А. Давление  $p$  вычисляют по формуле

$$p = p' + \Delta p_{\text{шк.}} + \Delta p_t + \Delta p_\theta,$$

где  $p'$  - отсчет по прибору,  $\Delta p_{\text{шк.}}$ ,  $\Delta p_t$ ,  $\Delta p_\theta$  - шкаловая, температурная и добавочная поправки.

*Микробарометры* предназначены в основном для барометрического нивелирования. К таким приборам относят оптические микробарометры ОМБ-1 и ОМБ-3П, микробарометр МБ-63 и микробарометр пружинный МБНП. Однако, выпуск этих микробарометров прекращен.

На базе МБ-63 выпускают микробарометр М-111, в котором использована зависимость упругих деформаций мембран анероидных блоков (в М-111 их два) от атмосферного давления, диапазон работы микробарометра 470-770 мм рт.ст. Средняя квад-

ратическая ошибка определения разности давления 0,04 мбара (0,03 мм рт.ст.).

Институтом геотехнической механики АН УССР разработан прецизионный микробарометр с цифровым отсчетом. Диапазон измерения 710-830 мм рт.ст. с фиксацией атмосферного давления до 0,01 мм рт.ст. По данным полевых испытаний позволяет определять в обычных условиях высоты точек с точностью порядка 0,35 м.

### Способы барометрического нивелирования

Наиболее распространенными являются следующие способы.

1. Способ ходов с опорой на одну станцию, ход прокладывают между двумя точками с твердыми отметками, временная барометрическая станция (ВБС) размещается в любой точке хода.

2. Способ замкнутых полигонов с опорой на одну станцию, ход начинается и заканчивается на ВБС.

3. Способ с опорой на несколько станций - способ опорных треугольников.

Кроме этих иногда применяют способ передвижной станции, способ пространственных барических коэффициентов, способ натуральных барометрических ступеней, способ с опорой на несколько барометрических станций (способ срочных отсчетов).

На ВБС регистрируют давление и температуру, их наносят на график, по которому определяют поправки и результаты измерений на определяемых точках.

Практика работ показывает, что при  $h=200$  м по способу замкнутых полигонов при  $m_h = 0,5-0,6$  м удаление точек от станции может достигать 2,5 км зимой и 3,5 км летом, а при  $m_h = 1,0-1,2$  м - 6 и 10 км соответственно.

Точность барометрического нивелирования в основном зависит от неточности барометрических формул  $\Delta_K$ , приборных и личных ошибок  $\Delta_n$  и из-за неравновесия атмосферы  $\Delta_H$ . Если эти ошибки носят случайный характер, то

$$m_h = \sqrt{m_K^2 + m_n^2 + m_H^2}.$$

В настоящее время методом барометрического нивелирования превышения определяют с ошибкой: 0,3 м в равнинных районах; 0,5-1,0 м - для превышений порядка 500 м и 2,0-2,5 м - 2000 м.

#### IV. ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ СЕТЬ

##### 83. Геодезические сети, их назначение, классификация

Геодезической сетью называют систему закрепленных на земной поверхности геометрически связанных между собой точек, положение которых определено в принятой системе координат и высот. Геодезические сети подразделяют на глобальные, покрывающие поверхность всей Земли; национальные (государственные), создаваемые на территории данной страны; сети сгущения, геодезическое съемочное обоснование (для топографических съемок); специальные (местные) геодезические сети. При построении геодезических сетей соблюдается принцип перехода от общего к частному и систематический контроль всех видов работ.

Глобальная геодезическая сеть создается методами космической геодезии по материалам наблюдений искусственных спутников Земли (ИСЗ). Положение пунктов определяется в геоцентрической системе прямоугольных координат с началом в центре масс Земли, ось  $Z$  совпадает с осью вращения Земли, плоскость  $XZ$  — с плоскостью начального меридиана, ось  $OY$  дополняет систему до правой. Глобальную геодезическую сеть используют для решения научных и научно-технических задач геодезии, геофизики, астрономии и других наук, например, для уточнения фундаментальных геодезических постоянных, изучения фигуры и гравитационного поля Земли, определения перемещения и деформации литосферных плит земной коры и т.п. Глобальная геодезическая сеть должна непрерывно совершенствоваться путем повышения точности определения координат ее пунктов, что необходимо для более эффективного решения традиционных и новых научных проблем геодезии и других наук.

Национальная геодезическая сеть подразделяется на государственную плановую, нивелирную (высотную) и гравиметрическую сети. Государственная геодезическая сеть (ГГС) состоит из пунктов, взаимное плановое положение которых определяют с наивысшей точностью, достигнутой в массовых измерениях, высоты пунктов этой сети, особенно в горах, определяют с меньшей точностью.

Государственная нивелирная сеть содержит пункты, высоты которых относительно поверхности квазигеоида определяют с наивысшей точностью, плановое положение этих пунктов определяют приближенно.

Государственная гравиметрическая сеть имеет пункты, на которых с наивысшей точностью определяют ускорение силы тяжести, плановое и высотное положение этих пунктов определяют с требуемой точностью.

Государственные геодезические сети необходимы для распространения единой системы координат и высот на территории страны; детального изучения фигуры и гравитационного поля Земли и их изменений во времени, выполнения топографических съемок в единой системе координат и высот, надежного контроля качества топографо-геодезических работ, решения научных и технических задач народного хозяйства.

Специальные (местные) геодезические сети создают в тех случаях, когда для решения поставленных задач на данном участке нужно иметь пункты, взаимное расположение которых в плане и по высоте определено с наивысшей точностью. Систему координат в таких сетях обычно подбирают так, чтобы редуцированные поправки за переход от измеренных величин к их проекциям на местную поверхность относимости были минимальными. Такие сети строят, например, в сейсмоактивных регионах для прогнозирования землетрясений, при строительстве крупных сооружений и т.п.

##### 84. Необходимая плотность и точность построения государственной геодезической сети

Для решения одной из основных задач геодезии, связанной с детальным изучением фигуры Земли, конкретно — поверхности квазигеоида, целесообразно иметь сплошную астрономо-геодезическую сеть на всей территории страны, причем, в горных районах, вследствие более сложного гравиметрического поля и более сложной поверхности квазигеоида, астрономо-геодезическая сеть должна быть более плотной.

Для картографирования территории страны плотность пунктов зависит от масштаба съемки и методов создания геодезического съемочного обоснования. Положим, что геодезическая сеть 1-4 классов состоит из равнобедренных треугольников с длинами сторон  $s_1, s_2, s_3, s_4$ , где индексы 1, 2, 3, 4 соответствуют классу сети. Геодезическая сеть 1 класса (рис. 121) состоит из равнобедренных треугольников  $ABC$  и  $BCD$  со сторонами  $s_1$ . Сеть 2 класса, построенная в виде вставок-пунктов в центры треугольни-

ков 1 класса, состоит из равносторонних треугольников  $A12, A23, 2C3$  и т.д., стороны которых  $s_2 = s_1 / 2 \sin 60^\circ = s_1 / \sqrt{3} = 0,577s_1$ . Пункты 3 класса, находящиеся в центрах треугольников 2 класса, имеют стороны  $s_3 = s_2 / \sqrt{3} = s_1 / 3 = 0,333s_1$ , аналогично  $s_4 = s_3 / \sqrt{3} = 0,192s_1$ . Приняв  $s_1 = 22,5$  км, получим  $s_2 = 0,577 \cdot 22,5 = 13,0$  км;  $s_3 = 0,333 \cdot 22,5 = 7,5$  км;  $s_4 = 0,192 \cdot 22,5 = 4,3$  км.

Допустим, что каждый пункт обслуживает участок, ограниченный окружностью с радиусом  $r$ , равным половине расстояния  $s$  между пунктами, т.е.  $r = s/2$ . Площадь  $P$  этого круга равна

$$P = \pi r^2 = \pi s^2 / 4 = 0,785s^2. \quad (220)$$

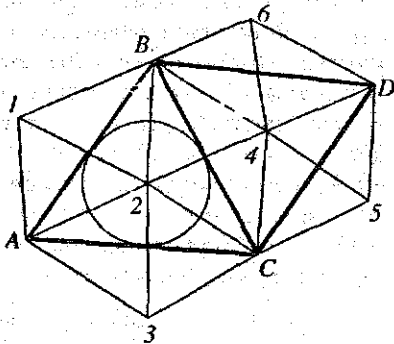


Рис. 121. Сеть триангуляции

Откуда

$$s = 2 \sqrt{\frac{P}{\pi}} = 1,13 \sqrt{P} = \sqrt{P}. \quad (221)$$

По формуле (220) можно вычислить площадь, обслуживаемую одним пунктом. Подставляя вычисленные значения  $s_1, s_2, s_3, s_4$ , находим  $P_1 = 0,785 \cdot 22,5^2 = 397,4 \text{ км}^2$ ;  $P_2 = 0,785 \cdot 13,0^2 = 132,7 \text{ км}^2$ ;  $P_3 = 0,785 \cdot 7,5^2 = 44,2 \text{ км}^2$ ;  $P_4 = 0,785 \cdot 4,3^2 = 14,5 \text{ км}^2$ . Где  $P_1, P_2, P_3, P_4$  — площадь, обслуживаемая одним пунктом 1, 2, 3, 4 классов соответственно.

В реальных условиях треугольники могут отличаться от равносторонних, но в среднем для большой территории полученные выше соотношения между сторонами должны примерно соблюдаться.

При выполнении этих соотношений среднее число  $n_i$  пунктов  $i$  класса на площади  $P$  можно определить по формулам

$$n_1 = P/P_1; n_2 = P/P_2 - n_1; n_3 = P/P_3 - n_1 - n_2; n_4 = P/P_4 - n_1 - n_2 - n_3; \quad (222)$$

Например, для участка  $200 \text{ км} \times 200 \text{ км} = 40000 \text{ км}^2$  имеем  $n_1 = 101; n_2 = 200; n_3 = 604; n_4 = 1854$  пунктов 1, 2, 3, 4, классов соответственно. Число пунктов всех классов  $N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 2759$ .

Для решения научных проблем геодезии (детальное изучение фигуры Земли и ее гравитационного поля) астрономо-геодезическую сеть, как отмечалось, нужно создавать с высшей точностью, достигнутой при массовых измерениях. При картографировании территории страны, выполняемой поэтапно в масштабах 1:100000-1:50000, 1:25000-1:10000, 1:5000-1:2000 (картографирование нашей страны в масштабе 1:100000 завершено в конце 50-х годов, в масштабе 1:25000 — в 80-х годах) государственная геодезическая сеть по точности должна обеспечивать топографическую съемку наиболее крупного масштаба, т.е. масштаба 1:2000.

Геодезической основой для создания топокарт служат точки  $P$  съемочного обоснования, координаты которых определяют относительно ближайших пунктов, например,  $A, B$ , государственной геодезической сети (рис. 122). Ошибка  $m_p$  определения координат точки  $P$  и ошибка  $m_H$  ее нанесения на топокарту не должны превышать графическую точность топокарты, характеризуемую средней квадратической ошибкой  $m \leq 0,2$  мм. Используя принцип равных влияний, находим

$$m_p = m_H = (m / \sqrt{2}) M, \quad (223)$$

где  $M$  — знаменатель масштаба топографической карты (фотоплана).

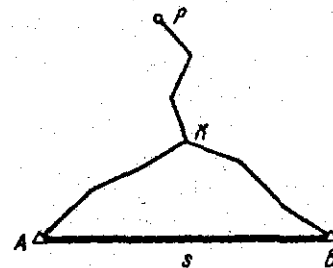


Рис. 122. Схема расположения точки  $P$  съемочного обоснования и пунктов  $A$  и  $B$  опорной геодезической сети

Координаты точки  $K$ , опорной для съёмочного хода  $KP$ , должны быть определены с ошибкой  $m_K$  не более  $m_p/2$ , а координаты пункта  $A$ , исходного для определяемых координат точки  $K$ , с ошибкой  $m_A$  не более  $m_K/2$ , т.е.

$$m_K \leq m_p/2; m_A = m_K/2 = m_p/4. \quad (224)$$

Принимая  $m_A = m_B$ , для определения средней квадратической ошибкой  $m_S$  длины стороны  $S=AB$  между смежными пунктами государственной геодезической сети с учетом формул (224) и (223) имеем

$$m_S = m_A/\sqrt{2} \leq (m_p\sqrt{2})/4 = (mM)/4.$$

По этой формуле при  $m=0,2$  мм получим

$M$ .....	10000	5000	2000	1000
$m_S, м$ .....	0,50	0,25	0,10	0,05

## 85. Основные методы построения государственной геодезической сети

Основными методами создания государственной геодезической сети являются триангуляция, полигонометрия, трилатерация и спутниковые координатные определения. Выбор конкретного метода определяется условиями местности, требуемой точностью и экономической эффективностью.

**Триангуляция.** Считают, что метод триангуляции предложен в 1614 г. Снеллиусом. На командных высотах устанавливают геодезические пункты, соединяя которые, получают треугольники (рис. 123). В сети треугольников известными являются координаты пункта  $A$ , базис  $b$  и дирекционный угол  $\alpha$  стороны  $AB$  или координаты пунктов  $A$  и  $B$ . На пунктах триангуляции в треугольниках измеряют горизонтальные углы. Вычислив дирекционные углы и длины сторон треугольников, определяют координаты всех пунктов сети.

Сеть триангуляции может состоять из рядов треугольников, системы рядов или сплошной сети треугольников. Элементами сети могут быть треугольники, геодезические четырехугольники и центральные системы:  $CDEF$  – геодезический четырехугольник,  $ABDFHA$  – центральная система с пунктом  $C$  внутри нее.

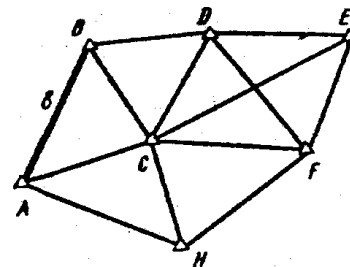


Рис. 123. Схема триангуляции

**Полигонометрия.** На местности строят геодезические пункты, которые соединяют между собой одиночным ходом или системой ходов, в которых измеряют длины сторон  $s_i$ , соединяющие пункты, и на пунктах – углы поворота  $\beta_i$ . Конечные пункты полигонометрии являются опорными, и на них измеряют примычные углы  $\beta_0$  и  $\beta_n$  между твердыми и определяемыми сторонами, для твердых сторон известны дирекционные углы или азимуты. В крупных городах, в залесенной местности и т.п. метод полигонометрии может быть более эффективным, так как требует менее высокие геодезические знаки, с которых нужно обеспечить видимость на гораздо меньшее число пунктов, чем в триангуляции и трилатерации (в среднем на постройку знаков приходится 50-60% всех затрат, их стоимость возрастает примерно пропорционально квадрату увеличения высот). Недостатками полигонометрии по сравнению с триангуляцией являются: меньшая жесткость геометрического построения, меньшее число условных уравнений, слабый контроль полевых измерений, обеспечение узкой полосы местности.

**Трилатерация,** как и триангуляция, состоит из цепочки треугольников, геодезических четырехугольников, центральных систем, сплошных сетей треугольников, в которых измеряют длины сторон. Исходными в трилатерации являются координаты одного или нескольких пунктов, а также дирекционные углы одной или нескольких сторон. Совершенствование и повышение точности свето- и радиодальномеров увеличивает роль трилатерации, особенно в инженерно-геодезических работах.

При создании государственных сетей 1 и 2 классов метод трилатерации не применяют, так как: 1) контроль измерения сторон или отсутствует, или очень слаб (в треугольниках трилатерации условные уравнения отсутствуют, в геодезических четырехугольниках и центральных системах возникает только по



одному условному уравнению); 2) в технико-экономическом отношении трилатерация по сравнению с триангуляцией требует больших транспортных расходов, большой штат бригады, так как для измерения линий нужно на соседних пунктах устанавливать отражатели и с переездом со светодальномером на другой пункт нужно перевозить рабочих с отражателями на другие пункты; 3) точность передачи азимутов в рядах и сетях трилатерации ниже, чем в триангуляции при соизмерении точности линейных и угловых измерений; 4) поперечный сдвиг в трилатерации в несколько раз больше продольного, что приводит к неодинаковой точности определения координат  $x$  и  $y$ .

Линейно-угловые геодезические сети. В этих построениях измеряют углы и стороны треугольников, на некоторых линиях для ориентирования определяют азимуты Лапласа. Линейно-угловые сети создают для достижения максимальной точности определения координат пунктов, но они требуют гораздо больших затрат, чем триангуляция или трилатерация. Для достижения наибольшего эффекта угловых и линейных измерений целесообразно, чтобы  $m_N / \rho = m_S / s$ , где  $m_N$  — средняя квадратическая ошибка измерения направления;  $\rho = 206265''$ ;  $m_S / s$  — относительная средняя квадратическая ошибка измерения длин сторон, причем  $m_N$  и  $m_S$  должны определяться по невязкам — свободными членами условных уравнений.

Комбинированные геодезические сети создают на местности с сильно различающимися условиями, когда по технико-экономическим показателям целесообразно на одном участке создавать, например, триангуляцию, а на соседних — полигонометрию или трилатерацию.

Опорные сети из астрономических пунктов создают при топографических съемках масштаба 1:100000 и мельче, пункты этой сети располагают на расстоянии 80-100 км. Для перехода к геодезическим широтам и долготам в астрономические координаты вводят поправки за отклонения отвесных линий, определяемые в первом приближении по данным гравиметрической съемки. Этот метод применялся в нашей стране более 40 лет назад при съемках масштаба 1:100000 в горных районах Северо-Востока и Средней Азии, сейчас там построена высокоточная геодезическая сеть.

Динамическая триангуляция предложена в 1920 г. финским геодезистом Вайсяля. Суть ее сводится к синхронному наблюдению подвижных высоких целей  $m_1, m_2, \dots, m_i$  (воздушный шар, самолет и т.п.) с известных  $A, B$  и определяемых  $C, D$  пунктов (рис. 124)

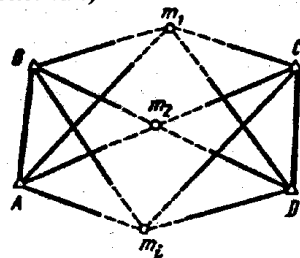


Рис. 124. Схема динамической триангуляции

По координатам пунктов  $A, B$  и измеренным на этих пунктах горизонтальным углам методом прямой засечки определяют координаты точек  $m_1, m_2, \dots, m_i$ , по которым, используя горизонтальные углы, измеренные на пунктах  $C$  и  $D$ , методом обратной засечки определяют координаты этих пунктов. В 40-х годах этим методом были соединены через остров Крит европейские и африканские триангуляции и через пролив Скагеррак — датские и норвежские.

Спутниковые методы создания геодезических сетей состоят из геометрических и динамических. В геометрическом методе ИСЗ используют как высокую визирную цель, в динамическом — ИСЗ является носителем координат. В геометрическом методе спутники фотографируют на фоне опорных звезд, что позволяет определить направления со станции слежения на спутники. Фотографирование нескольких положений ИСЗ с двух и более исходных и нескольких определяемых пунктов позволяет получить координаты определяемых пунктов. Эту же задачу решают путем измерения расстояния до спутников. Создание навигационных систем (в СССР — Глонасс и в США — Navstar), состоящих не менее чем из 18 ИСЗ, позволяет в любой момент в любой части Земли определять геоцентрические координаты  $X, Y, Z$  с более высокой точностью, чем используя американскую навигационную систему Transit, которая позволяет определять координаты  $X, Y, Z$  с ошибкой 3-5 м.

Радиоинтерферометрия со сверхдлинной базой (РСДБ). Состоит из радиотелескопов  $A$  и  $B$  (рис. 125),

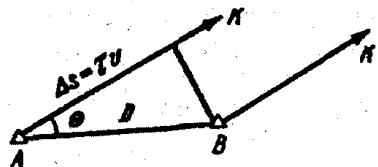


Рис. 125. Схема измерения методом длиннбазисной интерферометрии

установленных на расстоянии  $D$  – базы интерферометра. Радиотелескопы синхронно принимают в сантиметровом диапазоне излучения одного и того же квазара  $K$  – внегалактического радиосточника. Обработка записанных радиосигналов позволяет определить временную задержку моментов  $\tau$  прихода фронта радиоволны к радиотелескопу  $A$  относительно  $B$ , а также частоту интерференции  $f$ . Разность расстояний от радиотелескопов до квазара на момент наблюдения  $\Delta s = \tau v$ , где  $v$  – скорость распространения радиоволн.

В результате совместной обработки многочисленных значений  $\tau$  и  $f$  находят: разности геоцентрических координат концов базы радиоинтерферометра, по которым определяют длину  $D$  и угол  $\theta$ ; координаты радиосточника и полюса Земли; мгновенную скорость вращения Земли; элементы прецессии и нутации; истинное гринвичское время моментов определения  $\tau$  и  $f$  и другие параметры.

Метод РСДБ позволяет определять базы длиной в несколько тысяч километров с ошибкой 1-3 см, направление баз  $0,001''$ , координаты полюса Земли – 3-5 см, координаты наблюдаемых квазаров –  $0,001''$ . С такой же точностью определяют вариации суточного вращения Земли, параметры прецессии и нутации.

Для метода РСДБ необходимы радиотелескопы с антеннами диаметром 20-60 м, принимающие излучение в сантиметровом диапазоне, атомные генераторы частоты со стабильностью  $10^{-13}$ – $10^{-14}$ , видеоманитофоны для записи информации объемом порядка  $10^9$  единиц, каталоги квазаров с угловыми размерами не более  $0,001''$ , машинное и математическое обеспечение. При уменьшении длины баз до нескольких сот километров возможно использование передвижных радиотелескопов с антеннами 3,3-5,0 м, работающих в паре с большими 60-метровыми радиотелескопами.

## 86. Государственная геодезическая сеть. Программа Ф.Н.Красовского. Основные положения 1954-1961 гг.

Ф.Н. Красовский разработал фундаментальную программу построения государственной триангуляции в СССР, которая была опубликована в 1928 г. В 1939 г. она нашла отражение в Основных положениях о построении опорной геодезической сети СССР. Согласно этой программе государственная триангуляция создавалась по принципу перехода от общего к частному (рис. 126), состояла из рядов триангуляции (астрономо-геодезической сети) 1 класса длиной 200-250 км, прокладываемых примерно вдоль параллелей и меридианов; основных рядов триангуляции 2 класса длиной 100-120 км; заполняющей сети 2 класса, сети 3 класса и определяемых засечками пунктов 4 класса.

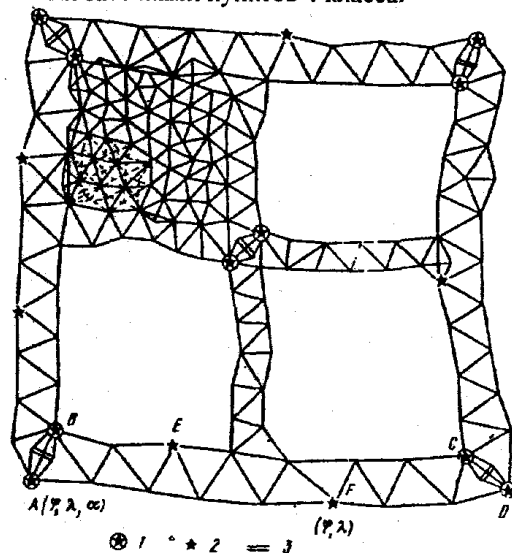


Рис. 126. Схема Ф.Н. Красовского государственной триангуляции:  
1 – пункт Лапласа; 2 – промежуточный астропункт; 3 – базис.

На пересечениях рядов 1 класса определяли длину и азимут выходных сторон триангуляции. Длины выходных сторон находили путем построения базисных сетей, в которых измеряли все углы и базис (проводами) длиной 6-8 км; углы против базиса должны быть не менее  $36^\circ$ . Базисы измеряли с относительной средней квадратической ошибкой не более 1:500000, а длины сторон определяли с ошибкой не более 1:300000.

На концах выходных сторон – пунктах Лапласа  $\Gamma$  – определяли астрономические широты  $\varphi$ , долготы  $\lambda$  и азимуты  $\alpha$ . В каждом звене триангуляции I класса (*звеном* называют часть триангуляции I класса между соседними выходными сторонами) кроме пунктов Лапласа через 70-100 км устанавливали промежуточные астрономические пункты 2, на которых измеряли  $\varphi$  и  $\lambda$ .

В 1932 г. начали выполнять общую гравиметрическую съемку территории СССР. Гравиметрические измерения по специальной программе стали выполнять при создании астрономо-геодезической сети. Совместное использование геодезических, астрономических и гравиметрических измерений позволяет вычислить астрономо-геодезические отклонения отвесных линий, детально изучить форму Земли и математически строго редуцировать результаты геодезических измерений с поверхности Земли на поверхность референц-эллипсоида.

Каждый полигон I класса делился на четыре части основными рядами 2 класса (см рис. 126), в пересечении рядов строилась базисная 3 сеть для определения выходной стороны. на концах которой размещали пункты Лапласа для определения  $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$ .

Топографические съемки в масштабах 1:5000, 1:2000 для удовлетворения потребностей различных отраслей народного хозяйства СССР привели в конце 40-х гг. к необходимости увеличить плотность и точность государственных геодезических сетей. Проект новой программы был опубликован для обсуждения в 1948 г. В 1954 г. были утверждены "Основные положения о государственной геодезической сети СССР" (сокращенно – Положения 1954 г.). В 1961 г. в Положения 1954 г. внесены изменения и дополнения в связи с применением высокоточных свето- и радиодальномеров. Действующая в настоящее время программа изложена в Основных положениях 1954 – 1961 гг., на ее основе в 1966 г. издана Инструкция о построении государственной геодезической сети СССР.

Общим в новой и старой программах является соблюдение принципа перехода от общего к частному. Государственная геодезическая сеть (ГГС) России является главной геодезической основой топографических съемок всех масштабов, должна удовлетворять требованиям народного хозяйства и обороны страны при решении соответствующих научных и инженерно – технических задач. ГГС создается методами триангуляции, полигонометрии, трилатерации и их сочетаниями, позволяющими при

прочих равных условиях обеспечивать требуемую точность и наибольшую экономическую эффективность.

ГГС подразделяют на сети 1,2,3, и 4 классов. Астрономо-геодезическая сеть (АГС) I класса создается полигонами длиной около 800 км, длина звена 200 км, используется для научных исследований по изучению формы и размеров Земли, ее внешнего гравитационного поля и для распространения единой системы координат на всю территорию страны. Геодезические сети 2 класса являются основой для создания сетей 3 и 4 классов.

**Астрономо-геодезическая сеть.** Схема построения АГС по Основным положениям 1954-1961 гг. приведена на рис. 127. В табл. 23 приведены основные характеристики ГГС, построенных по Основным положениям 1939 г. и по Основным положениям 1954-1961 гг. Типовой фигурой звеньев триангуляции I класса является треугольник, близкий равнобедренному, могут также использоваться комбинации треугольников, геодезических четырехугольников и центральных систем. В отдельных районах, где это целесообразно, могут строиться сплошные сети триангуляции I класса и звенья полигонометрии I класса, которые должны быть вытянутыми (максимальное удаление пунктов от замыкающей – не более 20 км, углы между отдельными сторонами и замыкающей – не более  $20^\circ$ ), содержать не более 10 сторон длиной 20-25 км и иметь через 10 сторон базисные стороны и пункты Лапласа.

На пересечении рядов светодальномерами измеряют базисные стороны с относительной ошибкой не более 1:400000. Оба конца базисных сторон являются пунктами Лапласа, на которых определяют  $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$ . Используя уравнение Лапласа, определяют геодезические азимуты  $A$ , которые позволяют ориентировать АГС, контролировать результаты геодезических измерений путем определения свободного члена азимутального условного уравнения и сравнения его с допустимым значением и в итоге – повышают точность АГС. По всем рядам выполняют астрономо-гравиметрическое нивелирование. Кроме того, выделяют основные ряды I класса, на которых астрономические пункты располагают более часто – через 40-50 км – и вокруг них выполняют особое гравиметрическое сгущение.

Координаты АГС России вычисляют в единой системе координат 1942 г. с исходным пунктом в центре круглого зала Пулковской обсерватории.

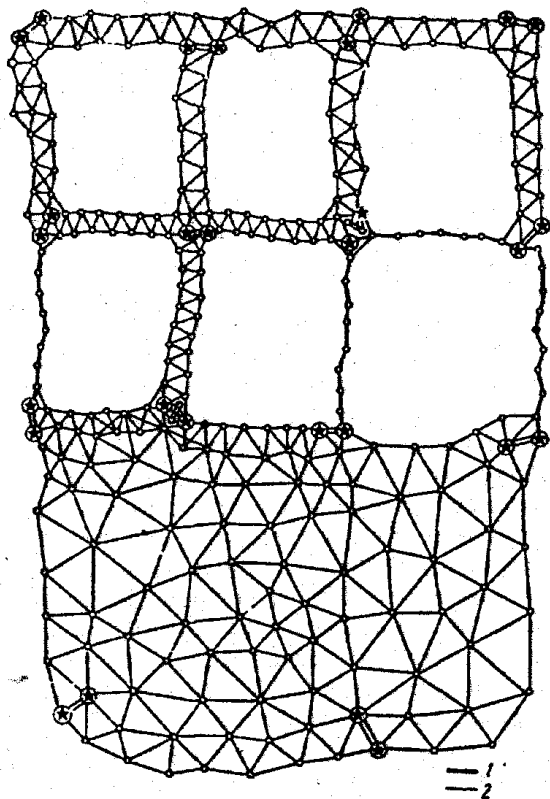


Рис. 127. Схема построения астрономо-геодезической сети по Основным положениям 1954-1961 гг.:

1 – сторона полигонометрии 1 класса; 2 – сторона триангуляции 1 класса.

Геодезические сети 2 класса в основном являются сплошной сетью треугольников, заполняющих полигоны АГС 1 класса. Базисные стороны размещают равномерно не более чем через 25 треугольников, одна из базисных сторон должна быть примерно в середине полигона 1 класса, на концах этой стороны определяют пункты Лапласа. При экономической целесообразности сети 2 класса могут создаваться полигонометрическими ходами, образующими сплошную сеть замкнутых полигонов с равномерным расположением пунктов внутри полигона 1 класса. Возможно комбинирование триангуляции и полигонометрии. Схемы сетей полигонометрии и комбинированных сетей

Таблица 23

Показатель	Основные положения 1939 г.					Основные положения 1954-1961 гг.			
	Класс					Класс			
	1	2 (основные ряды)	2 (заполняющая сеть)	3	4	1	2	3	4
Длина звена триангуляции, км	200-250	100-120	-	-	-	200	-	-	-
Средняя длина стороны треугольника, км	25-30	15-20	13	8	Засечка	20-25	7-20	5-8/3-8*	2-5
Обратный вес звена триангуляции, единица 6-го знака логарифма, не более	120	-	-	-	-	100	-	-	-
Относительная ошибка базисной выходной стороны	1:300000	1:200000	1:200000	-	-	1:400000	1:300000	1:200000	1:200000
Примерная относительная ошибка стороны в слабом месте	1:100000	1:60000	1:35000	1:15000	-	1:150000	1:200000	1:120000	1:70000
Относительная ошибка измерения стороны в полигонометрии	-	-	-	-	-	1:300000	1:250000	1:200000	1:150000
Наименьшее значение угла треугольника, градус	40	30	20	15	20	40	20	20	20
Допустимая невязка треугольника, угл. с	3	5	9	15	35	3	4	6	6
Средняя квадратическая ошибка угла по невязкам треугольников, угл. с	0,7-0,9	1,2-1,5	2,0-2,5	4-5	-	0,7	1	1,5	2,0
Средняя квадратическая ошибка астроопределений:						0,4*			
Широты, угл. с	0,2-0,4	0,4	-	-	-	0,3	0,3	-	-
дототы	0,03	0,05	-	-	-	0,03	0,03	-	-
азимута, угл. с	0,5	1,0	-	-	-	0,5	0,5	-	-
Средняя квадратическая ошибка взаимного положения смежных пунктов, м	0,3	0,3	0,3	0,3	1,0	0,115	0,06	0,06	0,06

\* В знаменателе приведены значения для полигонометрии, оценка точности измерения угла выполнена по внутренней сходимости

триангуляции и полигонометрии разрабатываются отдельно для каждого района с учетом географии, залесенности, рельефа местности и т.п. Горизонтальные углы и длины сторон в полигонометрии 2 класса необходимо измерять со средней квадратической ошибкой не более 1" (по невязкам замкнутых полигонов) и 1:250000 соответственно. Метод трилатерации для создания сетей 1 и 2 классов не применяется.

Согласно исследованиям К.Л. Прворова точность передачи азимута и длины стороны в более геометрически жесткой сплошной сети из равносторонних треугольников повышается примерно в три раза по сравнению с триангуляционным рядом. Поэтому АГС 1 класса менее точна, чем опирающиеся на нее сплошные сети 2 класса: примерная относительная ошибка стороны в слабом месте в АГС 1 класса равна 1:150000, а в сетях 2 класса – 1:200000; средняя квадратическая ошибка взаимного положения смежных пунктов равна 0,15 м – в АГС 1 класса и 0,06 м – в сетях 2-4 классов (см. табл. 23)

Уравнивание сетей 2 класса внутри полигонов 1-го класса, принимаемых за исходные, приводит к деформации сетей 2 класса. Наиболее заметно искажаются углы на пунктах 2 класса вблизи АГС 1 класса ( поправки в углы, получаемые из уравнивания, достигают 5-7", т.е. значительно превышают ошибки угловых измерений ). Искажение углов и деформация сети по мере удаления от пунктов 1 класса быстро уменьшаются.

Геодезические сети 3 и 4 классов. Сети 3 и 4 классов ступают до требуемой плотности сети 2 класса, они могут создаваться методами триангуляции, полигонометрии и трилатерации. Выбирают тот метод, который при обеспечении требуемой точности дает наибольшую экономическую эффективность. Характеристика этих сетей приведена в табл. 23. При использовании метода полигонометрии между узловыми и исходными пунктами допускается не более двух точек поворота. При расстоянии между ходами менее 4 км в сети 3 класса и менее 3 км в сети 4 класса их необходимо связывать между собой, т.е. прокладывать между ними ход.

На всех пунктах ГГС 1-4 классов устанавливаются два *ориентирных пункта* (ОРП) с подземными центрами, расстояния до ОРП 0,5-1,0 км ( в лесу не менее 250 м). ОРП должны быть видны в теодолит, установленный на штативе над центром знака. За один из ориентирных пунктов можно принимать хорошо видимый с земли геодезический пункт или местный предмет (крест

колокольни, шпиль башни и т.п.) при его расстоянии до данного пункта сети не более 3 км. ОРП необходимы для азимутальной привязки последующих геодезических построений (полигонометрии 1 и 2 разрядов, теодолитных ходов и т.п.).

Высоты всех пунктов ГГС определяют методами геометрического (в равнинных и всхолмленных районах) и тригонометрического нивелирования. В среднем точность измерения углов построенной ГГС оказалась выше, установленной Основными положениями 1954-1961 гг.: 0,65"; 0,75"; 1,1"; 1,5" в сетях 1,2,3,4 классов соответственно. Средняя квадратическая ошибка определения азимутов Лапласа, полученная в результате уравнивания блоков АГС, равна 1,1", т.е. примерно в два раза больше предусмотренной Основными положениями 1954-1961 гг.

В целом ГГС России по точности обеспечивает картографирование страны во всех масштабах вплоть до 1:2000 и позволяет решать научные и инженерно-технические задачи народного хозяйства страны. Дальнейшее совершенствование АГС, как отмечается в [18], может быть сведено к следующему. Совместное уравнивание сети 1 и 2 классов с использованием всех измеренных направлений, азимутов на пунктах Лапласа, базисных или выходных сторон с учетом их весов и определением поправок в непосредственно измеренные величины, при этом будут устранены значительные деформации сети 2 класса вблизи АГС 1 класса и повышена точность определения координат всех пунктов. На следующем этапе предусмотрено построение фундаментальной геодезической сети (ФГС) с длинами сторон 2000-3000 км с сантиметровой и более высокой точностью измерения этих сторон. Каждый пункт ФГС должен стать обсерваторией или стационарной фундаментальной геодезической станцией, на которой периодически по определенной программе должен выполняться комплекс точнейших измерений: спутниковые – для определения геоцентрических координат; астрономические – для нахождения широт, долгот, азимутов; гравиметрические – для получения ускорения силы тяжести и т.п. Высоты всех пунктов ФГС целесообразно определить из нивелирования 1 класса. Совместная обработка перечисленных и возможно других измерений позволит определить с высокой точностью координаты пунктов ФГС на данный момент времени и использовать их в качестве исходных при построении системы опорных пунктов на территории страны, и, кроме того, для высокоточного определения координат ИСЗ, что в свою очередь позволит повысить

точность автономного определения координат точек земной поверхности из наблюдений ИСЗ.

### 87. Программа автономных методов спутниковых координатных определений

Разработанные Федеральной службой геодезии и картографии России концепция и программа перехода топографо-геодезического производства на автономные методы спутниковых координатных определений изложены в работе: Жалковский Е.А., Демьянов Г.В., Зубинский В.И., Макаренко Н.Л., Пьянков Г.А. «О концепции и программе перехода топографо-геодезического производства на автономные методы спутниковых координатных определений. – Геодезия и картография, 1998, № 5. Традиционные геодезические методы основаны на последовательном развитии геодезических сетей путем угловых и линейных измерений, требующих для обеспечения прямой видимости между смежными пунктами постройки геодезических знаков, сооружение которых потребовало около 80% средств, затраченных на создание существующих опорных сетей.

Государственная геодезическая сеть (ГГС), создававшаяся в течение многих десятилетий как единая система для территории СССР, имеет около 164 тысяч закрепленных на местности пунктов 1 и 2 классов астрономо-геодезической сети (АГС).

Распространение единой системы высот на всю территорию стран СНГ осуществляется путем создания государственной нивелирной сети (ГНС), т.е. нивелирных сетей 1 и 2 классов (главная высотная основа) и заполняющих сетей 3 и 4 классов.

В систему государственного геодезического обеспечения входит также государственная фундаментальная гравиметрическая сеть (ГФГС), государственная гравиметрическая сеть 1 класса и сеть астрономо-гравиметрического нивелирования (АГН).

Обеспечивая многие практические потребности, существующие наземные геодезические методы по точности, оперативности, экономической эффективности не соответствуют некоторым важным современным требованиям науки и практики, например, при изучении геодинамических процессов.

По сравнению с традиционными спутниковые методы ГЛОНАСС/GPS имеют следующие преимущества:

- передача с высокой оперативностью и точностью координат практически на любые расстояния;

- геодезические пункты можно располагать в благоприятных для их сохранности местах, так как не нужно обеспечивать взаимную видимость между пунктами и, следовательно, строить дорогостоящие геодезические знаки;

- простота и большой уровень автоматизации работ;
- понижение требований к плотности исходной геодезической основы.

Реализация спутниковых технологий предусматривает построение следующих геодезических сетей:

- 1) фундаментальная астрономо-геодезическая сеть (ФАГС) – высшее звено координатного обеспечения; она должна обеспечивать оперативное воспроизведение общеземной геоцентрической системы координат, стабильность системы координат во времени, метрологическое обеспечение высокоточных космических средств измерений;

- 2) высокоточная геодезическая сеть (ВГС), обеспечивающая распространение на всю территорию страны общеземной геоцентрической системы координат и определение точных параметров взаимного ориентирования общеземной и референционной систем координат;

- 3) спутниковые геодезические сети 1 класса (СГС-1).

Эти три класса сетей строго связаны между собой: ФАГС является опорой для ВГС, а ВГС – для СГС-1.

При построении ФАГС, ВГС и СГС-1 предусматривается привязка существующей ГГС к высшему классу спутниковых сетей, т.е. существующая ГГС будет сетью сгущения.

Пункты ФАГС располагаются на расстоянии 800-1000 км, их число – 50-70, 10-15 пунктов должны быть постоянно действующими, а остальные – переопределяться группами через промежутки времени, зависящие от геодинамической активности региона.

Пространственное положение пунктов ФАГС определяется в общеземной системе координат с ошибкой положения пунктов относительно центра масс не более  $(2-3)10^{-8} R$ , где  $R$  – радиус Земли, ошибка взаимного положения пунктов ФАГС не более 2 см в плане и 3 см по высоте. Для обеспечения этой точности необходимо использовать весь комплекс существующих космических измерений (лазерных, радиоинтерферометрических и других).

ВГС является системой пунктов с расстоянием  $D=150-300$  км между ними, определяются относительными методами космиче-

ской геодезии со средней квадратической ошибкой не более  $(3\text{мм}+5\cdot 10^{-8}D)$  для плановых координат и  $(5\text{мм}+7\cdot 10^{-8}D)$  – для геодезических высот.

СГС-1 состоит из системы легко доступных пунктов с плотностью, достаточной для использования потребителями всевозможных спутниковых определений. СГС-1 определяются относительными методами космической геодезии со средними квадратическими ошибками:  $3\text{мм}+10^{-7}D$  в плане и  $5\text{мм}+2\cdot 10^{-7}D$  по геодезической высоте для геодинамически активных регионов и  $5\text{мм}+2\cdot 10^{-7}D$  в плане и  $7\text{мм}+3\cdot 10^{-7}D$  по высоте для остальных регионов. Среднее расстояние между пунктами СГС-1 равно 25-35 км. В экономически развитых районах пункты СГС-1 в зависимости от требований потребителей могут иметь большую плотность.

Постоянно действующие пункты ФАГС в основном создаются на базе действующих пунктов спутниковых (космических) наблюдений, астрономических обсерваторий, пунктов службы вращения Земли, радиоинтерферометрических комплексов со сверхдальними базами «Квазар», программы «Дельта» и др. На пунктах ФАГС предусматривают две программы наблюдений: постоянные наблюдения спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS (включая и международные программы) и наблюдения других специализированных спутников и космических объектов согласно межведомственным программам построения ФАГС. На пунктах ФАГС должны выполняться абсолютные гравиметрические определения.

Выполнение планируемых Концепцией мероприятий позволит:

- 1) повысить точность и оперативность геодезических определений на один – два порядка;
- 2) повысить уровень автоматизации работ в топографо-геодезическом производстве;
- 3) внедрить новые точные и оперативные методы геодезического обеспечения аэрофототопографических и других съемок, спутниковых методов точного нивелирования;
- 4) автоматизировать работы по установлению границ земельных участков;
- 5) исключить строительство наружных геодезических знаков;
- 6) разместить геодезические пункты в удобных для потребителя местах;

7) внедрить методы спутникового нивелирования вместо геометрического нивелирования 3 и 4 классов;

8) обеспечить изучение деформаций земной коры, являющихся предвестниками землетрясений и других опасных природных явлений;

9) создать систему постоянных наблюдений за динамикой уровней морей на уровне постах и прогноза их состояния;

10) обеспечить геодезическое обоснование картографирования страны и создание геоинформационных систем;

11) установить на территории СНГ высокоточную единую геодезическую систему координат и поддерживать ее на уровне современных и перспективных требований экономики, науки и обороны страны.

Следует заметить, что спутниковые технологии не всегда можно использовать при решении традиционных геодезических задач, например, недостаточна относительная точность определений на коротких расстояниях, ограничено использование GPS – методов в точной инженерной геодезии, процесс привязки ориентирных пунктов, легко решаемый в традиционной технологии, становится довольно сложным и дорогим, особенно в закрытой местности, в спутниковой технологии, так как объем спутниковых определений в этом случае возрастает более чем в два раза (Жданов Н.Д., Макаренко Н.Л. О концепции перехода топографо-геодезического производства на автономные методы спутниковых координатных определений. – Геодезия и картография, 1998, №.3).

Сложно, а иногда и невозможно использовать GPS в закрытой и полужакрытой местности из-за экранирования спутниковых сигналов, что приводит к необходимости дополнительной привязки объектов обычными методами. Кроме отмеченных имеются и другие недостатки GPS – методов, которые приводят к необходимости наряду со спутниковыми использовать и традиционные технологии выполнения геодезических работ.

## 88. Государственная нивелирная сеть. Классификация и основные характеристики нивелирных сетей

Государственная нивелирная сеть строится по принципу от общего к частному, делится на I, II, III и IV классы, является главной высотной основой топографических съемок всех масштабов и геодезических работ, выполняемых для удовлетворения потребностей народного хозяйства, науки и обороны страны.

Нивелирные сети I и II классов создают единую систему высот на территории страны, их используют для решения научных задач: изучения вертикальных движений земной поверхности и исследования физической поверхности Земли, определения разности высот поверхностей морей и океанов и т.п.

Нивелирные сети III и IV классов создают для выполнения топографических съемок и решения инженерно-геодезических задач. Особо следует отметить высокоточные нивелирные сети на геодинамических и техногенных полигонах, создаваемых для изучения современных движений земной коры, поиска предвестников землетрясений и т.п.

Средние квадратические ошибки нивелирования определяют по формулам

$$\eta^2 = \frac{1}{4n} \sum \frac{d^2}{r}; \quad \delta^2 = \frac{1}{4\sum L} \sum \frac{s^2}{L},$$

где  $d = h_{np.} - h_{обр.}$ , где  $h_{np.}$  и  $h_{обр.}$  – превышения по секциям в прямом и обратном ходах, мм;  $r$  – длина секции, км;  $s$  – накопление разностей  $\sum d$  на участке (линии), мм;  $L$  – длина участка (линии), км,  $L \geq 100$  км. Характеристики точности и размеры полигонов приведены в табл. 24.

Таблица 24

Характеристика	Класс нивелирования			
	I	II	III	IV
Предельная средняя квадратическая ошибка: случайная $\eta$ , мм/км	0,8	2,0	5,0	10,0
Систематическая $\sigma$ мм/км	0,08	0,20	-	-
Допустимая невязка $f$ , мм, в полигонах и по линиям, $L$ – в км.	$3\sqrt{L}$	$5\sqrt{L}$	$10\sqrt{L}$	$20\sqrt{L}$
Периметры нивелирных полигонов, км:				
1) обжитые районы	1200	400	60-150	20-60
2) малообжитые районы	2000	1000	100-300	25-80
3) локальные и площадные геодинамические полигоны	40	20	-	-
4) застроенная территория города		50	25	8
5) незастроенная территория города		80	40	12

Периметры нивелирных полигонов I класса в городах зависят от очертания городской территории.

Через 25 лет, а в сейсмоактивных районах через 15 лет, нивелируют повторно все линии I класса и через 35 и 25 соответственно – II класса.

На линиях I, II, III и IV классов закладывают вековые, фундаментальные, грунтовые, скальные, стенные и временные реперы.

Вековые реперы обеспечивают продолжительную сохранность главной высотной основы, позволяют изучать вертикальные движения земной коры и колебания уровней морей и океанов, ими закрепляют места пересечений линий нивелирования I класса. Фундаментальные реперы закладывают на линиях нивелирования I и II классов не реже чем через 60 км (в сейсмоактивных районах – через 40 км), на узловых точках, вблизи морских, речных и озерных уровенных постах. В 50-150 м от фундаментального репера закладывают репер-спутник.

Грунтовые, скальные и стенные реперы используют для закрепления нивелирных сетей I, II, III и IV классов. Временные реперы (сохраняются несколько лет) служат высотной основой для топографических съемок, их включают в ходовые линии нивелирования I, II, III и IV классов.

Местоположение реперов опознают на топокартах масштаба 100000-1:25000 и крупнее и на аэроснимках, их прилагают к материалам нивелирования, по карте определяют геодезические координаты репера (с ошибкой 0,25'). Координаты фундаментальных реперов определяют геодезическими методами с ошибкой не более 1 м.

Для перехода к системе нормальных высот измеренные превышения между реперами I и II классов, а также нивелирования III класса в горах исправляют поправками

$$\delta_h = \frac{1}{\gamma_m} (\gamma_A - \gamma_B) H_m + \frac{h}{\gamma_m} (g - \gamma)_m,$$

где  $\gamma_m$  – приближенное значение нормального ускорения силы тяжести, на территории СНГ  $\gamma_m = 9,8 \text{ м/с}^2$ ;  $\gamma_A, \gamma_B$  – нормальные ускорения силы тяжести на отсчетном эллипсоиде на реперах  $A$  и  $B$ ;  $(g - \gamma)_m$ ,  $H_m$  – среднее из аномальной силы тяжести и абсолютных высот на реперах  $A$  и  $B$ ;  $h$  – измеренное превышение между реперами  $A$  и  $B$ .



Нивелирные сети в городах, населенных пунктах и на промышленных площадках должны обеспечивать все потребности городского хозяйства и строительства, превышения между наиболее удаленными реперами нивелирной сети города должны быть известны с ошибкой не более 30 мм.

### 89. Нивелирование I класса

**Схема построения.** Нивелирная сеть I класса состоит из замкнутых полигонов периметром 1200-2000 км, ходы прокладывают по железным, шоссейным и грунтовым дорогам, в труднодоступных районах – по берегам рек, тропам, зимникам; должны быть связаны с основными морскими и речными водомерными установками, нивелирные ходы I класса прокладывают в прямом и обратном направлениях одновременно по двум парам костылей, образующих правую и левую линии нивелирования, прямой и обратный ходы прокладывают по одной и той же трассе участками, состоящими из нескольких смежных секций общей длиной 25-30 км, как правило, в разные половины дня и по возможности с четным числом станций в каждой секции.

Наблюдения выполняют только при благоприятных условиях видимости, при отчетливых и спокойных изображениях штрихов рек.

**Приборы.** Для нивелирования I класса используют штриховые рейки с инварной полосой и высокоточные нивелиры, имеющие зрительную трубу с увеличением не менее  $40\times$ , контактный цилиндрический уровень с ценой деления не менее 12" на 2 мм или компенсатор с ошибкой самоустановки линии визирования не более 0,2", оптический микрометр с ценой деления 0,05 мм. Из современных высокоточных нивелиров наиболее пригодны нивелиры типа Н-05, Ni002, Ni 004.

**Методика нивелирования.** Нивелирование I класса выполняют методом совмещений с наивысшей точностью и с возможным полным исключением систематических ошибок. Длина визирного луча – до 50 м, неравенство расстояний от нивелира до рек на станции – не более 0,5 м, накопление в секции – до 1 м, высота визирного луча над почвой – не менее 0,8 м: при длине визирного луча 25 м и меньше высота визирного луча может быть уменьшена до 0,5 м. Последовательность наблюдений на станции в прямом ходе (правая и левая линии) на нечетной станции по схеме ( $Z_{\sigma}-П_{\sigma}-П_{\tau}-З_{\tau}$ ); на четной станции – ( $П_{\sigma}-З_{\sigma}-З_{\tau}-П_{\tau}$ ); в обратном ходе на нечетных станциях ( $П_{\sigma}-З_{\sigma}-З_{\tau}-П_{\tau}$ ); на четных – ( $З_{\sigma}-П_{\sigma}-П_{\tau}-З_{\tau}$ ).

**Контроль и допуски.** На каждой станции вычисляют: 1) превышения  $h_0$  по основной и  $h_g$  по дополнительной шкалам рек правой и левой линии; разности  $d = (h_g - h_0) \leq 0,5$  мм; 2) расхождение между превышением задней пары костылей данной станции и превышением передней пары костылей предыдущей станции не должно превышать 0,7 мм; 3) по каждой секции (между смежными реперами в ходе) и участку (между фундаментальными реперами в ходе) вычисляют попарно суммы превышений  $[h_{\tau}]_{пр.}$  по правой стороне и  $[h_{\tau}]_{обр.}$  по левой линиям прямого,  $[h_{\tau}]_{обр.}$  и  $[h_{\tau}]_{пр.}$  обратного ходов, расхождения превышений правой и левой линий не более  $(2\sqrt{L})$  мм при числе  $n$  станций на 1 км до 15 и  $(3\sqrt{L})$  мм при  $n > 15$ , а также  $[h_{cp.}]_{пр.} = ([h_{\tau}] + [h_{\tau}]_{пр.}) / 2$  и  $[h_{cp.}]_{обр.} = ([h_{\tau}] + [h_{\tau}]_{обр.}) / 2$ , расхождения между средними превышениями прямого и обратного ходов не должны превышать  $3\text{мм}\sqrt{L}$  ( $L$  – длина хода в км.) при  $n \leq 15$  и  $4\text{мм}\sqrt{L}$  – при  $n > 15$ .

### 90. Нивелирование II класса

**Схема построения.** Ходы нивелирования II класса опираются на реперы нивелирования I класса, образуют полигоны с периметром 400-1000 км. В районах, не имеющих ходов нивелирования I класса, нивелирную сеть II класса строят самостоятельно с таким же периметром. Ходы нивелирования II класса прокладывают по улучшенным путям сообщений, а при их отсутствии – по берегам морей, больших рек, по тропам и зимникам, их связывают с морскими и речными водомерными установками.

Нивелирные ходы II класса прокладывают по одной паре костылей в прямом и обратном направлениях смежными секциями, как и при нивелировании I класса.

**Приборы.** Применяют штриховые рейки с инварной полосой и высокоточные нивелиры с теми же требованиями, что и для I класса. Из современных высокоточных уровневых нивелиров наиболее пригодны Н-05, Н1, Н2, НА, Ni004 и нивелиры с компенсаторами НС-2, Ni1, Ni002, Ni007.

**Методика нивелирования.** Нивелирование II класса выполняют методом совмещения. Уравненное превышение в ходе

длиной 1 км определяют со средней квадратической случайной ошибкой не более 0,8 мм, а превышение на станции – 0,3 мм. Нормальная длина визирного луча – 65 м, а при увеличении зрительной трубы не менее  $44^x$  – до 75 м. Неравенство расстояний от нивелира до реек на станции – до 1 м, накопление в секции – не более 2 м. Высота визирного луча над почвой – не менее 0,5 м. При длине визирного луча 50 м и менее высота визирного луча может быть уменьшена до 0,3 м. Последовательность наблюдений на станции в прямом и обратном ходах на нечетных и четных станциях такая же, как и при нивелировании I класса.

**Контроль и допуск.** На каждой станции  $d = (h_g - h_0) \leq 0,7$  мм, где  $h_g, h_0$  – превышения, вычисленные по отсчетам по основным и дополнительным шкалам. Для прямого и обратного ходов по каждой секции и по участку вычисляют  $[h]_{пр.}$  прямого и  $[h]_{обр.}$  обратного ходов. Расхождение этих сумм не должно превышать  $(5\sqrt{L})$  мм, где  $L$  – длина хода в км, при среднем числе  $n$  станций на 1 км хода до 15 и  $(6\sqrt{L})$  мм – при  $n > 15$ .

### 91. Нивелирование III класса

**Схема построения.** Ходы нивелирования III класса прокладывают внутри полигонов нивелирования I и II классов так, чтобы разделить каждый полигон II класса на 6-9 полигонов периметром менее 150 в обжитых и 300 км в малообжитых районах. Нивелирные ходы III класса прокладывают по одной паре костылей в прямом и обратном направлении и желательно с четным числом  $n$  станций в каждой секции, метод нивелирования зависит от применяемых нивелиров и реек. При использовании нивелиров с оптическим микрометром и штриховых реек применяют метод совмещений, при использовании других нивелиров отсчеты по рейкам делают по средней нити. Рейки устанавливают по уровню.

**Приборы.** Используют точные уровенные нивелиры Н-3, Н-3Л и равноценные им и нивелиры с компенсаторами Н-3К, Н-3КЛ, Ni007, Ni-В3. Применяют двусторонние трехметровые шашечные рейки с сантиметровыми делениями или штриховые односторонние с инварной полосой или без нее с делениями через 0,5 см.

**Методика наблюдений.** Уравненное превышение в ходе длиной 1 км определяют со средней квадратической случайной ошибкой не более 1,6 мм, а превышения на станции – 0,65 мм. Нормальная длина визирного луча равна 75 м, а при увеличении зрительной трубы не менее  $35^x$  – до 100 м. Неравенство расстояний от нивелира до реек – не более 2 м, а накопление в секции – 5 м. Высота визирного луча над почвой – не менее 0,3 м. Наблюдения на станции в прямом и обратном ходах выполняют по схеме:  $(3_0 - П_0 - П_1 - 3_1)$  – для штриховых реек и  $(3_ч - П_ч - П_к - 3_к)$  – для шашечных реек (индексы «ч» и «к» означают черная и красная стороны реек).

**Контроль и допуски.** На каждой станции вычисляют  $d = h_0 - h_1$  (или  $d = h_к - h_ч$ ) и разность высот реек, которые не должны превышать 1,5 мм при наблюдении способом совмещений и 3 мм – при отсчетах по шашечным рейкам. Вычисляют  $[h]_{пр.}$  прямого и  $[h]_{обр.}$  обратного ходов, разность сумм превышений в прямом и обратном ходах не должна быть более  $(10\sqrt{L})$  мм.

### 92. Нивелирование IV класса

**Схема построения.** Ходы нивелирования IV класса прокладывают в одном направлении внутри полигонов нивелирования старших классов с опорой на реперы I-III классов или на узловые реперы IV класса.

**Приборы.** Используют нивелиры с уровнем НЗ, НВ, Ni-030 и нивелиры с компенсаторами Н-3К, НСЗ, НС4,5,6. По указанию ФСГиК РФ можно использовать и другие типы нивелиров. Рейки применяют двусторонние трехметровые шашечные с сантиметровыми делениями, их устанавливают по уровню.

**Методика нивелирования.** Нормальная длина визирного луча равна 100 м, а при увеличении зрительной трубы не менее  $30^x$  – до 150 м. Неравенство расстояний от нивелира до реек на станции – 5 м, а их накопление в секции – 10 м. Высота визирного луча над почвой – не менее 0,2 м. Наблюдения на станции выполняют по схеме  $(3_ч - П_ч - П_к - 3_к)$ .

**Контроль и допуски.** На каждой станции  $d = (h_к - h_ч) \leq 5$  мм. Невязки  $f_n$  ходов, опирающихся на реперы старших классов, не должны превышать  $(20\sqrt{L})$ .

### 93. Техническое нивелирование

Схема построения. Ходы технического нивелирования прокладывают отдельными линиями между реперами старших классов государственной нивелирной сети замкнутыми полигонами и системами с узловыми точками. На отдельных площадках, не обеспеченных реперами старших классов, допускают самостоятельную сеть технического нивелирования в виде замкнутых полигонов. Нивелирные ходы прокладывают в одном направлении.

**Приборы.** Используют те же, что и при нивелировании IV класса.

**Методика нивелирования.** Программа наблюдений на станции такая же, что и при нивелировании IV класса. Если используют односторонние рейки, то наблюдения на станции выполняют при двух горизонтах прибора. Нормальная длина визирного луча 150 м, а при увеличении зрительной трубы не менее  $25\times$  – до 200 м. Наблюдения на станции выполняют так же, как и при нивелировании IV класса.

**Контроль и допуски.** На каждой станции  $d = (h_K - h_I) \leq 10$  мм. Невязки  $f_h$  ходов, опирающихся на реперы старших классов, и невязки полигонов  $W_{III} = [h_{CP}] = ([h_I] + [h_K])/2$  не должны превышать  $(50\sqrt{L})$ .

### 94. Источники ошибок при геометрическом нивелировании и методы ослабления их влияния

При геометрическом нивелировании имеются три группы случайных и систематических ошибок: личные, приборные и от внешней среды. Наиболее опасными и трудно устранимыми являются систематические ошибки, особенно в нивелирных ходах большой протяженности (сотни и тысячи километров), когда даже малые по величине ошибки, постоянно накапливаясь, могут заметно исказить результаты нивелирования. Поэтому при высокоточном нивелировании это обстоятельство необходимо учитывать и принимать меры по ослаблению влияния даже малых систематических ошибок.

**Личные ошибки** возникают из-за несовершенства измерительной системы прибор–наблюдатель, к ним относятся случай-

ные ошибки совмещения концов пузырька уровня  $m_{сов}$ , ошибки наведения биссектора микрометра на штрих рейки  $m_{нав}$  и ошибки отсчитывания по шкале микрометра  $m_{отс}$ .

Ошибка взгляда

$$m_{взг.}^2 = m_{сов}^2 + m_{нав}^2 + m_{отс}^2 \quad (225)$$

Значение  $m_{сов}$  у современных высокоточных приборов обычно не превышает  $0,3''$ , что при расстоянии 50 м от нивелира до рейки вызывает ошибку отсчета по рейке, равную  $0,3'' \cdot 50000 \text{ мм}/206265'' = 0,07$  мм.

Ошибка наведения

$$m_{нав.} = P_r / v = 10'' / v, \quad (226)$$

где  $P_r = 10''$  – предельная разрешающая способность глаза,  $v$  – увеличение трубы нивелира. При  $v=40\times$   $m_{нав.} = 0,25''$ , что приводит к ошибке  $m_{нав.} = 0,25'' \cdot 50000/206265'' = 0,06$  мм. Ошибка отсчитывания  $m_{отс.}$  не превышает 0,2 деления шкалы микрометра, что при цене 0,05 мм дает ошибку в отсчете по рейке, равную  $0,2 \cdot 0,05 \text{ мм} = 0,01$  мм.

Подставляя эти ошибки в формулу (225), находим

$$m_{взг.} = \sqrt{0,07^2 + 0,06^2 + 0,01^2} = 0,09 \text{ мм.}$$

В нивелирах с компенсаторами визирная ось приводится в горизонтальное положение автоматически, поэтому вместо (225) в этом случае имеем

$$m_{взг.} = \sqrt{m_{нав.}^2 + m_{отс.}^2} = \sqrt{0,06^2 + 0,01^2} = 0,06 \text{ мм.}$$

**Приборные ошибки** обусловлены недостатками изготовления, сборки и юстировки нивелира, а также погрешностями работы отдельных узлов и нивелира в целом.

**Ошибки из-за несоблюдения главного условия.** Наиболее существенной является ошибка из-за непараллельности визирной оси трубы оси контактного уровня. При угле  $i$  между этими осями отсчеты  $З'$  и  $П'$  будут содержать ошибки  $d_3 tgi$  и  $d_{II} tgi$ , а превышение

$$h = З - П = (З' - П') - (d_3 - d_{II}) tgi.$$

Превышение  $\Delta h$  между реперами

$$\Delta H = \Sigma h = \Sigma (3' - \Pi) - [\Sigma (d_3 - d_n)] g i. \quad (227)$$

При  $d_3 = d_n$  последнее слагаемое формулы (227), являющееся поправкой в превышение за влияние угла  $i$ , равно нулю. При нивелировании I класса допускается  $(d_3 - d_n) \leq 0,5$  м, а в секции накопление этих разностей допускается до 1 м. При угле  $i \leq 10''$  ошибка вследствие этого равна  $500 \text{ мм} \cdot 10''/206265'' = 0,2$  мм на станции и 0,04 мм – в секции. В процессе нивелирования из-за изменения температуры воздуха величина угла  $i$  может изменяться, поэтому даже при нивелировании из середины ошибка полностью не исключается. Для ослабления влияния этой ошибки необходимо применять современные нивелиры с теплозащитным металлическим кожухом, у которых  $i$  изменяется менее чем на  $0,5''$  при изменении температуры на  $1^\circ\text{C}$ . Кроме того, наблюдения на станции нужно выполнять по симметричной программе 3-П-П-3 и П-3-3-П; прямой и обратный ходы прокладывают утром и вечером при разных знаках приращения температуры воздуха и угла  $i$ . Необходимо защищать нивелир зонтом от попадания на него солнечных лучей, при переходе от одной станции к другой – прикрывать его белым чехлом; перед началом работ нивелир нужно в течение 45 минут помещать на штативе в тени.

Ошибки из-за преждевременной остановки пузырька уровня при его приведении в нуль-пункт возникают из-за прилипания жидкости к стенкам ампулы. Они малы, но являются систематическими, для их ослабления необходимо совмещать концы пузырька уровня однообразно, только ввинчиванием элевационного винта.

Ошибки из-за мертвого хода оптического микрометра, для его исключения необходимо биссектор наводить на штрих рейки всегда ввинчиванием головки микрометра.

Ошибки из-за отличия фактической цены деления оптического микрометра от номинальной ( $\mu = 0,05$  мм). Согласно Инструкции допускается  $\Delta\mu_{\text{max}} = 0,0025$  мм, при максимальной разности отсчетов по шкале микрометра при наведении на заднюю и переднюю рейки, равной 99 делениям, находим  $\Delta h_{\text{max}} = 99\Delta\mu_{\text{max}} = 0,25$  мм, средняя величина в 2-3 раза меньше. Для ослабления влияния этой ошибки нужно или тщательно определять и учитывать ее, или на заводе фактическую цену деления максимально приблизить к номинальной.

Ошибка из-за конструктивных недостатков нивелира. У некоторых нивелиров горизонтальная ось вращения трубы с элевационным винтом расположена на расстоянии  $l$  от вертикальной оси нивелира. При наклоне вертикальной оси на угол  $\beta$  относительно отвесной линии изменяется высота визирного луча при наблюдении на заднюю и переднюю рейки на величину  $\Delta h = 2l \sin \beta$ . У нивелира Ni004  $l = 60$  мм, цена деления установочного уровня  $\tau = 2'$ . Полагая  $\beta = (0,2-1,0)$  т, получим  $\Delta h = (0,01-0,07)$  мм. Для уменьшения этой ошибки нужно тщательно, с ошибкой менее  $0,5'$  (при  $l = 50-60$  мм), приводить вертикальную ось нивелира в отвесное положение.

Ошибки из-за смещения пузырька уровня в сторону Солнца. Под действием солнечных лучей подъемные винты нивелира, не защищенные зонтом, со стороны Солнца нагреваются и удлиняются, труба наклоняется так, что пузырек уровня смещается в сторону Солнца. Для ослабления влияния этой ошибки нивелир нужно защищать от действия солнечных лучей зонтом и белым чехлом – при переходе от одной станции к другой.

Нивелиры с компенсаторами имеют следующие приборные ошибки.

Ошибка  $m_K$  самоустановки визирного луча в одно и то же положение является случайной, зависит от чувствительности компенсатора. Необходимо, чтобы у высокоточных нивелиров она была менее  $0,2''$ .

Систематическая ошибка работы компенсатора у высокоточных нивелиров должна быть менее  $0,05''$  на  $1'$  наклона нивелира.

Систематическая ошибка  $m_r$  горизонтирования визирного луча. Величина  $m_r = \alpha \delta_K$ , где  $\alpha$  – продольный наклон оси нивелира в угловых минутах. Влияние этой ошибки на превышение  $m_h = 2\alpha \delta_K d / \rho''$ , где  $\rho'' = 206265''$ ,  $d$  – расстояние от нивелира до рейки в мм. При  $\alpha = (1-8)'$   $m_h = 0,02-0,20$  мм. Для существенного уменьшения влияния этой ошибки необходимо уменьшить допуск на систематическую ошибку  $\delta_K \leq 0,03''$  (вместо  $\delta_K \leq 0,05''$ ) и установить на нивелирах с компенсаторами более точные установочные уровни с  $\tau \leq 2-3'$ .

Ошибки из-за тепловых воздействий у нивелиров с компенсаторами меньше, чем у нивелиров с уровнем, поэтому иногда допускается работа без зонта.

## Влияние ошибок инварных реек

*Ошибки деления инварных реек.* Инструкция по нивелированию требует, чтобы ошибки наименьших (5мм) делений были не более 0,05мм, а ошибки длины метра рейки – не более 0,10 мм. На компараторах измеряют метровые интервалы и вычисляют средние значения метра  $l'_1$  первой и  $l'_2$  второй реек комплекта и определяют  $l' = (l'_1 + l'_2) / 2$  и поправку  $\epsilon = l - l'$  ( $l = 1000,00$ мм) на каждый метр превышения  $h$ , измеренного между реперами. Поправка  $\delta h$  и превышение  $h$  за отличие средней длины метра реек от нормальной

$$\delta h = \epsilon h.$$

*Ошибки из-за неравенства высот нулей реек и несовпадения нулей основных шкал с плоскостью пятки.* Влияние этих ошибок полностью исключается, если число станций между реперами четное.

*Ошибки из-за погрешностей изготовления пятки рейки.* Если поверхность пятки рейки не является плоскостью (имеются выступы, углубления и т.п.) и не перпендикулярна к плоскости инварной полосы, то возникают ошибки, аналогичные возникающим из-за неравенства нулей реек. В этом случае используют подпятники с плоской поверхностью пятки и число станций между смежными реперами делают четным.

*Ошибки из-за неточной установки рейки в отвесное положение.*

$\epsilon = l - l \cos \alpha = l \alpha^2 / 2$ . При  $\alpha = 0,5\tau$ , где  $\tau = 10'$  – цена деления круглого уровня, установленного на рейке,  $l = 3000$  м имеем  $\epsilon_{\max} = 0,004$  мм.

*Ошибки из-за коробления реек,* происходящего при изменении влажности деревянного корпуса рейки или неправильного его хранения (не на ребре, без футляра и т.п.). При стрелке прогиба  $f = 3$ мм рейка укорачивается на 0,01мм, а при  $f = 5$ мм – на 0,02мм. При полевых работах систематически определяют стрелку прогиба и при  $f = 5$ мм укладывают рейку на упоры, чтобы под действием собственной массы рейки стрелка прогиба исчезла.

*Ошибки из-за температурных влияний,* Если эталонирование рейки выполнено при температуре  $T_3$ , а нивелирование – при  $T_H$ , то в измеренное превышение нужно ввести поправку

$$\delta_i = \alpha_1 (T'_H - T_3) 3 - \alpha_2 (T''_H - T_3) \Pi,$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  – коэффициенты линейного расширения инварных полюс задней и передней реек,  $T'_H, T''_H$  – их температура в момент определения превышения на станции,  $3, \Pi$  – отсчеты по задней и передней рейкам. Значение  $\alpha = (0,5 + 3,5) \cdot 10^{-6}$ . Поправка за температуру в  $h$  между реперами нивелирной секции

$$\delta h_i \approx \alpha (t_H - t_3) h,$$

где  $\alpha$  – средний для пары реек коэффициент линейного расширения. При  $\alpha = 2 \cdot 10^{-6}$ ,  $t_H - t_3 = +8^\circ \text{C}$ ,  $h = 200$ м,  $\delta h_i = 3,2$  мм, т.е. учет поправок за температуру инварных реек, особенно в горных районах, может привести к существенным ошибкам нивелирования.

*Ошибки из-за отличия натяжения инварной полосы рейки от нормального.* Отклонение натяжения  $P$  от нормального на 1 кг приводит к изменению инварной полосы примерно на 1 мкм, поэтому ежегодно перед выездом в поле проверяют динамометром натяжение инварной полосы и приводят его к  $P = 20$ кг юстировочными гайками.

## Влияние внешней среды

Для ослабления влияния рефракции в [12] даны следующие рекомендации:

1. Величина поправки  $\delta_h$  пропорциональна квадрату расстояния от нивелира до рейки, поэтому целесообразно, чтобы эти расстояния были короче. Во многих странах с небольшой территорией нормальная длина визирного луча при нивелировании I класса принята равной 25 метрам. В СНГ нормальная длина визирного луча принята равной 50 метров при нивелировании I и 65 м – II класса.

2. С увеличением высоты визирного луча уменьшается величина  $\sqrt{N_z}$ , поэтому при нивелировании I класса принята высота визирного луча над подстилающей поверхностью не менее 0,8 м и 0,5 м – при нивелировании II класса.

3. Систематическая ошибка при рефракции зависит от времени нивелирования в течение дня и от погодных условий. Высоточное нивелирование целесообразно проводить в периоды,

когда температурные градиенты, а следовательно, и нивелирная рефракция, близки к нулю, т. е. в периоды утренней и вечерней изотермии воздуха, когда видимость отличная, колебания изображения слабые, а также в периоды, симметричные моменту изотермии, т.е. начинать утром, примерно через полчаса после восхода Солнца, а вечером – примерно в 17 часов местного времени и заканчивать сразу же после ухудшения видимости и появления колебания изображения, затрудняющих точное наведение биссектора микрометра на штрихи рейки. В пасмурную погоду периоды времени, благоприятные для нивелирования, существенно увеличиваются.

4. Прямой и обратный нивелирные ходы рекомендуют прокладывать в разное время суток (прямой – утром, обратный – вечером, или наоборот), что приводит к частичной компенсации ошибок из-за рефракции при выводе среднего превышения из прямого и обратного ходов.

*Вертикальное перемещение костылей и штатива* является существенным источником систематических ошибок при высокоточном нивелировании. Для ослабления этих ошибок целесообразно выполнять следующие рекомендации.

1. Трасса нивелирования должна проходить по грунтам средней плотности – по бровке шоссе или железной дороги, по хорошим грунтовым дорогам, по грунтам с невысоким травяным покровом.

2. Прямой и обратный ходы должны проходить по одной и той же трассе, желательно по одним и тем же переходным точкам, число станций в прямом и обратном ходах должно быть одинаковым и четным.

3. Костыли левой и правой нивелирных линий нужно располагать на расстоянии не ближе 0,5 м. Не следует вдавливать в грунт ножки штатива и туго затягивать зажимные винты. Костыли и ножки штатива рекомендуют обходить на расстоянии не менее 0,5 м.

4. Наблюдения на станции нужно выполнять по симметричной программе. Не следует сильно нажимать на рейку и костыль. Не рекомендуют выполнять нивелирование при сильном и порывистом ветре.

*Гидротермические движения земной поверхности.* Зимой грунт промерзает, грунтовые воды опускаются. Весной снеготаяние приводит к поднятию грунтовых вод, грунт набухает и поднимается, больше в низинах, чем на вершинах. Летом грун-

товые воды уходят в более низкие слои, грунт уплотняется и его оседание практически прекращается. Осенью после обильных дождей уровень грунтовых вод снова поднимается, и с наступлением морозов начинают действовать силы морозного пучения, т.е. геотермическое движение земной поверхности имеет сезонный ход, в этом движении участвуют и нивелирные реперы.

Для ослабления этого явления: 1) реперы нужно закладывать на возвышенных местах; 2) не нужно выполнять нивелирование в периоды наиболее интенсивных гидротермических движений земной поверхности (весной и осенью); 3) прямые и обратные ходы необходимо прокладывать по схеме "восьмерка", в результате чего влияние этих движений приобретает случайный характер; 4) нельзя выполнять нивелирование сразу после обильных затяжных дождей.

*Изменение превышений из-за влияния Луны и Солнца* в сумме менее 0,1 мм/км, поэтому их следует учитывать только при особо точных нивелирных работах – при изучении вертикальных движений земной коры на геодинамических полигонах и т.п.

*Медленные тектонические поднятия и опускания земной коры* происходят в разных районах с разной скоростью. В европейской части России средняя скорость этих движений  $\pm(1-4)$  мм/год, в Забайкалье и на Кавказе скорость этих движений достигает 15-20 мм/год. Эти скорости определяют по результатам повторных нивелировок. Ввиду малого интервала времени на прямые и обратные превышения эти явления практически не влияют на превышения.

*Изменение превышений из-за изменения кривизны уровенной поверхности Земли.* В результате заполнения крупных водохранилищ, выпадения осадков, перемещения больших масс внутри Земли и других причин может изменяться гравитационное поле, кривизна уровенных поверхностей, направление отвесных линий и, следовательно, превышений. Эти изменения малы и не превышают десятых долей миллиметра, но при высокоточном нивелировании эти факторы целесообразно учитывать.

*Вытучивание и оседание нивелирных реперов.* В отдельных случаях вследствие нарушения технологии закладки реперов в грунт они могут медленно подниматься под действием сил мерзлотного пучения и оседать в рыхлых грунтах. Такие реперы обнаруживают при повторном нивелировании по аномальному изменению их высоты, их исключают из нивелирной сети и вместо них закладывают новые реперы.

Мгновенное изменение высоты реперов в сейсмоактивных районах. В результате землетрясения многие реперы изменяют высоты от нескольких миллиметров до нескольких метров. В таких случаях необходимо выполнить повторное нивелирование в зоне землетрясения и вокруг нее, где влияние землетрясения практически равно нулю.

### 95. Основные источники ошибок при техническом нивелировании

При техническом нивелировании имеются следующие основные ошибки.

1. Средняя квадратическая ошибка  $m_y$  в отсчете по рейке из-за отклонения оси цилиндрического уровня от горизонтального положения

$$m_y = 0,1\tau d / \rho,$$

где  $\tau$  - цена деления уровня,  $d$  - расстояние от нивелира до рейки. При  $\tau = 30''$ ,  $d = 150\text{ м} = 150000\text{ мм}$  находим  $m_y = 0,1 \cdot 30'' \cdot 150000 / 206265'' = 2,2\text{ мм}$ .

2. Отсчеты по рейкам зависят от разрешающей способности глаза ( $60''$ ), увеличения зрительной трубы  $v$  и расстояния  $d$ , т.е. при  $d = 150\text{ м}$  и  $v = 23\times$ ,  $m_{отс.} = 60'' d / \rho v = 60'' \cdot 150 / 2063 \cdot 20 = 2,2\text{ мм}$ .

3. Нарушение главного условия нивелира приводит к ошибке

$$m_i = \Delta d i / \rho$$

При  $l = 10''$ ,  $\Delta d = 10\text{ м}$  (для технического нивелирования),  $\rho = 206265''$  имеем  $m_i = 0,5\text{ мм}$ . Как уже отмечалось, нарушение главного условия нивелира происходит в основном из-за изменения температуры, поэтому нивелир должен находиться под зонтом. Рекомендуется периодически (каждый день или раз в два дня) выполнять поверку главного условия нивелира, а связующие точки хода стараться нивелировать из середины.

4. Наклон рейки. Если на рейках нет уровня, то их нужно слегка покачивать и при этом брать наименьший отсчет.

5. Случайные ошибки в делениях рейки допускаются для дециметровых делений  $\Delta_{дел} \leq 1\text{ мм}$ .

6. Ошибки округления при отсчете по рейке складываются из оценки долей деления глазом и метеорологических условий (колебания изображений) [9]

$$m_{окр} = 0,03t + 0,2d / v,$$

где  $t = 10\text{ мм}$  - цена деления рейки,  $d$  - расстояние от нивелира до рейки,  $m$ ,  $v$  - увеличение зрительной трубы. При  $d = 150\text{ м}$ ,  $v = 23\times$ ,  $m_{отс.} = 0,3 + 0,2 \cdot 150 / 23 = 1,6\text{ мм}$ .

Суммарная поправка

$$m = \sqrt{m_y^2 + m_{отс.}^2 + m_{дел}^2 + m_{окр}^2} = \sqrt{2,2^2 + 2,2^2 + 1,0^2 + 1,6^2} = 3,6\text{ мм}$$

Так как превышение равно разности отсчетов, то

$$m_{см} = m\sqrt{2} = 5,1\text{ мм}.$$

При расстоянии от нивелира до реек  $d = 150\text{ м}$  нивелирный ход в 1 км состоит из 4 станций и

$$m_{кв} = m_{см}\sqrt{4} = 10,2\text{ мм}.$$

Предельная ошибка хода в 1 км

$$пред. f_h = 3m_{кв} = 30,6\text{ мм},$$

а предельная ошибка хода длиной  $L$  км

$$пред. f_h = 30,6\sqrt{L}\text{ км}.$$

В приведенных расчетах не учтены ряд источников ошибок (наклон реек, невыполнение главного условия, остаточное влияние кривизны Земли и рефракции и др.), поэтому допустимая ошибка, установленная инструкцией для технического нивелирования,

$$пред. f_h = (50\sqrt{L})\text{ мм},$$

$$пред. f_h = (10\sqrt{n})\text{ мм},$$

где  $n$  - число станций нивелирного хода.

## У. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ УЧАСТКОВ МЕСТНОСТИ

### 96. Способы определения площадей

Площади участков местности необходимы для решения различных инженерно-технических и планово-экономических задач, особенно актуальными эти задачи стали в связи с широким применением земельного и городского кадастра. Площади участков определяют: 1) по результатам измерений на местности; 2) путем измерений на карте.

По результатам измерений на местности площади можно определить: а) по координатам вершин границы участка и б) путем измерения элементов простейших геометрических фигур, на которые разбивают участок.

На карте площади определяют: а) механическим способом с помощью планиметра; б) графическим методом, когда участок разбивается на простейшие геометрические фигуры (треугольники, прямоугольники, трапеции и т.п.), площади которых вычисляют по результатам измерений элементов этих фигур, и в итоге площади всех фигур суммируются.

Площади по результатам измерений на местности определяют точнее, чем по карте, так как в последнем случае на конечный результат оказывают влияние точность создания карты, ошибки измерений на ней, деформация бумаги, но этот метод является менее трудоемким.

### 97. Аналитические способы определения площадей

Аналитическими способами определяют площади участков, ограниченных прямыми линиями. Для определения площадей по координатам вершин многоугольника на рис. 128 площадь

$$P_{1234} = P_{122_0 1_0} + P_{233_0 2_0} - P_{144_0 1_0} - P_{433_0 4_0} = \frac{1}{2}[(x_1 + x_2)(x_2 - y_1) + (x_2 + x_3)(x_3 - y_2) - (x_1 + x_4)(x_4 - y_1) - (x_3 + x_4)(x_3 - y_4)] =$$

$$\frac{1}{2}(x_1 y_2 - y_1 x_2 + x_2 y_3 - y_2 x_3 + x_3 y_4 - y_3 x_4 + x_4 y_1 - y_4 x_1) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 y_1 \\ x_2 y_2 \\ x_3 y_3 \\ x_4 y_4 \\ x_1 y_1 \end{vmatrix}$$

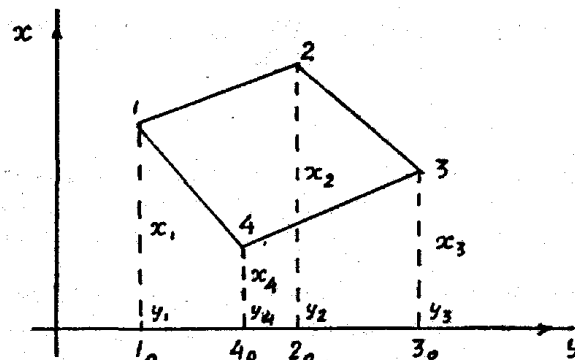


Рис. 128. К определению площади участка, ограниченного прямыми линиями

Из сравнения двух последних выражений видно, что при умножении абсциссы верхней строки на ординату следующей строки имеем знак плюс, а при умножении ординаты верхней строки на абсциссу соседней — знак минус. Приведенная схема удобна при вычислении площадей, если имеется каталог координат точек в порядке их расположения на участке, причем координаты точки 1 помещают в первой и последней строках. Этим методом можно определять площади участков с любым количеством вершин:

$$P = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 y_1 \\ x_2 y_2 \\ \dots \\ x_n y_n \\ x_1 y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (x_1 y_2 - y_1 x_2 + x_2 y_3 - y_2 x_3 + \dots + x_{n-1} y_n - y_{n-1} x_n + x_n y_1 - y_n x_1) \quad (228)$$

При определении площадей по формулам геометрии участок разбивают на правильные геометрические фигуры, например треугольники (рис. 129). В этом случае общая площадь будет равна сумме площадей треугольников, вычисленных по одной из известных формул:

$$P = 0,5 ch;$$

$$P = 0,5ac \sin \beta; \quad (229)$$

$$P = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

где  $a, b, c$  — стороны треугольника,  $h$  — высота треугольника,  $\beta$  — внутренний угол,  $p = 0,5(a+b+c)$  — полупериметр сторон.



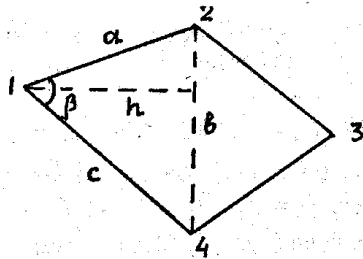


Рис. 129. Определение площади по формулам геометрии

Для определения средней квадратической ошибки определения  $P$  по формуле (228) используем формулу средней квадратической ошибки функции

$$m_u^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 m_{x_i}^2$$

В результате получаем

$$m_p^2 = \frac{1}{4} \left[ (y_2 - y_n)^2 m_{x_1}^2 + (x_n - x_2)^2 m_{y_1}^2 + (y_3 - y_1)^2 m_{x_2}^2 + (x_1 - x_3)^2 m_{y_2}^2 + \dots + (y_1 - y_{n-1})^2 m_{x_n}^2 + (x_{n-1} - x_1)^2 m_{y_n}^2 \right] = \frac{1}{4} \left[ \sum_{i=1}^n (y_{i+1} - y_{i-1})^2 m_{x_i}^2 + \sum_{i=1}^n (x_{i-1} - x_{i+1})^2 m_{y_i}^2 \right]$$

При  $m_{x_i} = m_{y_i} = m_{x,y} = m_s / \sqrt{2}$ , где  $m_s$  — средняя квадратическая ошибка положения вершины угла, учитывая  $(x_{i-1} - x_{i+1})^2 + (y_{i+1} - y_{i-1})^2 = d_i^2$  (рис. 130), находим

$$m_p = \frac{m_s}{2} \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n d_i^2} = \frac{m_s}{2} \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (s_{i-1}^2 + s_i^2 - 2s_{i-1}s_i \cos \beta_i)} \quad (230)$$

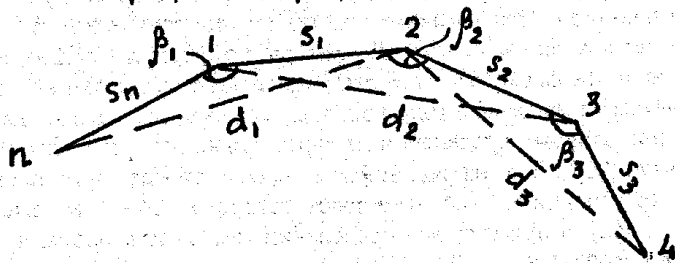


Рис. 130. К нахождению точности определения площади

т.е. получили формулу, приведенную в в книге: А.В.Маслов, Г.И.Горохов и др. « Геодезические работы при землеустройстве », М.: Недра, 1976 г.

Пример. Найти  $m_p$  определения площади участка прямоугольной формы (рис. 131) со сторонами примерно равными 250 м,  $m_s = 0,25$  м,  $\beta_1 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_6 = 90^\circ$ ,  $\beta_2 = \beta_5 = 180^\circ$ . Подставляя эти значения в формулу (230), имеем

$$m_p = \frac{m_s}{2} \sqrt{\frac{1}{2} [(s_1 + s_2)^2 + (s_2^2 + s_3^2) + (s_3^2 + s_4^2) + (s_4 + s_5)^2 + (s_5^2 + s_6^2) + (s_6^2 + s_1^2)]} = \frac{0,25}{2} \sqrt{\frac{1}{2} (500^2 \cdot 2) + 2 \cdot 250^2 \cdot 4} = 88,4 \text{ м}^2 = 0,0088 \text{ га}, P = 125000 \text{ м}^2 = 12,5 \text{ га}$$

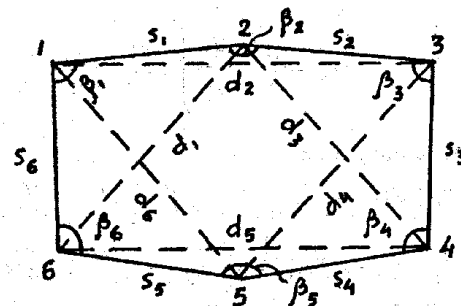


Рис. 131. К расчету точности определения площади

Относительная ошибка  $m_p / P = 1/1400$ .

### 98. Графические способы определения площадей

Графическим способом площади определяют по карте, используя формулы простых фигур, на которые разбивают участок, или палеткой. При разбивке участка на геометрические фигуры определяют площадь каждой фигуры по формулам (229), входящие в эти формулы аргументы измеряют графически на карте с учетом ее масштаба. Для контроля площадь определяют дважды, при втором определении на карте нужно измерить элементы формул (229). Так, на рис. 129 при первом определении площади треугольника 124 измеряют сторону  $24=b$  и высоту  $h(P=0,5bh)$ , а при втором определении измеряют стороны  $a$  и  $c$  и угол  $\beta(P=0,5acs \sin \beta)$ .

Расхождение между двумя полученными результатами не должно быть более  $1/200$  измеряемой площади. При этом целе-

сообразно выполнять следующие рекомендации: 1) участок делить на фигуры, возможно больших размеров; 2) площади полученных фигур определять по более простым формулам.

Палетка построена в виде сетки квадратов со сторонами 2-4 мм, нанесенной на прозрачной пластине (целлулоид, стекло и т.п.). Палеткой определяют площади с криволинейными границами. Палетку накладывают на участок и подсчитывают сначала число целых квадратов внутри участка, а затем складывают неполные квадраты, оценивая их в частях полных, в результате площадь равна произведению площади одного квадрата на число всех квадратов.

### 99. Механический способ измерения площадей

Измерение площадей на планах и картах механическим способом выполняют полярным планиметром (рис. 132), который состоит из полюсного  $R_1$  и обводного  $R$  рычагов и счетного механизма. Полюсом планиметра является игла на грузе 0 полюсного рычага. Каретка счетного механизма может перемещаться вдоль обводного рычага после ослабления винта  $d$ . Расстояние от обводной иглы  $f$  до углубления  $b$  на счетном механизме равно длине обводного рычага. На обводном рычаге имеются: обводной шпиль (игла)  $f$  с подпоркой  $m$  и рукояткой  $g$ , каретка со счетным механизмом (рис. 133), имеющим счетное колесо  $K$  и ролик  $k$ .

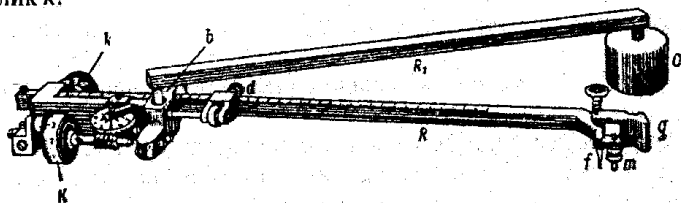


Рис. 132. Полярный планиметр

Для определения положения каретки на верхней грани  $A$  обводного рычага нанесены деления, а на каретке – верньер  $V_1$ , точная установка каретки выполняется микрометрическим винтом  $e$  при закрепленном винте. Счетный механизм имеет колесо  $K$  со 100 делениями на его цилиндрической поверхности, верньер  $V_2$  для оценивания десятых долей деления счетного колеса, циферблат  $M$  для фиксации полных оборотов счетного колеса. Отсчет является числом из четырех цифр: первая цифра – бли-

жайшая к указателю наименьшая цифра на циферблате  $M$ , вторая и третья – ближайшие к нулю верньера  $V_2$  меньшие номера штрихов счетного колеса  $K$  и четвертая – число штрихов верньера от нуля до штриха, совпадающего со штрихом шкалы счетного колеса. На рис. 133 отсчет равен 6303.

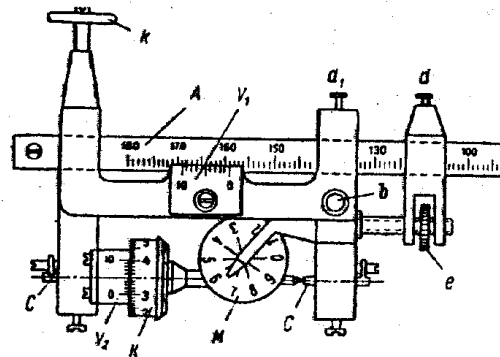


Рис. 133. Счетный механизм полярного планиметра.

Для измерения площади планиметр укрепляют на плане, карте или бумаге, соединяют рычаги, острие шпиля  $f$  помещают над начальной точкой границы участка, при этом подпорку  $m$  вывинчивают так, чтобы острие шпиля  $f$  не касалось карты. Планиметр устанавливают так, чтобы при перемещении шпиля  $f$  по границе участка угол между рычагами планиметра был близок к прямому. Равномерным движением обводят шпильем по границе участка по часовой стрелке и получают разность отсчетов в конце и начале обвода.

Перед началом работ проверяют соблюдение следующих условий:

1. Счетное колесо должно вращаться свободно, при этом концы штрихов на поверхности колеса и на верньере должны находиться на расстоянии, позволяющем выполнять точное отсчитывание. Регулировку выполняют перемещением подшипников  $C$  до тех пор, пока между краями счетного колеса и верньера может пройти листок тонкой бумаги.

2. Плоскость счетного колеса должна быть перпендикулярна к оси обводного рычага – линии  $bf$  (см. рис. 132). Для проверки обводят одну и ту же границу участка при двух положениях рычагов, симметричных этому участку (точка  $b'_0$  слева от участка, а затем  $b''_0$  – справа) (рис. 134). Если полученные площади участка в

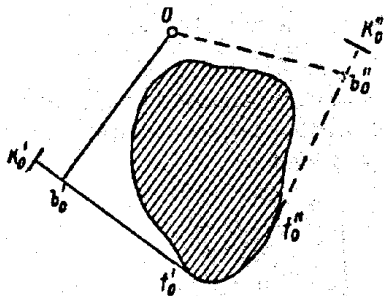


Рис. 134. Проверка планиметра

деления планиметра отличаются более 1:200 среднего из полученных значений, то измерение площадей таким планиметром нужно выполнять при двух положениях рычагов. Среднее из полученных значений площадей свободно от рассматриваемой ошибки.

В зависимости от площади участка полюс планиметра

устанавливают внутри или вне участка (рис. 135, 136). Если полюс внутри участка, то площадь

$$P = p(n_K + q - n_K), \quad (231)$$

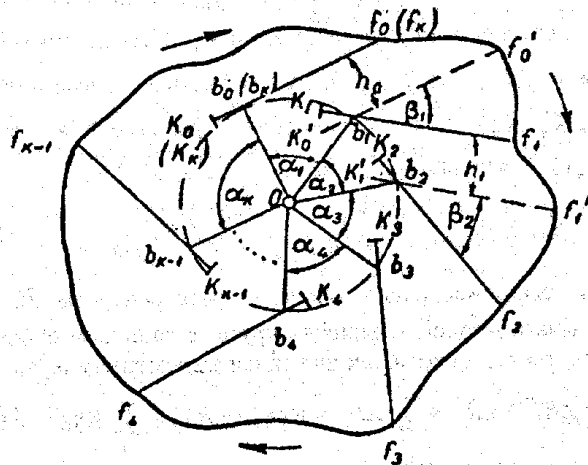


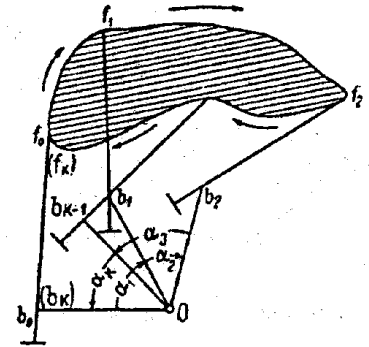
Рис. 135. Измерение площади полярным планиметром при установке полюса внутри фигуры

если вне участка, то

$$P = p(n_K - n_H), \quad (232)$$

где  $p$  – цена деления планиметра,  $q$  – постоянное число планиметра;  $n_K, n_H$  – отсчеты по счетному колесу планиметра в конце и начале обвода границы участка по движению часовой стрелки

Рис. 136. Измерение площади полярным планиметром при установке полюса вне фигуры



### 100. Вывод формул для определения площади планиметром

На рис. 135 полюс  $O$  внутри участка, в начале измерения острие обводного рычага находится в точке  $f_0$ , соединение рычагов в точке  $b_0$ , счетное колесо в положении  $K_0$ . Переместив обводной шпиль в  $f_1, f_2, \dots, f_k(f_0)$ , имеем счетное колесо в точке  $K_1, K_2, \dots, K_n(K_0)$ , а соединение рычагов в точке  $b_1, b_2, \dots, b_n(b_0)$ . Площадь участка

$$P = \sum_1^n P_{O b_i f_{i+1}} + \sum_0^n P_{b_i f_{0i} f_i} + \sum_1^n P_{b_i f_i f_i' b_{i+1}} \quad (233)$$

Первое слагаемое равно площади круга радиусом  $R_1$  полюсного рычага, второе – площади круга с радиусом  $R$  обводного рычага, третье – сумме площадей параллелограммов, т.е.

$$P = \pi R_1^2 + \pi R^2 + \sum_1^n R h_0 = \pi(R_1^2 + R^2) + \sum_1^n R h_0 \quad (234)$$

При перемещении обводного рычага из положения  $b_0 f_0$  в  $b_1 f_0'$  счетное колесо поворачивается на длину дуги, равную  $h_0$ . Затем при переходе обводного рычага в положение  $b_1 f_1$  счетное колесо поворачивается в обратном направлении на дугу  $K_0' K_1$ , поэтому длина дуги

$$l = h_0 - K_0' K_1 = h_0 - r \beta_1,$$

где радиус  $b_2' K_0' = b_1 K_1 = r$ .

Из этого выражения

$$h_0 = l_1 + r \beta_1$$

Подставляя  $h_0$  в формулу (234) и учитывая  $\Sigma\beta = 2\pi$ , находим

$$P = \pi(R_1^2 + R^2 + 2Rr) + R \sum_1^n li, \quad (235)$$

так как

$$R \sum_1^n li = \alpha(n_K - n_H),$$

где  $\alpha$  — длина одной тысячной части цилиндрической поверхности счетного колеса;  $n_K, n_H$  — отсчеты в конце и начале обвода участка, то

$$P = R\alpha(n_K - n_H) + \pi(R_1^2 + R^2 + 2Rr),$$

Обозначив  $R\alpha = p$  и постоянную величину  $\pi(R_1^2 + R^2 + 2Rr) = Q$ , имеем

$$P = p(n_K - n_H) + Q = p(n_K - n_H + q), \quad (236)$$

где  $q = \frac{Q}{p}$  — площадь  $Q$  основного круга в делениях планиметра.

В формуле (236)  $p$  называют ценой деления планиметра, а  $q$  — постоянным числом планиметра.

Если полюс планиметра вне обводимого участка, то

$$\Sigma\beta = \Sigma\alpha = 0,$$

и вместо формулы (236) имеем

$$P = p(n_K - n_H). \quad (237)$$

Цену деления планиметра обычно определяют путем обвода границы какой-либо геометрической фигуры (круг, квадрат, прямоугольник), площадь  $P_f$  которой вычисляют по строгим формулам. Из формулы (237) находим

$$p = \frac{P_f}{n_K - n_H}. \quad (238)$$

При измерении площадей по картам цену деления  $p$  определяют путем обвода группы квадратов, образованных линиями километровой сетки. Обводят несколько раз при двух симметричных относительно участка положениях рычагов. Если расхождение между полученными значениями площади не более  $1/200$  среднего его значения, то по среднему значению вычисляют цену  $p$  деления планиметра обычно с сохранением четырех значащих цифр.

Постоянное число  $q$  планиметра определяют после нахождения цены деления  $p$  путем обвода достаточно большого участка с известной площадью с установкой полюса внутри участка. Из формулы (236)

$$q = \frac{P}{p} - (n_K - n_H). \quad (239)$$

Для облегчения вычислений площади длину обводного рычага изменяют так, чтобы цена деления выражалась круглым числом. В этом случае

$$R = \frac{R'}{p'} p, \quad (240)$$

где  $R'$  — длина обводного рычага при цене  $p'$  деления планиметра,  $p$  — заданная цена деления планиметра.

Площади участков обычно измеряют дважды, допустимые расхождения зависят от размеров площади. Установлено, что точность определения площадей повышается с увеличением площади. Площадь порядка  $15 \text{ см}^2$  на карте или плане при четырехкратном обводе измеряют с ошибкой  $1/200$  величины площади.

Для повышения точности измерения площадей проф. А.В.Маслов усовершенствовал полярный планиметр, снабдив его вторым счетным механизмом и заменив обводной шпиль обводной точкой, выравненной на нижней поверхности стеклянного круга небольшого диаметра.

### 101. Измерение площадей способом А.Н. Савича

Академик А.Н. Савич (1810-1883 гг.) предложил способ измерения планиметром площадей, позволяющий исключать влияние изменения масштаба карты и деформации бумаги.

Если участок является частью трапеции или частью квадратов километровой сетки, то сначала обводят этот участок, получая его площадь  $n_1$  в делениях планиметра, а затем — дополнение участка до целой трапеции (квадратов километровой сетки), найдя площадь  $n_2$  этого дополнения в делениях планиметра.

Если полюс планиметра вне участка, то по формуле (237) находим

$$P_1 = pn_1, P_2 = pn_2, P_f = P_1 + P_2 = p(n_1 + n_2),$$

где  $P_f$  — площадь трапеции (квадрата), величина которой известна.

Поделив первое и второе выражение на третье, имеем

$$P_1 = P_r \frac{n_1}{n_1 + n_2}; \quad P_2 = P_r \frac{n_2}{n_1 + n_2}$$

Из-за ошибок измерений невязка

$$f_p = P_1 + P_2 - P_r,$$

ее величина не должна быть более  $0,01 P_r$ . Если невязка допустима, то ее распределение с обратным знаком пропорционально площадям  $P_1$  и  $P_2$ .

### 102. Геометрическая сущность постоянных планиметра

Как отмечалось ранее, цена деления планиметра  $p = R\alpha$  является площадью прямоугольника (рис. 136,а), стороны которого равны длине обводного рычага  $R$  и длине одной тысячной цилиндрической поверхности счетного колеса. Цену деления планиметра можно изменить путем изменения длины обводного рычага  $R$  — см. формулу (240).

Геометрическая сущность постоянной  $Q$  можно выяснить, если поставить планиметр так, чтобы плоскость обвода  $K$  (рис. 136,б) проходила через полюс  $O$ , расстояние

$$\rho^2 = R_1^2 - r^2 + (R+r)^2 = R_1^2 + R^2 + 2Rr = \frac{Q}{\pi},$$

откуда

$$Q = \pi \rho^2.$$

Следовательно, постоянная  $Q$  планиметра является площадью круга радиусом  $\rho$ , названного основным кругом планиметра. При обводе окружности основного круга при полюсе  $O$  в его центре счетное колесо  $K$  не вращается, а скользит по бумаге, так как плоскость обводка перпендикулярна направлению движения обводного рычага ( $K \perp fb$ ). Таким образом, если полюс установлен внутри обводимого участка, то измеряется только площадь, находящаяся за пределами основного круга. Если площадь измеряемого участка меньше площади основного круга, то первый отсчет по планиметру будет больше второго ( $n_K < n_H$ ) и первый член формулы (236) будет отрицательным.

Постоянное  $q$  показывает, во сколько раз цена деления планиметра меньше площади его основного круга, т.е. выражает постоянное  $Q$  в делениях планиметра.

## VI. СГУЩЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ

### 103. Классификация и характеристика геодезической сети сгущения

В настоящее время наиболее эффективным методом создания геодезической сети, включая и геодезические сети сгущения, является метод, связанный со спутниковыми технологиями (ГЛОНАСС, GPS). Однако этот метод требует приемную аппаратуру, высокая стоимость которой препятствует широкому ее использованию. Поэтому наряду с высокоэффективными спутниковыми технологиями используют и традиционные методы. Следует заметить, что при выполнении геодезических работ в закрытых помещениях и в стесненных условиях, когда наблюдение созвездия спутников невозможно или затруднительно, традиционные методы являются единственно возможными для решения многих задач. Остановимся на традиционных методах сгущения геодезической сети подробнее.

Геодезические сети сгущения строят методами триангуляции и полигонометрии для сгущения государственной геодезической сети до плотности, необходимой для создания съемочного обоснования съемок крупного масштаба. Триангуляцию 1 и 2 разряда развивают в открытой и горной местности. Там, где триангуляцию 1 и 2 разряда выполнить по условиям местности невозможно или нецелесообразно, развивают полигонометрическую сеть 4 класса, 1 и 2 разрядов. Необходимо отметить, что полигонометрия 4 класса для крупномасштабных съемок по сравнению с государственной выполняется с пониженной точностью.

Характеристика триангуляции 1 и 2 разряда и полигонометрии 4 класса, 1 и 2 разрядов приведена в табл. 25.

При создании полигонометрии выполняют весь комплекс основных геодезических работ: угловые и линейные измерения, нивелирование. Углы на пунктах полигонометрии измеряют способом отдельного угла или круговых приемов оптическими теодолитами типа Т1, Т2, Т5 с точностью центрирования 1 мм. Высоты на все пункты полигонометрии передаются нивелированием IV класса или техническим. Линии измеряют непосредственно: светодальномерами, подвесными мерными приборами или косвенно — длины сторон хода вычисляют по вспомогательным величинам.

Таблица 25

Характеристика	Триангуляция		Полигонометрия		
	1 разр.	2 разр.	4 класс	1 разр.	2 разр.
Длина стороны (км)	5,0	3,0			
наибольшая			2,0	0,8	0,35
наименьшая			0,25	0,12	0,08
средняя расчетная			0,50	0,30	0,20
Минимальный угол (градус): в сплошной сети	20	20			
связующий в цепочке треугольников	30	30			
во вставке	30	20			
Число треугольников между исходными пунктами и сторонами, не более	10	10			
Минимальная длина исходной стороны, км	1	1			
Предельная длина хода (км):					
отдельного			15	5	3
между исходной и узловой точками			10	3	2
между узловыми точками			7	2	1,5
Предельный периметр полигона, км			30	15	9
Предельное число сторон в ходе, не более			15	15	15
Средняя квадратическая ошибка измерения угла (по невязкам в треугольниках, ходах, полигонах), не более	5"	10"	3"	5"	10"
Предельная допустимая невязка в треугольнике или в ходе, полигоне ( $n$ – число углов в ходе)	20"	40"	$5''\sqrt{n}$	$10''\sqrt{n}$	$20''\sqrt{n}$
Относительная ошибка исходной (базисной) стороны в ходе	1:50000	1:20000	1:25000	1:10000	1:5000
Относительная ошибка определения длины стороны в наиболее слабом месте, не более	1:20000	1:10000			

#### 104. Триангуляция 1 и 2 разрядов

Исходными пунктами для развития триангуляции 1 разряда служат пункты государственной геодезической сети 1-4 классов, а триангуляции 2 разряда – пункты государственной геодезической сети и пункты триангуляции и полигонометрии 1 разряда.

Каждый пункт триангуляции 1 и 2 разряда определяют из треугольников, в которых измеряют все углы. Засечками не менее чем с трех измеренных направлений определяют только местные пред-

меты, не доступные для наблюдения. Примерные схемы построения триангуляции 1 и 2 разрядов приведены на рис. 137.

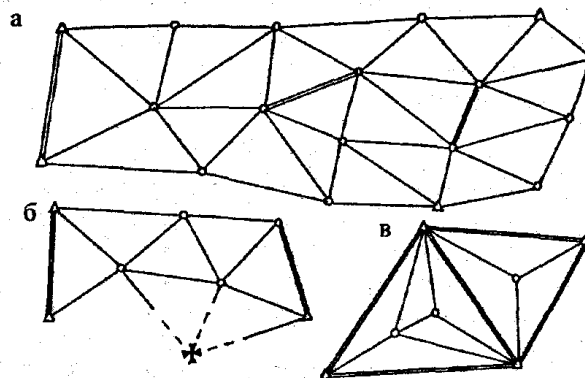


Рис. 137. Схемы триангуляций 1 и 2 разрядов:

а – сплошная сеть триангуляции; б – цепочка треугольников и засечка; в – вставка

Сплошная сеть триангуляции должна опираться не менее чем на три исходных геодезических пункта и не менее чем на две исходные стороны. Триангуляция 1 и 2 разряда должна удовлетворять требованиям, приведенным в табл. 25.

Углы в триангуляции 1 и 2 разряда измеряют способом круговых приемов и способом отдельного угла теодолитами Т1, Т2, Т5 и другими им равноточными (табл. 26.)

Таблица 26

Показатели	Теодолиты				
	Т1 и ему равнот. 4 кл.	Т2 и ему равноточные		Т5 и ему равноточные	
		1 раз	2 раз.	1 раз.	2 раз.
Число приемов:					
триангуляция		3	2	4	3
полигонометрия	4	2	2	3	2
Расхождение между результатами наблюдений на начальное направление в начале и конце полуприсма: триангуляция, полигонометрия	6"	8"	8"	0,2'	0,2'
Колебания значений направлений, приведенных к общему нулю, в отдельных приемах и значений углов, полученных из разных приемов: триангуляция, полигонометрия.	5"	8"	8"	0,2'	0,2'

Если приемы не удовлетворяют установленным допускам, то их повторяют на тех же установках лимба. Теодолит, установленный на штативе, центрируют над центром пункта с точностью не ниже 2 мм, высотную привязку центров триангуляции 1 и 2 разрядов выполняют нивелированием IV класса или техническим нивелированием.

### 105. Полигонометрия

**Полигонометрией** называют метод определения положения геодезических пунктов путем построения на местности полигонометрического хода (ломаной линии) или системы ходов (полигонометрическая сеть), в которых измеряют все углы и стороны. Полигонометрические ходы опираются на исходные, более высокого класса, пункты и линии. Они могут быть разомкнутыми и замкнутыми. Если ход по форме близок к прямой линии, то его называют вытянутым, в противном случае – изогнутым. Стремятся прокладывать вытянутые ходы с примерно одинаковыми сторонами, которые являются оптимальными по объему полевых работ, обработке и оценке точности.

В полигонометрической сети имеются узловые точки, в которых сходятся не менее трех ходов, замкнутые и разомкнутые полигоны. Отдельный ход между двумя узловыми или между узловой и исходной точками называют звеном. *Свободная сеть* полигонометрии опирается только на исходный пункт и дирекционный угол исходного направления. Если сеть имеет большое число исходных данных, то ее называют *несвободной*.

Если между пунктами двух параллельных ходов одного разряда меньше 0,5 км, то их соединяют перемычками того же разряда. Это необходимо для повышения жесткости и однородности полигонометрической сети. Под однородностью сети понимают равенство ошибок взаимного положения ближайших пунктов во всех направлениях.

По методу создания полигонометрию разделяют на светодальномерную, траверсную (стороны измеряют подвесными мерными приборами), короткобазисную, створно-короткобазисную и параллактическую.

Для измерения углов в полигонометрии обычно применяют трехштативную систему с комплектом визирных марок, имеющих стандартные подставки, взаимозаменяемые с подставками теодолитов. При измерении углов на узловых точках необходимо 4-6 штативов. Точность центрирования теодолита и визир-

ных целей должна быть 1 мм, эта точность обеспечивается оптическими центрами, которыми снабжены современные теодолиты.

Более быстрое центрирование выполняют в такой последовательности: 1) устанавливают штатив с теодолитом на глаз над центром пункта, вдавливают ножки штатива в грунт; 2) подъемными винтами наводят перекрестие нитей оптического центра на центр пункта; 3) только изменением длины ножек штатива приводят пузырек круглого или цилиндрического уровня в нульпункт; 4) точно горизонтируют теодолит подъемными винтами, несоответствие перекрестия сетки с центром пункта устраняют перемещением подставки прибора; 5) проверяют юстировку оптического центра и точность центрировки поворотом прибора вокруг вертикальной оси на 180°.

На узловых точках углы измеряют методом круговых приемов, а на пунктах с двумя направлениями – способом измерения отдельного угла. Методика измерения углов такая же, как и в триангуляции. Количество приемов и некоторые характеристики угловых измерений приведены в табл. 26. Средние значения углов в полигонометрии 1 и 2 разрядов округляют до целых секунд.

После завершения полевых работ проверяют во вторую руку полевые журналы, контролируют качество полевых измерений и выводят средние значения направлений или углов на каждом пункте, подсчитывают невязки замкнутых и разомкнутых ходов, которые не должны превышать величины  $2m_{\beta}\sqrt{n}$ , где  $m_{\beta}$  – установленная Инструкцией средняя квадратическая ошибка измерения угла в полигонометрии данного разряда,  $n$  – число углов в ходе. Как исключение может быть допущена невязка до  $2,5m_{\beta}\sqrt{n}$ .

На исходных пунктах измеренный между двумя твердыми направлениями угол не должен отличаться от разности дирекционных углов этих направлений не более чем на  $2m_{\beta}$ .

Среднюю квадратическую ошибку измерения угла по невязкам полигонов вычисляют по формуле

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{r} \left[ \frac{f^2}{n} \right]},$$

где  $r$  – число полигонов (ходов),  $n$  – число углов в отдельных

полигонах (ходах),  $f_{\beta}$  – невязки полигонов (ходов). При  $r \leq (2-3)$  вычислять  $m_{\beta}$  нецелесообразно, так как в этом случае она будет иметь малую достоверность.

**Линейные измерения в полигонометрии 1 и 2 разрядов.**  
**Параллактическая полигонометрия.** Длины сторон в полигонометрии 1 разряда измеряют с относительной погрешностью не более 1:10000 малыми топографическими светодальномерами или подвесными мерными приборами.

Подвесными мерными приборами линии измеряют непосредственно путем многократного отложения проволоки или параллактическим способом, используя длину мерного прибора как постоянный параллактический базис.

В полигонометрии 2 разряда стороны измеряют с относительной ошибкой не более 1:5000, разрешается применять оптические дальномеры, например Редта-002, обеспечивающие заданную точность.

Параллактический способ измерения линий, повышающий производительность труда по сравнению со способом непосредственного многократного отложения мерного прибора, заключается в построении базисной сети в виде параллактического звена с острыми углами, противолежащими короткому базису (рис. 138).

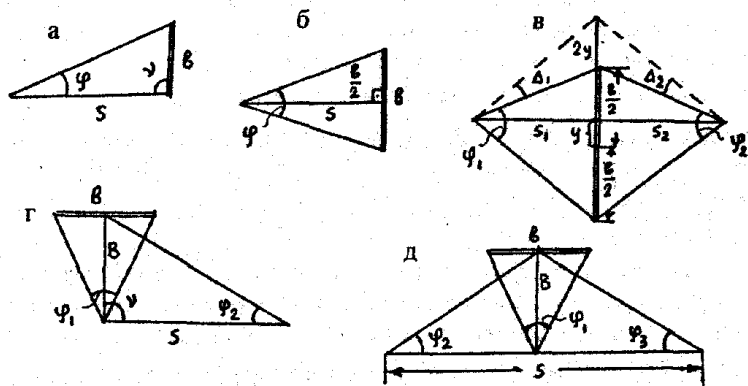


Рис. 138. Схемы параллактических звеньев полигонометрии:

а – звено треугольной формы; б – звено с симметричным расположением базиса относительно определяемой стороны; в – звено ромбической формы; г – сложное звено треугольной формы; д – сложное звено параллактической полигонометрии

Расстояние определяют тригонометрическим путем по точно измеренному малому базису и лежащему против него острому

параллактическому углу и по измеренному с меньшей точностью прибазисному углу, который получается при пересечении базиса с определяемой линией.

В городских условиях и на строительных площадках в качестве базиса удобно применять двухметровые горизонтальные жезлы, изготавливаемые из инварного прута диаметром 8-12 мм, заключенного в дюралевою трубу диаметром 35-40 мм. Базисом является расстояние между визирными марками, укрепленными на концах инварного прута. Для установки жезла в горизонтальное положение используют круглый уровень, а в перпендикулярное к измеряемой линии – оптический визир.

Рассмотрим различные формы параллактических звеньев.

1. *Звено треугольной формы* (рис. 138, а) По теореме синусов

$$s = b \frac{\sin(\varphi + \psi)}{\sin \varphi}.$$

При

$$\psi = 90^\circ, \sin(\varphi + \psi) = \cos \varphi \approx 1, \sin \varphi \approx \varphi; \quad s \approx \frac{b}{\varphi}; \ln s = \ln b - \ln \varphi,$$

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_\varphi}{\varphi}\right)^2.$$

2. *Звено с симметричным расположением базиса относительно определяемой стороны* (рис. 138, б). В прямоугольном треугольнике

$$s = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}, \quad \left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_\varphi}{\varphi}\right)^2.$$

3. *Звено ромбической формы с асимметричным базисом* (рис. 138, в). В этом случае

$$s = s_1 + s_2 = \frac{b + 2y}{2} \left( \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1 + \Delta_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2 + \Delta_2}{2} \right)$$

или

$$s_1 = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} - \Delta s y; \quad s_2 = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} - \Delta s y,$$

где  $\Delta s y = y^2 / s$ ,  $y$  – величина несимметрии базиса. Значение

$$\left(\frac{m_s}{s}\right)^2 = \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_\varphi}{\varphi_{cp}}\right)^2.$$



4. Звено ромбической формы с симметричным базисом – частный случай звена ромбической формы с асимметричным базисом, когда  $y = \Delta_1 = \Delta_2 = 0$ , в этом случае

$$s = s_1 + s_2 = \frac{b}{2} \left( \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} \right);$$

$$\left( \frac{m_s}{s} \right)^2 = \left( \frac{m_b}{b} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{m_\varphi}{\varphi_{cp.}} \right)^2.$$

5. Сложное звено треугольной формы (рис. 138, г). По теореме синусов с учетом треугольника с базисом  $b$  получаем

$$s = B \frac{\sin(\nu + \varphi_2)}{\sin \varphi_2} = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} \frac{\sin(\nu + \varphi_2)}{\sin \varphi_2}.$$

При  $\nu = 90^\circ$

$$s_1 = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} \operatorname{ctg} \varphi_2;$$

При  $m_{\varphi_1} = m_{\varphi_2} = m_\varphi$  и  $m_b = 0$  имеем

$$\left( \frac{m_s}{s} \right)^2 = \left( \frac{m_\varphi}{\varphi} \right)^2 \left( \frac{B^2}{b^2} + \frac{s^2}{B^2} \right).$$

6. Сложное звено, изображенное на рис. 138, д, приводит к формулам

$$s = B(\operatorname{ctg} \varphi_2 + \operatorname{ctg} \varphi_3) = b \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} (\operatorname{ctg} \varphi_2 + \operatorname{ctg} \varphi_3)$$

или

$$s = \frac{b}{\operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2}} \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_2} + \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_3} \right) = \frac{2b}{\varphi_1} \left( \frac{1}{\varphi_2} + \frac{1}{\varphi_3} \right).$$

Значение

$$\begin{aligned} m^2 &= \left[ \frac{2b}{\varphi_1} \left( \frac{1}{\varphi_2} + \frac{1}{\varphi_3} \right) \right]^2 m_{\varphi_1}^2 + \left( \frac{2b}{\varphi_1 \varphi_2} \right)^2 m_{\varphi_2}^2 + \left( \frac{2b}{\varphi_1 \varphi_3} \right)^2 m_{\varphi_3}^2 = \\ &= \frac{s^2}{\varphi_1^2} m_{\varphi_1}^2 + \frac{s^2}{\varphi_2^2} m_{\varphi_2}^2 + \frac{s^2}{\varphi_3^2} m_{\varphi_3}^2 \end{aligned}$$

Учитывая  $s_1 \approx s_2 \approx \frac{s}{2}$ , находим

$$m_s^2 = s^2 \left( \frac{m_{\varphi_1}^2}{\varphi_1^2} + \frac{m_{\varphi_2}^2}{4\varphi_2^2} + \frac{m_{\varphi_3}^2}{4\varphi_3^2} \right).$$

Так как  $\varphi_1 = \frac{b}{B}$ ,  $\varphi_2 = \varphi_3 = \frac{2B}{s}$ , то при  $m_{\varphi_1} = m_\varphi$  имеем

$$\left( \frac{m_s}{s} \right)^2 = \left( \frac{m_\varphi}{\rho} \right)^2 \left( \frac{B^2}{b^2} + \frac{s^2}{8B^2} \right).$$

Параллактические углы необходимо измерять с высокой точностью  $m_\varphi = m_\beta = 1''$  теодолитами типа Т2. Для ослабления влияния длинно- и короткопериодических ошибок делений лимба углы на визирные марки жезла целесообразно измерять на заранее выбранные части лимба, где ошибки в делениях минимальны, на этом же участке лимба нужно измерять параллактические углы и при компарировании жезла на полевом компараторе.

### 106. Способ бездиагональных четырехугольников

Этот способ удобен при развитии геодезической сети по проездам и просекам, а также при создании строительной сетки. В четырехугольнике без диагоналей необходимо измерить две стороны и все углы четырехугольника. На рис. 139 в четырехугольнике измерены стороны  $a$  и  $b$ , нужно определить стороны  $c$  и  $d$ . Через точку  $B$  проведем линию  $BE$ , параллельную  $AD$ , а через точку  $E$  – линию  $EF$ , параллельную  $AB$ .

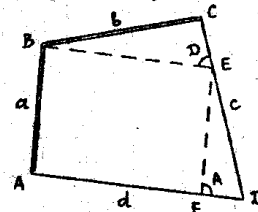


Рис. 139. Четырехугольник без диагоналей

Используя теорему синусов, имеем

$$c = DE + EC = a \frac{\sin A}{\sin D} + b \frac{\sin(C+D)}{\sin D} = \frac{a \sin A + b \sin(C+D)}{\sin D}$$

$$d = AF + FD = \frac{b \sin C}{\sin D} + \frac{a \sin(A+D)}{\sin D} = \frac{b \sin C + a \sin(A+D)}{\sin D} \quad (241)$$

В сложных сетях не обязательно измерять стороны в каждом четырехугольнике, их можно определить из вычислений по полученным формулам. При равноточных угловых измерениях средние квадратические ошибки сторон определяют по формулам, полученным с учетом формул (241), и формулы средней квадратической ошибки функции:

$$m_c^2 = \left\{ \left\{ m_a^2 \sin^2 A + m_b^2 \sin^2(C+D) + \frac{m_\beta^2}{\rho^{\circ 2}} \left[ a^2 \cos^2 A + b^2 \cos^2(C+D) + [b \cos(C+D) - C \cos D]^2 \right] \right\} \right\} \sin^{-2} D;$$

$$m_d^2 = \left\{ \left\{ m_b^2 \sin^2 C + m_a^2 \sin^2(A+D) + \frac{m_\beta^2}{\rho^{\circ 2}} \left[ a^2 \cos^2(A+D) + b^2 \cos^2 C + [a \cos(A+D) - d \cos D]^2 \right] \right\} \right\} \sin^{-2} D.$$

Для прямоугольного четырехугольника с предварительно уравненными углами

$$m_c^2 = m_a^2 + bd \frac{m_\beta^2}{\rho^{\circ 2}}; \quad m_d^2 = m_b^2 + ac \frac{m_\beta^2}{\rho^{\circ 2}};$$

Для квадрата

$$\frac{m_c^2}{c^2} = \frac{m_a^2}{a^2} + \frac{m_\beta^2}{\rho^{\circ 2}}; \quad \frac{m_d^2}{d^2} = \frac{m_b^2}{b^2} + \frac{m_\beta^2}{\rho^{\circ 2}}.$$

В цепи прямоугольных четырехугольников, уравненных за условия фигур, в которой измерены стороны  $a$  и  $b$ ,

$$m_c^2 = m_a^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho^{\circ 2}} \sum_1^n b_i^2,$$

а в цепи квадратов

$$\left( \frac{m_c}{c} \right)^2 = \left( \frac{m_a}{a} \right)^2 + \frac{nm_\beta^2}{\rho^{\circ 2}}.$$

## 107. Съёмочная геодезическая сеть (съёмочное обоснование)

Съёмочную геодезическую сеть создают для сгущения геодезической плановой и высотной основы до плотности, обеспечивающей выполнение топографической съёмки. Ее развивают от пунктов государственных геодезических сетей, геодезических сетей сгущения 1 и 2 разрядов и технического нивелирования путем построения съёмочных триангуляционных сетей, теодолитных и мензульных ходов, прямых, обратных и комбинированных засечек; определяют, как правило, положение точек в плане и по высоте.

Предельные ошибки положения пунктов плановой съёмочной сети, включая и плановые опознаки, на открытой местности и на застроенной территории не должны превышать 0,2 мм в масштабе плана и 0,3 мм в масштабе плана на местности, покрытой древесной и кустарниковой растительностью.

Теодолитные ходы (рис. 140) с допустимыми относительными невязками  $1/T = f_s/[s]$ , где  $f_s$  – абсолютная невязка в теодолитном ходе;  $[s]$  – длина хода между исходными пунктами, прокладывают с соблюдением требований, приведенных в табл. 27.

Таблица 27

Масштаб	$m_s = 0,2 \text{ мм}$			$m_s = 0,3 \text{ мм}$	
	$\frac{1}{T} = \frac{1}{3000}$	$\frac{1}{T} = \frac{1}{2000}$	$\frac{1}{T} = \frac{1}{1000}$	$\frac{1}{T} = \frac{1}{2000}$	$\frac{1}{T} = \frac{1}{1000}$
	Допустимые длины ходов между исходными пунктами, км				
1:5000	6,0	4,0	2,0	6,0	3,0
1:2000	3,0	2,0	1,0	3,6	1,5
1:1000	1,8	1,2	0,6	1,5	1,5
1:500	0,9	0,6	0,3	-	-

Между узловыми точками или между узловыми и исходными пунктами предельные допустимые длины теодолитных ходов должны быть на 30% меньше приведенных в табл. 27.

Длины сторон в теодолитных ходах не должны быть: на застроенных территориях более 350 м и менее 20 м, на незастроенных – более 350 и менее 40 м. Допускается проложение висячих ходов, длины которых не должны быть более: 350 и 500 м при съёмке в масштабе 1:5000; 200 и 300 м – в масштабе 1:2000; 150 и 200 м – в масштабе 1:1000 и 100 и 150 м – в масштабе 1:500. Первое число приведено для застроенных, а второе – для незастроенных территорий. Число сторон должно быть не более трех

на застроенной территории и не более четырех – на незастроенной территории.

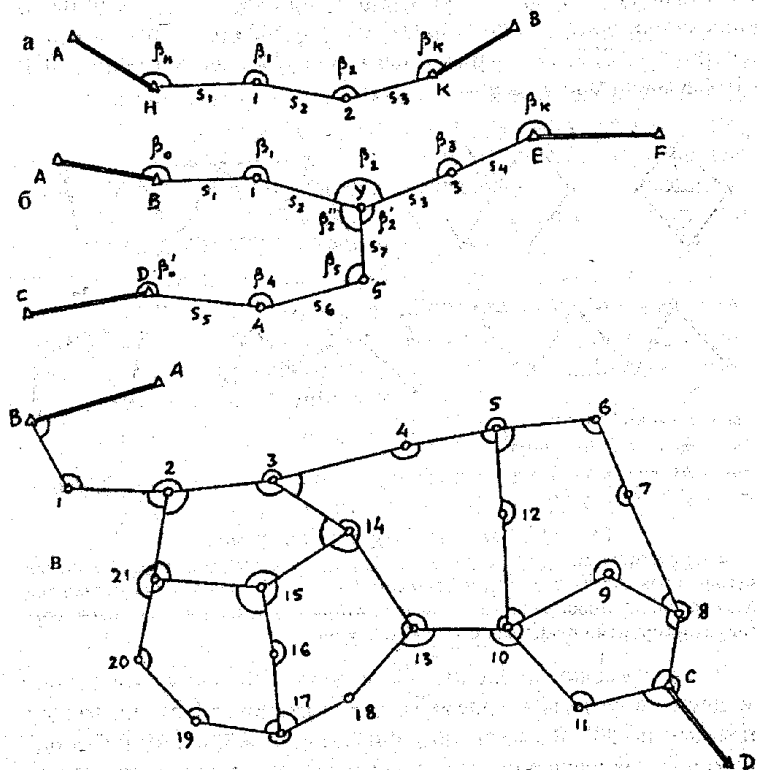


Рис. 140. Схемы теодолитных ходов:

а – одиночного, б – с одной узловой точкой; в – с несколькими узловыми точками

Угловые невязки в теодолитных ходах не должны превышать  $f_{\beta} = \pm 1' \sqrt{n}$ , где  $n$  – число углов в ходе. Углы измеряются одним полным приемом с перестановкой лимба между полуприемами на  $90^\circ$ . Колебания значений углов, полученных из двух полуприемов, не должны превышать  $45''$ . Центрирование теодолитов выполняется оптическим центриром или отвесом с точностью 3 мм. При съемке в масштабе 1:10000 можно увеличить допустимую длину ходов в 2 раза по сравнению с данными табл. 27 для съемки в масштабе 1:5000.

В открытой местности взамен теодолитных ходов съемочные сети могут развиваться методами триангуляции (рис. 141), полярным способом, прямыми, обратными и комбинированными засечками (рис. 142), между исходными сторонами (пунктами) допускается построение не более 20 треугольников для съемки в масштабе 1:5000, 17 – в масштабе 1:2000, 15 – в масштабе 1:1000 и 10 – в масштабе 1:500.

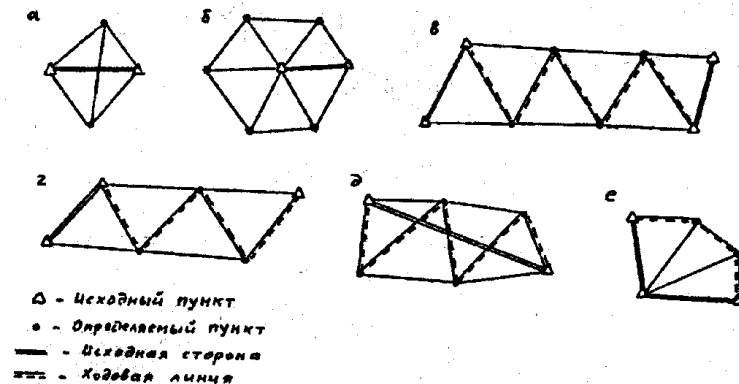


Рис. 141. Типовые фигуры триангуляции:

а – геодезический четырехугольник; б – центральная система; в – цепочка треугольников между двумя исходными сторонами; г – цепочка треугольников между исходной стороной и исходным пунктом; д – цепочка треугольников между двумя исходными пунктами; е – вставка в угол

Углы измеряют теодолитами не менее 30-секундной точности двумя круговыми приемами с перестановкой лимба между приемами на  $90^\circ$ . Расхождение приведенных к общему нулю одноименных направлений из разных приемов должно быть не более  $45''$ , невязки в треугольниках – не более  $1,5'$ .

Определение точек прямой засечкой выполняют не менее чем с трех пунктов опорной сети, при этом углы при определяемой точке не должны быть менее 30 и более  $150^\circ$ . Обратные засечки производят не менее чем по четырем опорным пунктам, комбинированные засечки – с участием не менее чем четырех исходных пунктов.

### 108. Теодолитный и тахеометрический ходы.

Прямая и обратная геодезические задачи на плоскости.  
Определение координат точек теодолитного хода.

Теодолитным ходом (см. рис. 140) называют построенную на местности разомкнутую или замкнутую ломаную линию, в которой измерены все стороны и горизонтальные углы между ними, т.е. в основу теодолитного хода положен метод полигонометрии.

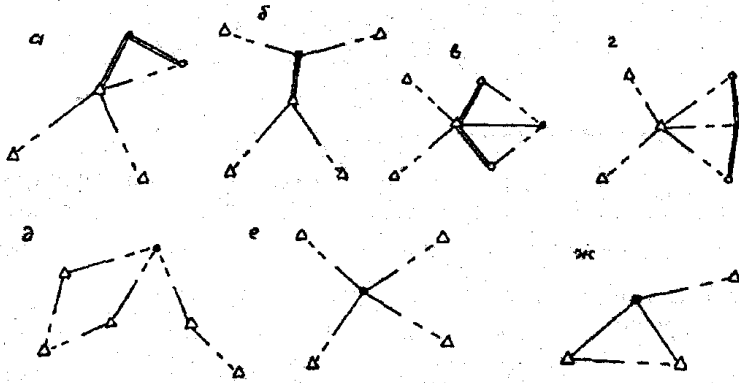


Рис. 142. Схемы определения координат пункта:

а-г – полярный способ; д – прямая засечка; е – обратная засечка; ж – комбинированная засечка

Тахеометрическим ходом называют построенную на местности разомкнутую или замкнутую ломаную линию, в которой измерены все стороны, горизонтальные углы между ними и вертикальные углы с каждой точки хода на смежные с ней точки.

По измеренным сторонам и углам определяют прямоугольные координаты вершин теодолитного или тахеометрического хода, а по измеренным вертикальным углам и длинам сторон – превышения между точками тахеометрического хода, т.е. теодолитным ходом определяют плановое положение вершин хода, а тахеометрическим ходом – плановое и высотное их положение. На рис. 143. изображена часть теодолитного хода. Для точки  $i$  координаты

$$\begin{aligned} x_i &= x_H + \Delta x_i = x_H + d_i \cos \alpha_i; \\ y_i &= y_H + \Delta y_i = y_H + d_i \sin \alpha_i. \end{aligned} \quad (242)$$

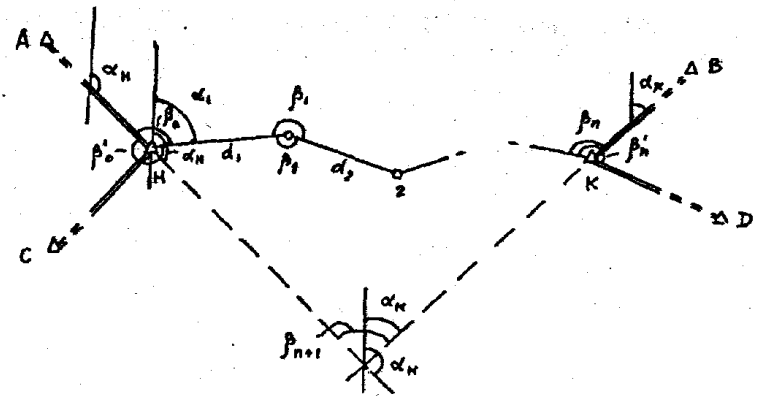


Рис. 143. Схема разомкнутого теодолитного хода

Формулы (242) решают прямую геодезическую задачу на плоскости, в которой при известных прямоугольных координатах  $x_H, y_H$ , горизонтальном проложении  $d$  и дирекционном угле  $\alpha$  требуется определить координаты  $x_1, y_1$  точки 1.

В обратной задаче по известным координатам  $x_1, y_1; x_2, y_2$  точек 1 и 2 (рис. 144.) требуется определить дирекционный угол  $\alpha$  и горизонтальное проложение  $d$ . На рис. 144 из прямоугольного треугольника 122'

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad (243)$$

откуда находят дирекционный угол  $\alpha$ . Горизонтальное проложение

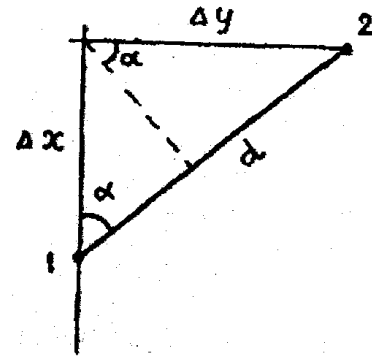


Рис. 144. Решение обратной задачи на плоскости

$$d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = (x_2 - x_1) \cos \alpha + (y_2 - y_1) \sin \alpha \quad (244)$$

Измерив горизонтальный угол  $\beta_0$  между исходной и определяемой сторонами, на рис. 143 имеем

$$\alpha_1 = \alpha_H - (180^\circ - \beta_0) = \alpha_H + \beta_0 - 180^\circ, \quad (245)$$

если измерены левые по направлению теодолитного хода углы.

Если измерены правые углы  $\beta'_0, \beta'_1$  и т.д., то, учитывая  $\beta_0 = 360^\circ - \beta'_0$ , вместо формулы (245) находим

$$\alpha_1 = \alpha_H + 360^\circ - \beta'_0 - 180^\circ = \alpha_H - \beta'_0 + 180^\circ. \quad (246)$$

Следовательно, для определения координат точек теодолитного хода необходимо начинать ход с опорной точки, имеющей координаты  $x_H, y_H$ , и в этой начальной опорной точке измерить примычный угол  $\beta_0$  и  $\beta'_0$  между линией с известным дирекционным углом и линией  $d_1$  хода.

**Разомкнутый** теодолитный ход должен начинаться и заканчиваться на опорных точках Н и К с известными координатами, и на этих точках должны быть измерены примычные углы  $\beta_0$  и  $\beta_n$  между опорными линиями с известными дирекционными углами и первой и последней линиями хода. Только в этом случае имеется возможность не только определить координаты всех точек теодолитного хода, но и проконтролировать правильность измерения углов и сторон хода и оценить точность выполненной работы. Если разомкнутый теодолитный ход имеет исходные данные только с одной стороны (в начале или конце хода), то его называют **висячим теодолитным ходом**.

Для контроля целесообразно в начальной и конечной опорных точках измерять не по одному, а по два примычных угла, т.е. независимо дважды определять дирекционный угол сторон НК от опорной линии АН и опорной линии СН, а в конечной опорной точке определять дирекционные углы опорных линий КВ и КД и сравнивать полученные и известные их значения.

В замкнутом теодолитном ходе (рис. 145) обычно измеряют внутренние углы полигона ( $\beta_1, \dots, \beta_7$ ) и примычные углы  $\beta'_0, \beta'_n$ . Необходимость привязки замкнутого хода к двум твердым линиям связана с тем, что при ошибочном опознавании, например

пункта А, дирекционный угол линии АН не будет соответствовать его действительному значению и весь полигон будет неправильно ориентирован относительно принятой системы координат. Поэтому для исключения такой ошибки необходимо делать привязку хода как минимум к двум опорным линиям.

Внутри замкнутого хода можно проложить **диагональный ход**, опирающийся на вершины основного хода (на рис. 145 ход 6-8-9-2).

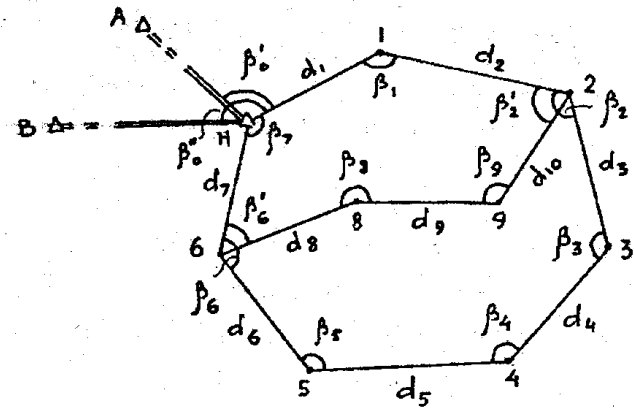


Рис. 145. Схема замкнутого и диагонального теодолитных ходов

В разомкнутом (рис. 143) и замкнутом (рис. 145) теодолитных ходах кроме необходимых для определения координат точек хода измерений выполнены избыточные измерения: в разомкнутом ходе избыточными являются примычные углы  $\beta_n, \beta'_n$ ; угол  $\beta_{n-1}$  и сторона  $d_n$ , а в замкнутом – углы  $\beta_6, \beta_7$  и  $d_7$ , что позволяет выполнить уравнивание и оценку точности этих ходов.

Известно, что каждое избыточное измерение приводит к условному уравнению, в рассматриваемом случае имеем три избыточных измерения, которые дают одно условное уравнение фигуры и условные уравнения абсцисс и ординат.

В теодолитном ходе угловая невязка (свободный член условия фигур)

$$f_\beta = \sum_1^n \beta_{\text{изм.}} - \sum_1^n \beta_{\text{теор.}}, \quad (247)$$

где  $\sum_1^n \beta_{\text{изм.}}$  – сумма измеренных в теодолитном ходе углов, а

$\sum_1^n \beta_{\text{теор.}}$  – их теоретическая сумма. В замкнутом теодолитном

ходе с  $n$  измеренными углами, как известно из геометрии,

$$\sum_1^n \beta_{\text{теор.}} = 180^\circ(n-2),$$

следовательно, в замкнутом теодолитном ходе

$$f_\beta = \sum_1^n \beta_{\text{изм.}} - 180^\circ(n-2). \quad (248)$$

В разомкнутом теодолитном ходе теоретическая сумма углов зависит от расположения исходных сторон и поэтому целесообразно разомкнутый ход превратить в замкнутый путем продолжения опорных линий до их пересечения и использовать его для определения  $\sum_1^n \beta_{\text{теор.}}$ . На рис. 143 для измеренных левых углов имеем

$$\sum_1^n \beta_{\text{теор.}} = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n.$$

В полученном замкнутом полигоне сумма углов  $180^\circ - \beta_0 + 360^\circ - \beta_1 + 360^\circ - \beta_2 + \dots + 180^\circ - \beta_n + \beta_{n+1} = 180^\circ[(n+2) - 2] = 180^\circ n$ ,

где  $n$  — число измеренных углов. Из этого выражения находим

$$\begin{aligned} \sum_1^n \beta_{\text{теор.}} = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n &= 180^\circ \cdot 2 + 180^\circ \cdot 2(n-1) - \\ - 180^\circ n + \beta_{n+1} &= 180^\circ n + \beta_{n+1}. \end{aligned}$$

т.е. в рассматриваемом случае, учитывая  $\beta_{n+1} = 180^\circ - (\alpha_n - \alpha_k) = \alpha_k - \alpha_n + 180^\circ$ , получаем

$$f_\beta = \sum_1^n \beta_{\text{изм.}} + \alpha_n - \alpha_k - 180^\circ(n+1). \quad (249)$$

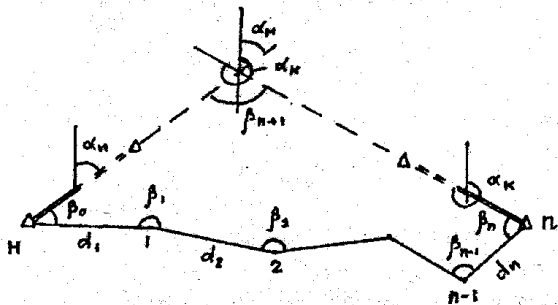


Рис. 146. Схема разомкнутого теодолитного хода

На рис. 146

$$\sum_1^n \beta_{\text{теор.}} = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n.$$

В полигоне

$$\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_{n+1} = 180^\circ[(n+2) - 2] = 180^\circ n.$$

Учитывая  $\beta_{n+1} = 360^\circ - (\alpha_k - \alpha_n)$ , находим

$$\begin{aligned} \sum_1^n \beta_{\text{теор.}} = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n &= 180^\circ n - \beta_{n+1} = \\ = 180^\circ(n-2) + \alpha_k - \alpha_n. \end{aligned}$$

а

$$f_\beta = \sum_1^n \beta_{\text{изм.}} + \alpha_n - \alpha_k - 180^\circ(n-2). \quad (250)$$

Если ошибки угловых измерений носят случайный характер и значения  $m_{\beta_1} \approx m_{\beta_i} \approx m_\beta$ , то, используя формулу (248) и формулу средней квадратической ошибки функции, имеем

$$\text{доп. } f_\beta = km_\beta \sqrt{n}, \quad (251)$$

где  $k$  — коэффициент перехода от средней квадратической ошибки к предельной. При  $k=2$ ,  $m_\beta = 30''$

$$\text{доп. } f_\beta = 1' \sqrt{n}.$$

Если фактическая  $f_\beta$ , вычисленная по формулам (248), (250), по модулю меньше доп.  $f_\beta$ , то ее распределяют с обратным знаком поровну на все измеренные углы, т.е. поправка

$$v_{\beta_i} = -\frac{f_\beta}{n}. \quad (252)$$

Если невязка  $f_\beta$  не делится без остатка на число  $n$ , то несколько большие поправки вводят в углы с короткими сторонами. В итоге сумма поправок должна равняться угловой невязке  $f_\beta$  с обратным знаком, т.е.

$$\sum_1^n v_{\beta_i} = -f_\beta.$$

После введения в углы  $\beta_i$  поправок  $v_{\beta_i}$  получают исправленные углы, которые используют при вычислении дирекционных углов по формуле (245) для левых и по формуле (246) для пра-

вых измеренных углов. При этом дирекционный угол конечной опорной линии, вычисленный по теодолитному ходу, и его истинное значение должны совпадать. В замкнутом ходе дирекционные углы опорных линий НА и НВ (рис. 145) после вычисления теодолитного хода также должны совпадать с их известными значениями. После определения дирекционных углов вычисляют приращения координат

$$\Delta x = d \cos \alpha, \quad \Delta y = d \sin \alpha.$$

Вследствие ошибок при измерении углов и сторон  $\sum_1^n \Delta x_{\text{выч.}}$

и  $\sum_1^n \Delta y_{\text{выч.}}$  не совпадают с их теоретическими значениями

$\sum_1^n \Delta x_{\text{теор.}}$  и  $\sum_1^n \Delta y_{\text{теор.}}$ , т.е. невязки по осям координат

$$f_x = \sum_1^n \Delta x_{\text{выч.}} - \sum_1^n \Delta x_{\text{теор.}}, \quad f_y = \sum_1^n \Delta y_{\text{выч.}} - \sum_1^n \Delta y_{\text{теор.}}$$

Для определения  $\sum_1^n \Delta x_{\text{теор.}}$  и  $\sum_1^n \Delta y_{\text{теор.}}$  имеем

$$x_1 = x_n + \Delta x_1; \quad y_1 = y_n + \Delta y_1;$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x_2; \quad y_2 = y_1 + \Delta y_2;$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_n = x_{n-1} + \Delta x_n; \quad y_n = y_{n-1} + \Delta y_n.$$

Сложив левые и правые части полученных выражений, находим

$$x_n = x_n + \sum_1^n \Delta x_{\text{теор.}}; \quad y_n = y_n + \sum_1^n \Delta y_{\text{теор.}}$$

откуда

$$\sum_1^n \Delta x_{\text{теор.}} = x_n - x_n; \quad \sum_1^n \Delta y_{\text{теор.}} = y_n - y_n.$$

С учетом полученных значений

$$f_x = \sum_1^n \Delta x_{\text{выч.}} = (x_n - x_n) \quad f_y = \sum_1^n \Delta y_{\text{выч.}} = (y_n - y_n). \quad (253)$$

В замкнутом теодолитном ходе начальная и конечная точки совпадают, поэтому  $x_n = x_n$ ,  $y_n = y_n$ , а вместо формулы (253) имеем

$$f_x = \sum_1^n \Delta x_{\text{выч.}}, \quad f_y = \sum_1^n \Delta y_{\text{выч.}}$$

Вследствие невязок  $f_x$ ,  $f_y$  положение конечной опорной точки, полученной по теодолитному ходу, не будет совпадать с положением опорной точки, величина этого несовпадения, называемая невязкой в периметре хода,

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}.$$

Отношение  $f_s$  к периметру хода  $\sum_1^n s$ , т.е.

$$\frac{f_s}{\sum_1^n s} = \frac{1}{\frac{\sum_1^n s}{f_s}} = \frac{1}{T},$$

называют **относительной невязкой в периметре хода**, она характеризует качество полевых работ и не должна превышать установленной величины. При измерении длин сторон лентой или дальномерными насадками ДНТ, ДАР-100 и ДД-3 при неблагоприятных условиях

$$\frac{1}{T} \leq \frac{1}{1500}.$$

При благоприятных условиях измерений относительная невязка может быть 1:2000 и даже 1:3000.

В тахеометрическом ходе при измерении сторон нитяным дальномером

$$\frac{1}{T} \leq \frac{1}{700}.$$

Если относительная ошибка допустима, то в приращения координат вводят поправки

$$v_{\Delta x_i} = -\frac{f_x}{\sum_1^n s} s_i; \quad v_{\Delta y_i} = -\frac{f_y}{\sum_1^n s} s_i. \quad (254)$$

Суммы поправок должны быть равны соответствующим невязкам по осям с обратным знаком, т.е.  $\sum_1^n v_{\Delta x_i} = -f_x$ ,  $\sum_1^n v_{\Delta y_i} = -f_y$ .

Исправленные значения приращений координат используют для определения координат точек хода по формулам

$$x_1 = x_n + \Delta x_1; \quad y_1 = y_n + \Delta y_1;$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x_2; \quad y_2 = y_1 + \Delta y_2;$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_n = x_{n-1} + \Delta x_n; \quad y_n = y_{n-1} + \Delta y_n.$$

В результате  $x_n, y_n$  в разомкнутом и  $x_n = x_n, y_n = y_n$  в замкнутом ходах должны совпадать с их известными для опорных точек значениями.

Пример вычисления координат пунктов разомкнутого теодолитного хода приведен в табл. 28. Схема хода изображена на рис. 147.

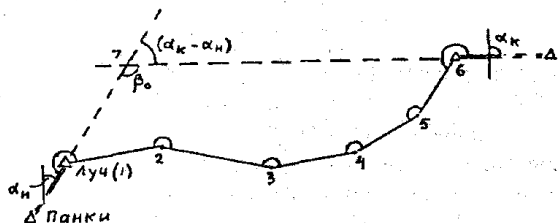


Рис. 147. Схема теодолитного хода

Таблица 28

Пункты	Углы поворота (левые)	Дирекционные углы $\alpha$	Горизонтальные проложения, м	$\Delta x = d \cos \alpha, \text{ м}$	$\Delta y = d \sin \alpha, \text{ м}$	Координаты, м	
						x	y
Панки	0,0						
		46°18,2'					
Луч (1)	181°15,6'			+4	-1	5141,15	819,31
	0,0	47 33,8	93,45	+63,06	+68,97		
2	247 18,4			+4	-1	5204,25	888,27
	0,0	114 52,2	154,12	-64,82	+139,83		
3	119 38,9			+4	-1	5139,47	1028,09
	0,0	54 31,1	121,85	+70,73	+99,22		
4	155 12,3			+4	-2	5210,24	1127,30
	+0,1	29 43,4	114,19	+99,17	+56,62		
5	161 46,3			+4	-2	5309,45	1183,90
	+0,1	11 29,8	89,55	+87,75	+17,85		
Лес (6)	254 45,3					5397,24	1201,73
		86 15,2					
Ужово							
$\Sigma \beta_{\text{плм}} = 1119^\circ 56,8'$ $R_m = 573,16 \text{ м}$				$\Sigma \Delta x_{\text{выч.}} = +255,89$	$\Sigma \Delta y_{\text{выч.}} = +382,49$		
$\Sigma \beta_{\text{теор}} = 180^\circ(7-2) + 2 \cdot 180^\circ - [180^\circ - (\alpha_k - \alpha_n)] = 1119^\circ 57,0'$				$\Sigma \Delta x_{\text{теор.}} = +256,09$	$\Sigma \Delta y_{\text{теор.}} = +382,42$		
$f_\beta = \Sigma \beta_{\text{плм}} - \Sigma \beta_{\text{теор}} = -0,2'$				$f_x = -0,20$	$f_y = +0,07$		
доп. $f_\beta = f' \sqrt{n} = f' \sqrt{6} = 2,4'$				$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = 0,21 \text{ м}$			
$f_{\text{отн.}} = \frac{f_s}{R_m} = \frac{0,21}{573,16} = \frac{1}{2700}$				доп. $f_{\text{отн.}} = \frac{1}{2000}$			

### 109. Вычисление отметок точек тахеометрического хода

Если расстояния  $D$  в тахеометрическом ходе измеряли нитяным дальномером, то по полученным углам наклона  $v$  и расстояниям  $D$  по формуле (172) вычисляют превышения

$$h = \frac{1}{2} D \sin 2v + i - l + f, \quad (255)$$

где  $i$  – высота прибора,  $l$  – высота визирной цели,  $f$  – поправка за кривизну Земли и рефракцию. Из прямых  $h_{\text{пр.}}$  и  $h_{\text{обр.}}$  превышений определяют среднее значение, если расхождение между  $h_{\text{пр.}}$  и  $h_{\text{обр.}}$  не превышает 4 см на каждые 100 м расстояния между точками. Пример вычисления отметок точек тахеометрического хода приведен в табл. 29.

Высотная невязка

$$f_h = \sum_1^n h_{\text{ср.}} - \sum_1^n h_{\text{теор.}}$$

Таблица 29

Точки хода	D, м	$h_{\text{ср.}}$ , м	$v_h$ , м	$h_{\text{теор.}}$ , м	$H$ , м
Дорожный					155,24
1	155,8	+3,74	+0,02	+3,76	159,00
2	178,5	-3,05	+0,02	-3,03	155,97
3	201,1	+2,77	+0,02	+2,79	158,76
4	144,7	+4,11	+0,01	+4,12	162,88
5	203,3	-1,94	+0,02	-1,92	160,96
	147,6	-5,13	+0,02	-5,11	
Дубки					155,85
$P = 1031,0 \text{ м}$ $\sum_1^n h_{\text{ср.}} = 0,50 \text{ м}$ $\sum_1^n h_{\text{теор.}} = 0,61 \text{ м}$ $f_h = -0,11 \text{ м}$ доп. $f_h = 0,0004 P_m / \sqrt{n} = 0,0004 \cdot 1031,0 / \sqrt{6} = 0,17 \text{ м}$					

В разомкнутом ходе

$$\sum_1^n h_{\text{теор.}} = H_k - H_n$$



где  $H_k, H_n$  – высоты конечного и начального опорных пунктов хода. С учетом этого

$$f_h = \sum_1^n h_{cp.} = (H_k - H_n).$$

В замкнутом ходе  $H_k = H_n$  и

$$f_h = \sum_1^n h_{cp.}$$

Допустимая величина невязки (в метрах) согласно [13, с. 85]

$$\text{доп. } f_h \leq 0,0004 P_m / \sqrt{n},$$

где  $P_m = \Sigma D$  – длина тахеометрического хода в м,  $n$  – число превышений в ходе.

Поправки

$$v_{h_i} = -\frac{f_h}{P} D_i.$$

Сумма поправок должна быть равна невязке с обратным знаком. Исправленные превышения используют для определения отметок

$$\begin{aligned} H_2 &= H_n + h_1, \\ H_3 &= H_2 + h_2, \\ &\dots\dots\dots \\ H_k &= H_n + h_n. \end{aligned}$$

В замкнутом ходе  $H_k = H_n$ . В результате вычислений в замкнутом ходе должна быть получена отметка  $H_k$  конечной опорной точки, а в замкнутом – отметка  $H_n$  начальной опорной точки.

## VII. ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ

### 110. Общие сведения о топографических съемках

Топографическая съемка состоит из комплекса полевых и камеральных работ, выполняемых для создания топографических карт и планов. В инженерной геодезии обычно выполняют съемки крупных масштабов: 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. На топографических планах изображают все предметы и рельеф местности, подземные и наземные коммуникации. Изображаемые на плане точки условно делят на твердые и нетвердые. Твердыми

являются стабильные объекты с четкими границами (углы зданий, построенных из кирпича, бетона и других прочных материалов и т.п.). Нетвердые контуры не имеют четких границ, например, граница леса, луга и т.п.

На топографических планах изображают опорные плановые и высотные геодезические пункты, точки съёмочного обоснования, с которых выполняют съемку. На специализированных планах изображают не все объекты местности, а в основном те, которые необходимы для решения специальных задач.

Имеется несколько видов съемки. При создании топографических карт и планов больших территорий в основном используют аэрофототопографические съемки, сущность которых сводится к фотографированию с самолета или другого носителя, включая и космические, участков местности. В зависимости от масштаба создаваемой карты используют специальные автоматизированные аэрофотоаппараты (АФА) с различным фокусным расстоянием и фотографирование выполняют с различных высот, при этом получают примерно горизонтальные снимки, масштаб которых определяют по формуле (рис. 148).

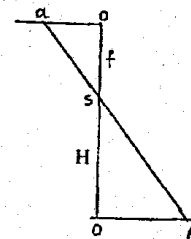


Рис. 148.  
К определению масштаба снимка

$$\frac{I}{m} = \frac{oa}{OA} = \frac{f}{H},$$

где  $m$  – знаменатель масштаба снимка,  $f$  – фокусное расстояние камер,  $H$  – высота фотографирования.

Комплекс процессов (фотографирование местности, полевые геодезические и камеральные фотограмметрические работы), позволяющий по снимкам местности создавать топографические карты, называют **фототопографической съемкой**. В зависимости от способов фотографирования местности имеются следующие виды фототопографической съемки:

**наземная**, использующая снимки местности, полученные фототеодолитом с точек земной поверхности, ее называют также фототеодолитной;

**аэрофототопографическая**, в которой снимки местности получают с самолета или другого носителя съёмочной аппаратуры;

**комбинированная**, представляющая собой сочетание аэрофототопографической и наземной фототопографической съемок; местность фотографируют дважды; фототеодолитом с наземных станций и аэрофотоаппаратом с самолета; по наземным снимкам

сущают опорную геодезическую сеть, а по аэрофотоснимкам составляют топокарту;

**космическая**, при которой снимки получают с космических кораблей и искусственных спутников.

Существуют два метода создания оригиналов карт:

**комбинированный**, в котором для составления контурной части топокарты используют одиночные снимки, а рельеф рисуют по результатам полевых измерений;

**стереотопографический**, позволяющий, используя свойства пары снимков, в камеральных условиях получать контурную и рельефную части топокарты. Этот метод дает возможность независимо от времени и погодных условий детально изучать местность, включая и малодоступную, по снимкам в камеральных условиях, механизировать и автоматизировать все процессы создания топокарт, обеспечивает высокое качество при минимальных затратах сил и средств и вследствие этого является основным методом картографирования.

В стереотопографическом методе топокарты создают универсальным и дифференцированным способом. Универсальный способ позволяет полностью составлять топокарту на одном приборе. Дифференцированный способ решает эту задачу на нескольких приборах: на фототрансформаторе снимки приводят к заданному масштабу и освобождают от искажений за углы наклона снимка и рельеф местности, на стереомере рисуют рельеф, на проекторе переносят контуры и горизонталы на планшет и т.д.

Общая технологическая схема создания топографических карт по аэрофотоснимкам местности включает следующие процессы:

фотографирование местности и обработку материалов фотосъемки;

геодезические полевые работы по привязке снимков;

дешифрирование снимков, т.е. распознавание изображенных предметов местности и получение их необходимых характеристик;

фотограмметрические работы.

В настоящее время широкое применение имеют фотограмметрические станции, которые по строгим формулам стереофотограмметрии позволяют обрабатывать цифровые снимки, полученные непосредственно цифровыми камерами, или полученные с помощью сканеров из обычных фотоснимков.

Топографические карты и планы сравнительно небольших участков местности получают следующими способами.

**Теодолитная съемка**, которая состоит из полевых угловых и линейных измерений, по которым в камеральных условиях определяют положение предметов местности относительно вершин и сторон теодолитного хода, т.е. создают контурный план местности, на котором изображают предметы местности (ситуацию) без рельефа.

**Тахеометрическая съемка** – метод создания топографических планов местности по результатам угловых и линейных измерений на местности относительно вершин и сторон тахеометрического хода. При тахеометрической съемке плановое и высотное положение точек в основном определяют методом пространственных полярных координат, т.е. путем наведения перекрестия нитей на рейку, поставленную на определенную точку, и измерения горизонтальных углов с вершиной в точке тахеометрического хода относительно опорной линии (стороны тахеометрического хода), вертикальных углов относительно горизонтальной плоскости, проходящей через вершину угла, и расстояния до снимаемой точки.

**Мензульная съемка** – способ создания топографических карт и планов в полевых условиях на мензуре, состоящей из штатива, подставки и планшета, путем определения положения и высоты точки полярным методом. Измерения выполняют кипрегелем, состоящим из зрительной трубы, вертикального круга, смонтированных на колонке, которая закреплена на линейке, скошенный край которой параллелен визирной оси трубы. Перекрестие сетки нитей наводят на определяемую точку (рейку), при этом скошенный край линейки должен проходить через изображение на планшете точки стояния мензулы; нитяным дальномером измеряют расстояние, приводят его к горизонтальному положению и откладывают в масштабе плана от точки-станции на планшете по направлению скошенного края линейки и таким образом получают определяемую точку на планшете.

Высоты точек находят путем измерения вертикального угла, высоты прибора и высоты визирной цели по формуле (255).

**Нивелирование поверхности** – один из способов топографической съемки, в котором на местности по определенному правилу располагают точки, высоты которых определяют геометрическим нивелированием. Наибольшее практическое применение имеет метод квадратов и метод магистралей с попереч-

ными профилями. Создание плана по результатам нивелирования по квадратам начинают с разбивки в заданном масштабе сетки квадратов, у каждой выписывают округленную до сантиметра высоту. Согласно абрису наносят и вычерчивают в условных знаках ситуацию, а затем путем интерполирования горизонталями изображают рельеф.

### 111. Теодолитная съемка

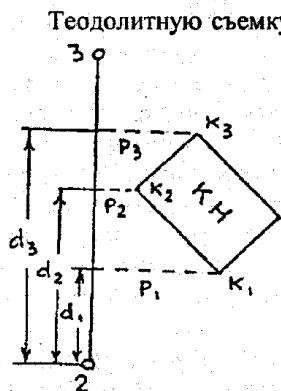


Рис. 149. Способ перпендикуляров

Теодолитную съемку обычно используют при создании контурных планов небольших участков местности. Положение точек относительно опорных точек и сторон в полевых условиях определяют несколькими способами, основными из которых являются следующие.

1. Способ перпендикуляров используют для съемки точек, расположенных на открытой местности вблизи сторон теодолитного хода. Для определения положения углов здания  $K_1, K_2, K_3$  достаточно опустить на линию 23 теодолитного хода перпендикуляры и измерить расстояния  $d_1, d_2, d_3$  от твердой точки 2 по линии теодолитного хода до оснований перпендикуляров и длины перпендикуляров  $p_1, p_2, p_3$  (рис. 149). При построении плана по линии 23 теодолитного хода, положение точек которого нанесено на план, в масштабе плана откладывают отрезки  $d_1, d_2, d_3$ , т.е. получают положение оснований перпендикуляров, в которых восстанавливают перпендикуляры и по ним откладывают в масштабе плана значения  $p_1, p_2, p_3$  и таким образом получают на плане точки  $K_1, K_2, K_3$  углов здания. Соединив эти точки, имеем изображение двух стен здания, изображение остальных двух стен получают, прочертив линии, параллельные  $K_2K_3$  и  $K_1K_2$ . Таким образом на плане получаем положение здания. Аналогичным способом можно получить изображение на плане и других объектов местности.

Перпендикуляры измеряют рулеткой, а расстояние от твердой точки до основания перпендикуляра отсчитывают по стальной ленте, уложенной в створе линии 23 теодолитного хода с

помощью теодолита, установленного над точкой 2. При небольшой длине перпендикуляров (не более 4, 6, 8 м при съемках в масштабах 1:500, 1:1000, 1:2000) их восстанавливают «на глаз». При больших длинах перпендикуляров прямой угол строят экером (рис. 150), и длины перпендикуляров при отмеченных масштабах можно увеличить до 20, 40, 60 м.

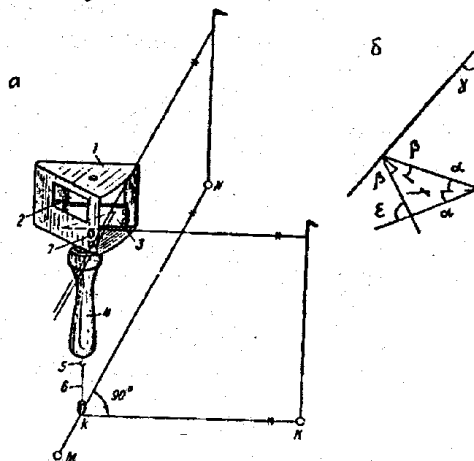


Рис. 150. Экер

Из экеров различных конструкций наибольшее распространение получил двухзеркальный экер. Внутри металлического корпуса 1 с прямоугольными окошками 2, под которыми на внутренних сторонах укреплены зеркала 3 под углом  $\gamma = 45^\circ$  относительно друг друга. Через окошко наблюдатель смотрит на вежу, установленную на точку N. Перемещая экер по линии MN, находят такое положение, когда отраженное от двух зеркал изображение вежи над точкой K будет совпадать с направлением на вежу в точке N, что будет соответствовать положению экера в вершине прямого угла NKK, эту вершину через середину ручки 4, крючок 5 проектируют отвесом 6 на ленту (земную поверхность).

На рис. 150, б угол

$$\gamma = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) - (90^\circ - \beta) = \alpha + \beta,$$

а угол

$$\varepsilon = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta),$$

т.е.

$$\varepsilon = 2\gamma.$$

При  $\gamma = 45^\circ$   $\varepsilon = 90^\circ$ , т.е.  $N\kappa K$  (см. рис. 150, а) равен  $90^\circ$ .

2. Способ линейной засечки используют для съемки точек путем измерения отрезков  $s_1, s_2$  с точек а и б (рис. 151, а). Точки а и б на линии 12 теодолитного хода выбирают так, чтобы угол засечки при определенной точке К был в пределах  $30-150^\circ$ , отрезки  $s_1, s_2$  не превышали 50 м. На плане сначала получают точки а и б, из этих точек, как из центров, радиусами  $s_1$  и  $s_2$  в масштабе плана проводят дуги окружностей, пересечение которых дает положение точки К на плане.

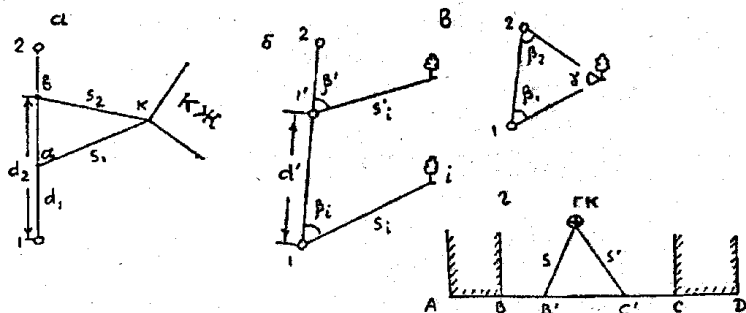


Рис. 151. Схемы съемки контуров способами

а – линейной засечки; б – полярным; с – угловой засечки; г – створов

3. Способ полярных координат является наиболее используемым при съемке точек. Принимая точку теодолитного хода 1 за полюс (рис. 151, б), а линию 12 – за полярную ось, теодолитом, установленным над точкой 1, одним полуприемом измеряют угол  $\beta_1$ , а дальномером, лентой или рулеткой – отрезок  $s_1$ . В табл. 30 приведены максимальные расстояния в способе полярных координат при выполнении теодолитной съемки [13, с. 91].

Обычно с одной вершины хода снимают несколько точек местности, в этом случае целесообразно лимб теодолита ориентировать по линии хода 12, для чего вращением алидады совмещают нулевые деления лимба и алидады, затем закрепляют алидаду и открывают винт лимба и вращением лимба вместе с алидадой перекрестие нитей сетки наводят на точку 2. Следовательно, при наведении на точку 2 теодолитного хода отсчет по горизонтальному кругу будет равен нулю и при наведении на точку  $i$  отсчет будет равен полярному углу  $\beta_i$ .

Съемку методом полярных координат можно выполнять не только с точек теодолитного хода, но и с любой точки на его

стороне. На рис. 151, б это точка 1', полученная путем откладки расстояния  $d' = 11'$  в прямом и обратном направлениях.

Таблица 30

Метод определения расстояния и масштаб съемки	Расстояния до контуров, м	
	четких	нечетких
При измерении пияным дальномером		
1:2000	100	150
1:1000	60	100
1:500	40	80
При измерении лентой или оптическим дальномером		
1:2000	250	300
1:1000	180	200
1:500	120	150

4. Способ угловой засечки используют при съемке удаленных труднодоступных местных предметов (трубы, шпили, антенны и т.п.). Определяемая точка получается путем пересечения направлений из двух и более точек теодолитного хода (для контроля – не менее чем с трех направлений). Углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  (рис. 151, в) измеряют теодолитом, при этом угол  $\gamma$  при определенной точке Т должен быть в пределах  $30-150^\circ$  (наилучшая засечка при  $\gamma = 90^\circ$ ).

5. Способ створов обычно применяют при внутриквартальной съемке, когда съемка основных контуров выполнена. Створом может быть линия, соединяющая две твердые точки или два твердых контура (рис. 151, г). Путем линейных измерений на линии створа получают точки  $B', C'$ , из которых линейной засечкой (или другим способом) получают снимаемую точку. Кроме съемки всех точек ситуации для уточнения составленного плана выполняют обмеры по фасадам всех строений, забора и т.п. На перекрестках проездов измеряют диагональные расстояния между углами кварталов и ширину проездов. Контрольные промеры делают между смотровыми колодцами подземных коммуникаций, мачтами, столбами воздушных линий связи и т.п.

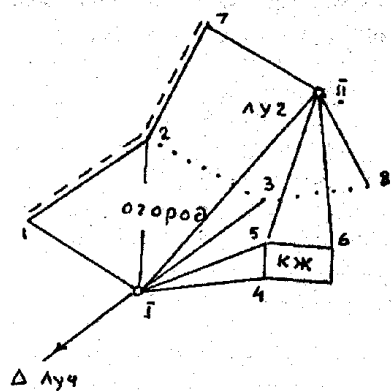


Рис. 152. Абрис теодолитной съемки

№ точек	Угол	Расстояние, м
Станция I		
Луч	0°00'	
1	66 17	53,4
2	127 15	55,3
3	180 51	56,3
4	212 32	40,7
5	197 11	44,9
Станция II		
F	0°00'	
6	315 13	47,4
7	81 11	38,7
8	291 14	29,6

При теодолитной съемке заполняется абрис – схематический чертеж, на котором изображают вершины и створы теодолитного хода, снятую с них ситуацию, записывают результаты угловых и линейных измерений (рис. 152). Абрис составляют непосредственно во время съемки. При составлении абриса на нескольких листах должно быть перекрытие изображения, т.е. последующий лист должен начинаться с точек, которыми закончился предыдущий. Абрис является исходным документом для составления плана теодолитной съемки, поэтому его нужно составлять четко, аккуратно, чтобы при его использовании не было разночтений и неопределенностей.

### Камеральные работы

На листе плотной бумаги с помощью координатографа, линейки Ф.В. Дробышева или другим методом строят прямоугольную сетку квадратов со сторонами 100 мм. Наиболее доступным способом построения сетки является проведение через поле листа двух диагоналей, от пересечения которых откладывают одинаковые отрезки. Соединив концы отрезков, получают прямоугольник, на сторонах которого откладывают стороны квадратов, при этом квадраты должны располагаться так, чтобы после их оцифровки изображение теодолитного хода и снимаемого участка было примерно в середине листа бумаги. По координатам наносят точки теодолитного хода, а затем (по данным абриса)

са) составляют план, используя условные знаки для планов данного масштаба.

### 112. Тахеометрическая съемка

Тахеометрическая съемка используется при создании топографических планов небольших территорий в масштабах 1:500 – 1:5000, когда применение других методов неэффективно, ее часто используют для съемки полосы линейных сооружений: трубопроводов, дорог, каналов и т.п. При съемке в масштабе 1:500 линии в тахеометрических ходах измеряют лентой.

При тахеометрической съемке определяют плановое и высотное положение точек местности относительно пунктов съемочного обоснования. Плановое положение определяют полярным способом, а высотное – тригонометрическим нивелированием, при этом расстояния измеряют нитяным дальномером, горизонтальные углы – относительно опорных линий, вертикальные – относительно горизонтальной плоскости, все измерения выполняют при одной установке рейки, что ускоряет выполнение съемки (тахеометрия в переводе – быстрые измерения).

Расстояние от точек тахеометрических ходов (съемочных станций) до пикетов и расстояния между пикетами не должно превышать допусков, приведенных в табл. 31 [13].

Таблица 31

Масштаб съемки	Сечение рельефа, м	Максимальное расстояние между пикетами, м	Максимальное расстояние от прибора до рейки при съемке рельефа, м	Максимальное расстояние от прибора до рейки при съемке контуров, м
1:5000	0,5	60	250	150
	1,0	80	300	150
	2,0	100	350	150
	5,0	120	350	150
1:2000	0,5	40	200	100
	1,0	40	250	100
	2,0	50	250	100
1:1000	0,5	20	150	80
	1,0	30	200	80
1:500	0,5	15	100	60
	1,0	15	150	60

Тахеометрическую съемку целесообразно выполнять электронными или номограммными тахеометрами, позволяющими

автоматически получать превышения и горизонтальные проложения.

При съемке прибор устанавливают над опорной точкой (точкой съемочного обоснования), приводят его в рабочее положение, т.е. центрируют, горизонтируют, устанавливают зрительную трубу «по глазу» и «по предмету». Лимб ориентируют по одной из сторон тахеометрического хода (съемочной сети), примыкающей к данной станции. Рулеткой или рейкой измеряют с точностью до 0,01 м высоту прибора  $i$ . Намечают пикеты, расстояния между которыми для различных масштабов не должны превышать величин, приведенных в табл. 31.

Пикеты или реечные точки должны располагаться на характерных точках рельефа и ситуации, их нужно выбирать тщательно, чтобы минимальное количество пикетов позволило выполнить съемку ситуации и рельефа на данной станции. Рейку поочередно устанавливают на пикеты, по рейке при одном положении вертикального круга определяют дальномерное расстояние  $D$  и берут отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругам (при круге  $\Pi$  и  $\text{Л}$ ) и записывают их в журнал тахеометрической съемки. При измерении вертикального угла перекрестие нитей сетки наводят на отмеченную на рейке высоту прибора  $i$  или на верх рейки. Если пикет является только контурной точкой, то вертикальный угол не измеряют.

При съемке равнинной местности целесообразно отметки пикетов определять методом геометрического нивелирования, для чего на зрительную трубу прикрепляют уровень, путем проверки и юстировки визирную ось трубы устанавливают параллельно оси цилиндрического уровня. Иногда рядом с теодолитом устанавливают нивелир, теодолитом определяют плановое положение пикетов, а нивелиром – их отметки, при этом определяют горизонт прибора (нивелира)

$$\text{ГП} = H_{\text{ст.}} + a_c,$$

где  $H_{\text{ст.}}$  – отметка станции,  $a_c$  – отсчет по рейке, установленной на станции. В этом случае

$$H = \text{ГП} - a,$$

где  $a$  – отсчет по рейке, установленной на пикете.

Превышение  $h$  определяют по дальномерному расстоянию и углу наклона  $v$ , используя формулу

$$h = \frac{1}{2} D \sin 2v + i - l = h' + i - l,$$

где  $h' = 0,5D \sin 2v$ . Отметка пикета

$$H = H_{\text{ст.}} + i - l + h' = H'_{\text{ст.}} + h',$$

где  $H'_{\text{ст.}} = H_{\text{ст.}} + i - l$ .

На каждой станции необходимо определять место нуля ( $M_0$ ) вертикального круга. Если  $M_0$  не привели к величине, близкой к нулю, то его округляют до целых минут и угол наклона определяют по формуле, соответствующей конструкции теодолита. Для теодолита 2Т-30

$$n = \text{Л} - M_0 = M_0 - \text{П} = 0,5(\text{Л} - \text{П}); \quad M_0 = 0,5(\text{Л} + \text{П}).$$

Вычисления целесообразно выполнять на микрокалькуляторе.

В табл. 32 приведен журнал тахеометрической съемки.

Таблица 32

Дата \_\_\_\_\_ Теодолит 2Т-30 Станция П. Высота прибора  
Наблюдатель \_\_\_\_\_  $i = 1,46$  м. Отметка станции  
 $H_{\text{ст.}} = 131,15$  м.  $M_0 = +2'$

Точка	Отсчет по дальномеру, м	Отсчеты по кругам		$v = M_0 - \text{П}$	$d = D \cos^2 v, \text{ м}$	$h' = \frac{D}{2} \sin^2 v, \text{ м}$	$l, \text{ м}$	$h = h'$	$H = H_{\text{ст.}} + h, \text{ м}$	Примечание
		горизонтальному	вертикальному							
Ст. I		0 00	Круг П							
1	47,4	17 31	2 04	-2 02	47,3	-1,68	3,00	-3,22	127,9	развязка дорог
2	118,7	58 46	1 14	-1 12	118,7	-2,49	3,00	-4,03	127,1	дорога
3	97,7	63 15	2 17	-2 15	97,5	-3,83	3,00	-5,37	125,8	рельеф
4	81,5	103 17	0 10	-0 08	81,5	-0,19	3,00	-1,73	129,4	рельеф
5	144,7	159 11	2 12	-2 10	144,5	-5,47	3,00	-7,01	124,1	урез воды реки
Ст. I		0 00								

Съемку пикетов целесообразно выполнять по мере возрастания горизонтальных углов. Абрис тахеометрической съемки (кроки) ведут одновременно с журналом. На абрисе (рис. 153) показывают положение станции, направление на предыдущую и последующую точки тахеометрического хода, положение всех пикетов, их обозначают теми же номерами, что и в журнале. Си-

туацию изображают условными знаками, рельеф – горизонталями. Между точками стрелками показывают понижение рельефа и возможность интерполирования горизонталей между этими пикетами.

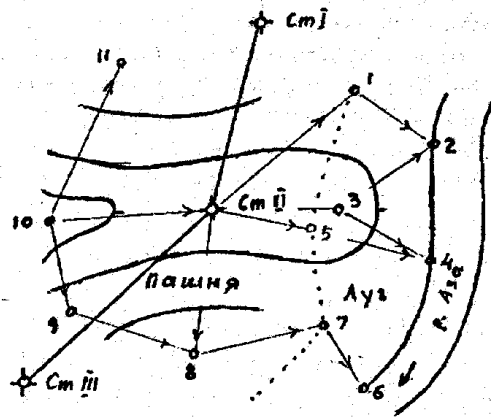


Рис. 153. Абрис тахеометрической съемки

После окончания работы на станции проверяют ориентирование лимба теодолита, визируя на предыдущую точку хода. Если отсчет отличается от начального более чем на  $5'$ , съемку на этой станции переделяют. Для контроля на каждой станции определяют несколько пикетов на полосе съемки ее смежной станции.

Построение плана по результатам тахеометрической съемки начинают с вычерчивания координатной сетки и нанесения по координатам точек хода. Правильность нанесения точек контролируют по длинам сторон между точками, выраженным в масштабе плана, они не должны отличаться от соответствующих расстояний на плане более чем на  $0,2$  мм.

После этого с помощью транспортира, масштабной линейки и циркуля-измерителя по данным журнала наносят на план пикеты. Направления на пикеты со станции наносят по транспортиру. Например, при съемке со станции II ориентирование лимба выполнено по линии II-I, транспортир прикладывают центром к точке II плана, а отсчет  $0^{\circ}00'$  совмещают с линией II-I. Отложив  $17^{\circ}31'$ , получают направление на пикет I, по которому откладывают от станции II горизонтальное проложение  $47,3$  м в масштабе плана. Аналогичным образом наносят и другие пикеты. Для

ускорения целесообразно сначала нанести все направления, подписывая у каждого номер пикета, затем прочертить направления и по ним отложить горизонтальные проложения в масштабе плана. Рядом с полученными точками из журнала выписывают отметки пикетов. По отметкам станций и пикетов проводят горизонтали с принятым сечением.

Контуры и рельеф на плане вычерчивают тушью согласно условным знакам. Над северной рамкой делают надпись, характеризующую участок местности (его название), например, «Топографический план поселка Луч, построенный по материалам тахеометрической съемки», над южной рамкой подписывают численный масштаб, высоту сечения рельефа, при необходимости вычерчивают линейный масштаб и график заложений.

Автоматизация тахеометрической съемки связана с появлением электронных тахеометров (ЭТ). ЭТ устанавливают на станции, на пикетах ставят специальные вешки с отражателями, при наведении на которые автоматически определяют расстояние, горизонтальный и вертикальный углы. МикроЭВМ тахеометра по результатам измерений вычисляет приращение координат  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  и превышение  $h$  с учетом всех поправок. Результаты измерений могут вводиться в специальное запоминающее устройство (накопитель информации), из которого информация поступает на ЭВМ, и по специальной программе выполняется окончательная обработка результатов измерений с получением данных, необходимых для построения цифровой модели местности или топографического плана. Графическое изображение топографического плана может быть выполнено графопостроителем, соединенным с ЭВМ.

### 113. Мензуральная съемка

Для создания топографического плана местности с помощью мензуральной съемки используют мензулу и кипрегель (рис. 154). Мензулу устанавливают над станцией, ориентируют и центрируют, т.е. центрировочной вилкой изображение станции на планшете и ее положение на местности располагают на одной и той же отвесной линии. При ориентировании планшет поворачивают так, чтобы линии между опорными точками на планшете и их горизонтальные проложения на местности были параллельны между собой (рис. 155).

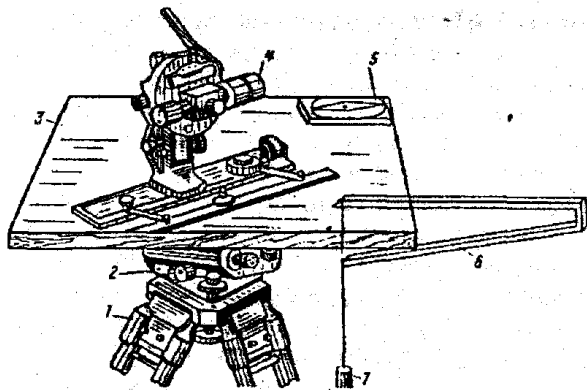


Рис. 154. Устройство мензулы и кипрегеля:  
1 — штатив; 2 — подставка; 3 — планшет; 4 — кипрегель; 5 — буссоль;  
6 — центрировочная вилка; 7 — отвес

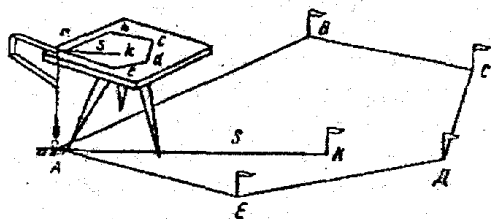


Рис. 155. Схема мензульной съемки

Для ориентирования скошенный край линейки кипрегеля прикладывают к линии  $ab$  на планшете, мензулу поворачивают до совпадения перекрестия нитей трубы кипрегеля с точкой  $B$  на местности. После ориентирования проверяют центрировку прибора и при необходимости, особенно при крупномасштабной съемке, корректируют центрировку.

Плановое положение точек местности определяют полярным способом графически путем наведения перекрестия нитей зрительной трубы кипрегеля на пикет, при этом скошенный край линейки должен совпадать с изображением станции на планшете. Определив расстояние  $D$  нитяным дальномером, вычислив горизонтальное проложение и отложив его в масштабе плана от станции по направлению скошенного края линейки, получаем на планшете положение пикета. Определив превышение  $h$ , в итоге, отметку пикета по методике тахеометрической съемки, подпи-

сывают ее величину у пикета. Таким способом получают на планшете характерные точки ситуации и рельефа, условными знаками изображают ситуацию, а горизонталями — рельеф местности.

Кроме полярного способа при определении планового положения точек применяют метод угловых засечек. Превышение  $h$  в этом случае определяют по формуле

$$h = dtgv + i - l + f,$$

где  $d$  — горизонтальное проложение между станцией и пикетом, измеряют на планшете и с учетом масштаба плана определяют его значение на местности,  $v$  — угол наклона. При этом можно наводить перекрестие нитей непосредственно на точку местности, т.е. выполнять съемку без участия рейки, в этом случае  $l = 0$ .

Мензульная съемка с одновременной съемкой ситуации и рельефа в настоящее время применяется редко, обычно ее используют для съемки рельефа на готовых контурных планах или фотопланах (комбинированная съемка).

#### 114. Нивелирование поверхности

Топографическую съемку небольших участков равнинной местности с небольшим количеством контуров при высоте сечения рельефа через 0,1; 0,25; 0,5 м выполняют нивелированием поверхности по квадратам, прямоугольникам, характерным линиям рельефа и т.п. Отметки пикетов во всех способах определяют геометрическим нивелированием, различие состоит в методе определения планового положения точек.

При нивелировании по квадратам теодолитом и мерным прибором на местности разбивают сетку квадратов, в вершинах квадратов забивают колышки. Сначала строят квадраты со сторонами 100, 200 или 400 м, а затем получают более мелкие квадраты со сторонами 40 м при съемке в масштабе 1:2000, 20 м — при съемке в масштабе 1:1000 и 1:500. При разбивке квадратов выполняют съемку ситуации. Результаты съемки фиксируют в абрисе (рис. 156).

Нивелир устанавливают так, чтобы с меньшего количества станций выполнить съемку всего участка. Установив нивелир на станции  $I$ , берут отсчет по рейке, поставленной на опорной высотной точке (например на  $Pn I$ ) и вычисляют



## РАЗДЕЛ ВТОРОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

$$ГП = Н_{рп} + a,$$

где  $Н_{рп}$  – отметка репера,  $a$  – отсчет по рейке, установленной на репере.

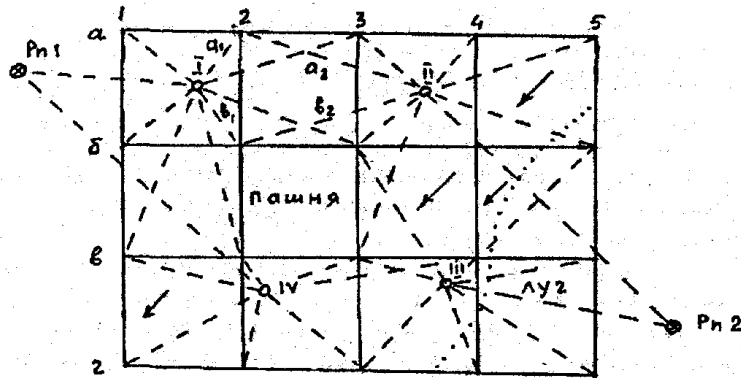


Рис. 156. Абрис нивелирования поверхности по квадратам (стрелками показано направление скатов)

У номеров вершин квадратов выписывают отсчеты по рейкам, установленным на них, в абрисе штриховыми линиями показывают, на какие вершины квадратов выполнено нивелирование с данной станции. Отметки вершин квадратов вычисляют по формуле

$$H_i = ГП - a_i.$$

Подобным образом выполняют нивелирование и с других станций с обязательным определением ГП на каждой станции по опорным высотным пунктам или связующим точкам. С каждой последующей станции нивелируют несколько связующих точек, при этом (см. рис. 156)  $a_1 + b_2 = a_2 + b_1$ , расхождение между этими суммами не должно превышать 10 мм.

При нивелировании по параллельным линиям прокладывают параллельные магистральные ходы, часто по характерным линиям рельефа, по обе стороны от каждого хода разбивают перпендикулярные линии (поперечники). По ходам и поперечникам через 40 м при съемке в масштабе 1:2000 и 20 м – при съемке в масштабах 1:1000 и 1:500 закрепляют пикеты и снимают ситуацию. Высоты пикетов определяют геометрическим нивелированием.

### 115. Виды и задачи инженерных изысканий

Проектирование и строительство сооружений выполняют на основе инженерных изысканий, в результате которых изучают экономические и природные условия района строительства, прогнозируют взаимодействие строительных объектов с окружающей средой, обосновывают их инженерную защиту и безопасные условия жизни населения [14].

Изыскания делятся на: 1) предварительные на стадии технико-экономического обоснования (ТЭО) или технико-экономического расчета (ТЭР); 2) на стадии проекта; 3) на стадии рабочей документации. Кроме того, изыскания делят на экономические и технические. Экономические изыскания предшествуют техническим, определяют экономическую целесообразность строительства сооружения в данном месте с учетом обеспечения сырьем, строительными материалами, транспортом, энергией, рабочей силой и т.п. Технические изыскания дают сведения о природных условиях участка для их учета при проектировании и строительстве.

Основные изыскания, выполняемые на всех типах сооружений, включают: инженерно-геодезические; инженерно-геологические и гидрогеологические; гидрометеорологические, климатические, метеорологические, почвенно-геоботанические и др.

Инженерно-геодезические изыскания дают информацию о ситуации и рельефе местности и являются основой для проектирования и проведения других видов изысканий. Они состоят из работ по созданию геодезического обоснования и топографической съемке участка строительства, трассированию линейных сооружений, привязке геологических выработок, гидрологических створов и т.п.

Инженерно-геологические и гидрогеологические изыскания дают информацию о геологическом строении участка работ, прочности грунтов, подземных водах и т.п., позволяющую оценить условия строительства. Гидрометеорологические изыскания дают сведения о реках и водоемах, их глубинах, изменении уровней воды, уклонах, направлениях и скоростях течений, расходах воды и т.д.

При инженерных изысканиях выполняют также геотехнический контроль для оценки опасности и риска от природных и техногенных процессов, дают обоснование инженерной защиты территории, выполняют кадастровые и другие работы и исследования в процессе строительства, эксплуатации и ликвидации объектов.

Порядок, методика и точность инженерных изысканий изложены в строительных нормах и правилах, например в СНиПе 11-02-96 и СП 11-04-97.

### 116. Изыскания площадных сооружений

Состав инженерных изысканий зависит от размера сооружения. На небольших площадках выполняют инженерно-геодезические, инженерно-геологические, гидрометеорологические изыскания. Для больших площадных сооружений кроме перечисленных выполняют изыскания по инженерным сетям, транспорту, строительным материалам, почвенно-геоботаническим, санитарно-гигиеническим (для земельно-хозяйственного устройства, озеленения территории), т.е. выполняют все инженерные изыскания.

Площадку для строительства по возможности выбирают в малопересеченной, малопригодной для сельского хозяйства местности с благоприятными геологическими и гидрогеологическими условиями. Размеры, конфигурация и положение площадки должны соответствовать размерам проектируемого сооружения и коммуникаций с учетом их расширения, удобным соединением с железнодорожными и автодорожными магистралями и т.п.

Желательно, чтобы рельеф площадки был спокойным, с уклонами, обеспечивающими быстрый сток поверхностных вод, чтобы при вертикальной планировке с уклонами от 0,003 ... 0,005 до 0,06 ... 0,08 не возникало большого объема земляных работ. Грунты площадки должны выдерживать давление без устройства дорогостоящих фундаментов. Грунтовые воды должны быть ниже дна подвалов и галерей, паводковая вода не должна затоплять участок.

Выбор участка начинают в камеральных условиях, путем сравнения вариантов выбирают оптимальную площадку для полевого обследования, в процессе которого уточняют инженерно-геологические и гидрогеологические условия, подходы к желез-

ным и шоссейным дорогам, выпуски канализационных коллекторов, определяют примерные расходы по освоению площадки, согласовывают возможности отвода территории и решают другие вопросы.

Для создания проекта площадку и часть прилегающей территории снимают в масштабе 1:2000 с сечением рельефа через 1 м. Дополнительно по имеющимся топокартам составляют ситуационный план в масштабе 1:10000 – 1:25000, на который наносят контуры площадок промышленного предприятия, жилого поселка, водозаборных и очистных сооружений, реки, дороги, карьеры, месторождения строительных материалов, намечают подъездные пути и др.

В это же время производят крупномасштабную инженерно-геологическую съемку площадки. Для составления рабочих чертежей площадку под основные сооружения снимают в масштабе 1:5000 – 1:1000 с сечением рельефа через 0,5 м. На этой площадке выполняют детальные инженерно-геологические и гидрогеологические изыскания.

На стадии изысканий под проект целесообразно выполнить аэрофотосъемку в масштабе 1:7000 – 1:10000 для создания плана площадки в масштабе 1:2000 и карты района строительства в масштабе 1:10000.

При изысканиях площадки на стадии рабочей документации основные сооружения, участок под жилой поселок, застроенные территории с густой сетью подземных коммуникаций снимают в масштабе 1:1000 – 1:500 методами геодезии, фотограмметрии, при слабом рельефе – нивелированием поверхности по квадратам со сторонами 20 и 30 м, при этом должны быть определены координаты углов капитальных зданий, узловые точки коммуникаций, получены отметки полов зданий, колодцев, бровок дорог и т.д.

### 117. Изыскания для линейных сооружений

При изысканиях для линейных сооружений определяют плановое и высотное положение трассы – продольной оси линейного сооружения, закрепленной на местности, топографическом плане, карте или на цифровой модели местности. Основные элементы трассы: план и продольный профиль. Трасса по возможности должна быть прямолинейной и не превышать допустимый уклон. На местности трассу приходится искривлять для обхода препятствий, участков с большими уклонами и неблагоприятных

по геологическим и гидрогеологическим характеристикам. Следовательно, трасса состоит из прямых, соединенных между собой кривыми с различными радиусами. Продольный профиль трассы состоит из линий разных уклонов, связанных вертикальными кривыми. Некоторые трассы (электропередач и т.п.) являются пространственными ломаными линиями (кривые не проектируют).

Линейные сооружения имеют много общего, поэтому целесообразно на примере изысканий одного из них, например автомобильной дороги (АД), показать все этапы изысканий. Комплекс работ по выбору трассы с учетом предъявляемых требований называют **трассированием**. На начальном этапе выполняют камеральное трассирование на картах и по материалам специальной аэрофотосъемки. Полученную таким образом трассу переносят и закрепляют на местности, т.е. выполняют **полевое трассирование**.

**Камеральное трассирование** выполняют обычно на картах масштаба 1:25000, 1:50000. Если трасса не помещается на одном листе карты, то сначала используют карту более мелкого масштаба, на которой вблизи прямой, соединяющей начало и конец трассы, выбирают опорные точки, через которые обязательно должна пройти дорога. Отрезки между опорными точками должны помещаться на карте более крупного масштаба, на которой и выполняют камеральное трассирование.

В равнинной местности при уклонах меньше допустимых выполняют «свободное» проектирование, при котором направление и положение дороги зависит только от естественных и искусственных препятствий.

В холмистой и горной местности крутизна скатов превышает допустимые уклоны дороги, и в таких условиях трассу прокладывают «напряженным ходом», т.е. отыскивают такие ее направления, которые имеют предельно допустимый уклон. В результате получают извилистую трассу, которую на отдельных участках спрямляют, заменив ломаную линию на прямую. В горной местности для обеспечения допустимого уклона трассу прокладывают в виде серпантин и петель.

Кроме рельефа на выбор трассы влияют геологические, экологические и другие условия. Построив с учетом всех условий трассу на карте, определяют координаты углов поворота, наносят пикеты, рассчитывают сопрягающие кривые, составляют продольный профиль по отметкам, определенным по горизонталям.

**Полевое трассирование** начинают с рекогносцировки, при которой изучают состояние геодезической основы и полосы трассы. Затем переносят камеральный проект в натуру. В первую очередь методом полярных координат, линейных засечек и т.п. определяют и закрепляют на местности углы поворота трассы, используя для этого плановые геодезические сети и твердые контуры, имеющиеся на карте и местности вблизи углов поворота.

Следующий этап – **провешивание прямолинейных участков** между углами поворота трассы (вехи устанавливают через 100–150 м) и детальное обследование, в результате которого учитывают все особенности местности, по которой будет проходить дорога, и находят оптимальный вариант трассы.

Следует обратить внимание на долговременное закрепление углов поворота, чтобы они сохранились до начала строительства, кроме того, долговременными знаками закрепляют ряд других точек, таких как примыкание к существующим дорогам, места перехода через препятствие и др. На каждую закрепленную точку составляют абрис с указанием ее положения относительно долговременных местных предметов.

Следующий этап – **измерение углов поворота трассы и расстояний** между их вершинами. Углы поворота трассы  $\theta$ ,  $\theta'$  (рис. 157) – горизонтальные углы между старыми и новыми направлениями трассы.  $\theta$  – правый, а  $\theta'$  – левый углы поворота, индексом  $i$  обозначают номер вершины. На рис. 157, а

$$\theta_1 = 180^\circ - \beta_1; \quad \theta'_2 = 180^\circ - \beta_2.$$

Углы  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  измеряют так же, как и в теодолитном ходе, средняя квадратическая ошибка измерения угла не должна превышать 0,5'.

Расстояния между вершинами трассы измеряют стальной мерной лентой или дальномером с относительной ошибкой 1:2000. Поправки за наклон линии вводят при углах наклона  $\nu > 2^\circ$ . Трассу с измеренными расстояниями и углами и привязанную к пунктам геодезической основы называют **магистралью**, ее можно рассматривать как теодолитный ход, позволяющий определять дирекционные углы и координаты вершин.

При измерении сторон от начала магистрали откладывают отрезки длиной 100 м горизонтального проложения, концы отрезков закрепляют пикетами (кольшек длиной 15–25 см забивают вровень с землей, рядом забивают сторожок длиной 40–50

см, выступающий над землей на 15–20 см, на сторожке подписывают номер пикетной точки, например ПК 15, это соответствует расстоянию 1500 м от начала магистрали).

Кроме пикетных точек на магистрали отмечают характерные точки рельефа, контуров и вершин углов поворота трассы, называемые плюсовыми, их положение определяют от ближайших предыдущих пикетов, например, точка ПК 15 + 17,0 расположена на расстоянии 17,0 м по магистрали от ПК 15. При углах наклона  $\nu > 2^\circ$  к отложенному расстоянию  $D$  прибавляют поправку

$$\Delta D = 2D \sin \frac{2\nu}{2}$$

На поворотах трассы между прямолинейными участками разбивают сопрягающие кривые, чаще всего дуги окружностей. Радиус закругления зависит от категории дороги. Имеется пять категорий автомобильных дорог, радиусы закруглений для которых равны 1000, 600, 400, 250, 125 м соответственно.

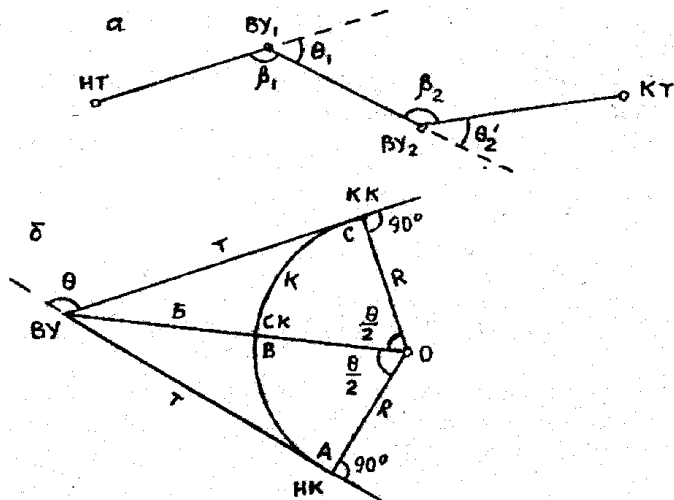


Рис. 157. Схема трассы линейного сооружения (а) и главные точки и элементы кривой (б)

На рис. 157, б дуга окружности ABC с центром в точке O и радиусом R вписана в угол поворота трассы. Кривые и прямые касаются в точке А – начале кривой (НК) и в точке В – конце кривой (КК). Биссектриса OB угла пересекает кривую в точке В

– середине кривой (СК). Точки НК, СК, КК называют главными точками круговой кривой. Расстояние от вершины угла до точки касания называют тангенсом (Т), расстояние ABC между точками касания по кривой называют длиной кривой (К) и расстояние от вершины угла до середины кривой называют биссектрисой (Б); разность  $D = 2T - K$  называют домером (D). Значения Т, К, Б, D называют главными элементами (параметрами) кривой, их значения зависят от радиуса R и угла поворота  $\theta$ . На рис. 157, б

$$T = R \operatorname{tg} \left( \frac{\theta}{2} \right);$$

$$K = \pi R \left( \frac{\theta}{180^\circ} \right); \quad (256)$$

$$B = \frac{R}{\cos \left( \frac{\theta}{2} \right)} - R = R \left[ \sec \left( \frac{\theta}{2} \right) - 1 \right];$$

$$D = 2T - K.$$

Пикетажное наименование главных точек кривой вычисляют по формулам

$$\begin{aligned} \text{ПК(НК)} &= \text{ПК(БУ)} - T; \\ \text{ПК(КК)} &= \text{ПК(НК)} + K; \end{aligned} \quad (257)$$

$$\text{ПК(СК)} = \text{ПК(НК)} + K/2,$$

контроль:

$$\text{ПК(КК)} = \text{ПК(БУ)} + T - D;$$

$$\text{ПК(СК)} = \text{ПК(КК)} - K/2.$$

Вычисление пикетажных наименований главных точек кривой выполняют до сантиметров.

На местности при малых значениях тангенса для нахождения НК и КК от вершины угла по обе стороны по трассе откладывают тангенс кривой Т. СК находят, отложив от вершины угла по его биссектрисе величину Б. При больших тангенсах НК и КК находят, отложив от ближайших к ним пикетов расстояния, равные разности пикетажа выносимой в натуру точки и ближайшего пикета. Например, если  $\text{ПК(НК)} = 7 + 24,17$ , то от ПК7 откладывают по трассе 24,17 м и получают положение НК.

Отложив от ВУ значение Т, получают КК. Зная пикетажное наименование ПК(КК), вычисленное по второй и четвертой формулам (257), положение следующего пикета находят, отложив от КК разность пикетажного наименования следующего

пикета и ПК(КК). Например, ПК(КК) = 9 + 37,42 м. ПКЮ получают, отложив от КК отрезок  $d' = 100,00 - 37,42 \text{ м} = 62,58 \text{ м}$ .

Для получения сведений о рельефе в поперечном трассе направлении строят поперечные профили длиной 15–30 м. На таких профилях вправо и влево от трассы намечают характерные точки рельефа, а при их отсутствии фиксируют точки через 5–10 м. Поперечные профили должны отражать особенности рельефа в полосе трассы; при углах наклона  $10^\circ$  и больше поперечные профили строят на каждом пикете и плюсовых точках. Все сведения о пикетаже отражают в пикетажном журнале.

На участках со сложными геологическими условиями, в местах перехода через препятствие, на площадках под строительство придорожных сооружений и т.п. создают планы масштаба 1:500, 1:1000.

Следующим этапом изысканий является нивелирование трассы, которое в равнинной и всхолмленной местности выполняют методом геометрического нивелирования. При больших углах наклона используют тригонометрическое нивелирование.

Геометрическое нивелирование трассы выполняют независимо две бригады: первая нивелирует все точки трассы и реперы, а вторая – только километровые пикеты, временные и постоянные реперы. Кроме того, чтобы уравнивать объемы работ, второй бригаде могут поручить нивелирование поперечников. На трассах до 50 км геометрическое нивелирование выполняет одна бригада, которая прокладывает прямой и обратный нивелирные ходы. В прямом ходе нивелируют все точки, а в обратном – только связующие точки, реперы, километровые пикеты.

Расхождение суммы превышений в прямом и обратном направлениях или ходах не должно превышать

$$f_h = (\sum h_{\text{пр.}} - \sum h_{\text{обр.}}) \leq (50\sqrt{L}) \text{ мм},$$

где  $L$  – длина нивелирного хода, км.

Если нивелирный ход длиной до 16 км привязан с обеих сторон к опорным высотным пунктам, то повторное нивелирование можно не выполнять, при этом высоты всех точек определяют из одиночного хода, а значение

$$f_h = \sum h - (H_k - H_n) \leq (70\sqrt{L}) \text{ мм}.$$

Последовательность перемещения нивелира и реек в одиночном нивелирном ходе показана на рис. 158. Начинают ход с репера (Рп68). Отсчеты по рейкам выполняют по схеме  $З_ч - П_ч - П_к - З_к$

(отсчеты по задней  $З$  и передней  $П$  рейкам, индекс «ч» означает черную сторону рейки, а «к» – красную). Отсчеты записывают в нивелирный журнал. Превышения  $h_ч = З_ч - П_ч$ ,  $h_к = З_к - П_к$  не должны отличаться более чем на 10 мм. При выдерживании допуска определяют среднее превышение. При использовании односторонней рейки нивелирование выполняют при двух горизонтах нивелира. В качестве связующих точек обычно используют пикеты.

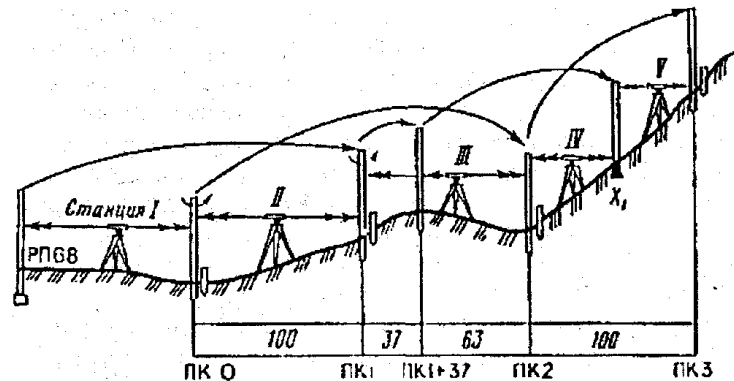


Рис. 158. Схема геометрического нивелирования трассы

При крутых склонах расстояние от нивелира до рейки приходится сокращать и в качестве связующих точек используют и к с о в ы е точки, они не имеют пикетажного обозначения, не участвуют при построении профиля трассы. Точки трассы между связующими точками называют промежуточными, отсчет по рейке на промежуточных точках берут по черной стороне или при одном горизонте прибора после взятия отсчетов по рейкам на связующих точках. Точки на поперечниках нивелируют как промежуточные.

### Камеральная обработка полевых материалов

Камеральную обработку начинают с проверки полевых журналов. Затем составляют ведомости прямых и кривых, при этом выполняют следующие условия [9].

1. Сумма  $\Sigma P$  прямолинейных участков плюс сумма  $\Sigma K$  длин всех кривых должна равняться длине трассы [ПК(КТ) – ПК(НТ)], т.е. разности пикетажных значений ее конца и начала. Кроме

того,  $\Sigma P + \Sigma K = \Sigma L - \Sigma D$ , где  $\Sigma L$  – сумма расстояний между углами поворота,  $\Sigma D$  – сумма домеров.

2.  $2\Sigma T - \Sigma K = \Sigma D$ , где  $\Sigma T$  – сумма тангенсов.

3. Разность суммы правых и левых углов поворота должна равняться разности дирекционных углов конечной и начальной сторон трассы, т.е.  $\Sigma \theta - \Sigma \theta' = \alpha_k - \alpha_n$ .

По данным ведомости прямых и кривых составляют план трассы в масштабе 1:2000 – 1:10000. Вместо дирекционных углов и длин сторон для нанесения трассы на план можно использовать координаты углов поворота. Масштаб плана зависит от длины трассы и сложности ситуации в ее полосе. На плане отмечают углы поворота трассы, пикетные и плюсовые точки, главные точки круговых кривых и др. Подписывают длину и ориентировку прямых участков трассы, параметры круговых кривых и пикетаж главных точек. Условными знаками для планов данного масштаба изображают ситуацию в полосе трассы.

Высоты точек трассы вычисляют в нивелирном журнале. Выполняют **постраничный контроль**: на каждой странице журнала определяют  $\Sigma Z$  на заднюю рейку,  $\Sigma П$  – на переднюю рейку,  $\Sigma h$  – средних превышений. При правильных вычислениях на данной странице

$$0,5(\Sigma Z - \Sigma П) = \Sigma h.$$

Постраничный контроль подтверждает правильность только вычислений превышений между связующими точками и не выявляет ошибок отсчетов, установки реек, некачественного прибора и т.п.

Невязку  $f_h$  нивелирного хода определяют по полученной ранее формуле

$$f_h = \Sigma h_{изм.} - \Sigma h_{теор.} = \Sigma h_{изм.} - (H_k - H_n).$$

Допустимое значение невязки

$$\text{доп. } f_h = (70\sqrt{L}) \text{ мм,}$$

где  $L$  – длина хода, км.

Если невязка допустима, то ее распределяют с обратным знаком поровну на все средние превышения. Поправки определяют до целых миллиметров, поэтому в некоторые превышения вносят поправку несколько большую (обычно на 1 мм) ее значения

$$v = -\frac{f_h}{N},$$

где  $N$  – число станций, при этом  $\Sigma v = -f_h$ . После этого по исправленным превышениям последовательно, начиная с репера или марки, определяют отметки связующих точек по формулам

$$H_1 = H_{P_n} + h_1,$$

$$H_2 = H_1 + h_2,$$

$$\dots$$

$$H_n = H_{P-1} + h_n.$$

Высоты  $H_i$  промежуточных точек и точек на поперечниках находят по формуле

$$H_i = ГП - a_i,$$

где

$$ГП = H_A + a = H_B + b,$$

$a, b$  – отсчеты по рейкам, поставленным на точки  $A$  и  $B$  с известными отметками  $H_A$  и  $H_B$ ,  $a_i$  – отсчет по рейке, установленной на промежуточной точке  $i$ .

**Продольный профиль** (рис. 159) автодороги составляют на миллиметровой бумаге в горизонтальном масштабе 1:2000 – 1:10000, вертикальный масштаб обычно в 10 раз крупнее горизонтального. Графическое построение профиля дополняют различными данными, которые размещают в отдельных графах, в совокупности называемых **сеткой профиля**. Построение продольного профиля автодороги начинают с граф 6 и 7: в графе 7 по пикетажному журналу согласно принятому горизонтальному масштабу фиксируют все пикетные и плюсовые точки; в графе 6 – их отметки из нивелирного журнала (черные отметки), округленные до 0,01 м. В графе 3 повторяют графу 7, в графе 2 составляют план трассы, составленный в принятом горизонтальном масштабе по результатам съемки, закрепленным в пикетажном журнале. В середине этой графы прямой линией показывают ось дороги, стрелками в соответствующих местах отмечают повороты трассы. Результаты геологических исследований грунтов отмечают в графе 1. Верхняя линия этой графы является условным горизонтом, от этой линии по восстановленным к ней перпендикулярам, называемым **ординатами**, откладывают в вертикальном масштабе разности черная метка минус условный горизонт. Ординаты точек профиля не должны быть более 10–15 см. Полученные на ординатах точки соединяют ломаной линией, являющейся профилем трассы.

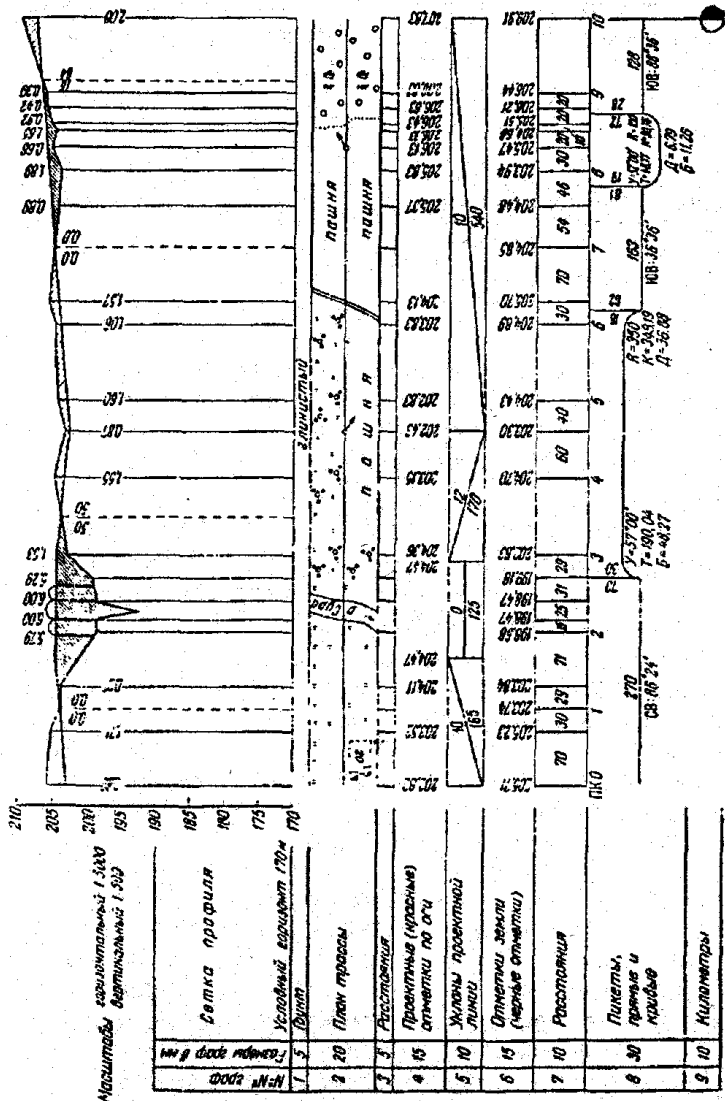


Рис. 159. Продольный профиль

В графе 8 изображают прямые участки дороги и дугами – закругления, выпуклость дуги вверх означает поворот дороги вправо, а вниз – влево. Из конечных точек дуг опускают перпендикуляры на линии пикетажа, их положения должны соответствовать пикетажным наименованиям начала и конца кривой. У перпендикуляров подписывают расстояния до ближайших пикетов. Внутри каждой кривой выписывают ее элементы. На прямых участках трассы подписывают их длины и румбы. В графе 9 кружками диаметром 5 мм изображают километровые указатели. Правую половину кружков заливают тушью. Из центра кружка опускают перпендикуляр на линию пикетажа.

В графах 4 и 5 отмечают проектные уклоны и отметки. Профиль вычерчивают тушью: ось дороги в графе 2, графы 4, 5, 8, 9 и все надписи в них – красным цветом, остальные графы и надписи – черным цветом.

Профили поперечников вычерчивают в одном масштабе, равном вертикальному масштабу продольного профиля.

На продольный профиль наносят проектную (красную) линию. Проектную (красную) отметку  $H_i$  определяют по формуле

$$H_i = H_{i-1} + s_i,$$

где  $H_{i-1}$  – отметка точки  $(i - 1)$ ,  $i$  – уклон,  $s_i$  – горизонтальное проложение отрезка  $(i - 1) - i$ . Уклон  $i$  не должен превышать предельного значения. Кроме того, проектная линия должна проходить через фиксированные точки, например точки примыкания к существующим сооружениям, установленные расчетами отметки мостовых переходов, отстояния оси дороги от проводов высоковольтных линий и т.п. Красные отметки, округленные до 0,01 м, пишут в графе 4 сетки профиля на продолжениях соответствующих ординат. На горизонтальных участках,  $i = 0$ , красные отметки подписывают только в начале и конце участка.

В графе 5 проводят диагонали, показывающие направление уклона, вблизи диагонали в виде дроби подписывают уклон [в промиллях (‰) – тысячных долях  $i = \text{tg}\alpha$ ,  $1\text{‰} = 0,1\%$ ] и длину проектной линии на данном участке. Разность между красной и черной отметками точек на одной ординате называют **рабочей отметкой**, которая показывает высоту насыпи или глубину выемки, их подписывают на соответствующих ординатах выше проектной линии при насыпи и ниже – при выемке.

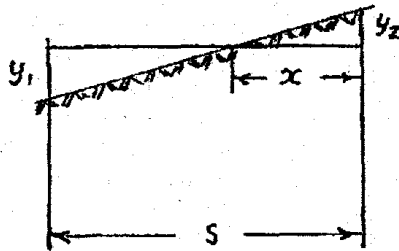


Рис. 160. К определению точки нулевых работ

Пересечение линии профиля и проектной линии происходит в точке нулевых работ. Для выноса этой точки в натуру вычисляют расстояние  $x$  до нее от ближайшего пикета. На рис. 160 из подобия треугольников имеем

$$\frac{x}{s-x} = \frac{y_2}{y_1},$$

откуда

$$x = \frac{y_2 s}{y_1 + y_2}. \quad (258)$$

Расстояния от точки нулевых работ в целых метрах подписывают по обе стороны от ординаты этой точки, прочерченной пунктиром синим цветом (см. рис. 159).

### 118. Детальная разбивка закруглений. Вынос пикетов на кривую

Кроме главных точек кривой ее обозначают рядом точек, расположенных обычно через равные промежутки  $k = 20$  м при  $R \geq 500$ , 10 м при  $R = (500 - 100)$  м, 5 м при  $R < 100$  м. Детальную разбивку закруглений можно выполнить различными способами. Рассмотрим некоторые из них.

Способ прямоугольных координат связан с определением на круговой кривой радиуса  $R$  точек  $k_1, k_2, k_3, \dots$  через равные дуги  $s$ . Примем касательную к кривой в точке  $A$  за ось абсцисс, а линию  $AO$ , перпендикулярную ей, за ось ординат. На рис. 161 имеем

$$\frac{\varphi}{s} = \frac{360^\circ}{2\pi R},$$

откуда

$$\varphi = \frac{s}{R} \times \frac{180^\circ}{\pi}. \quad (259)$$

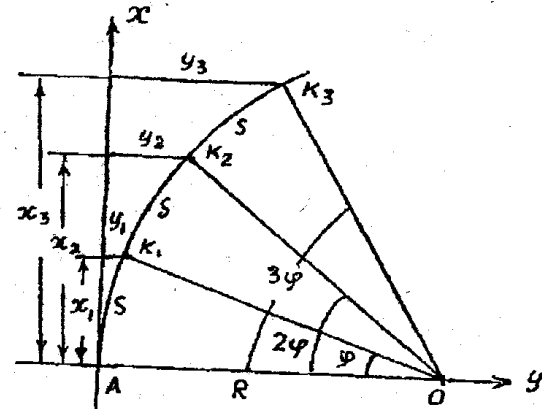


Рис. 161. Способ прямоугольных координат

Значения

$$x_1 = R \sin \varphi, \quad y_1 = R - R \cos \varphi = R (1 - \cos \varphi) = 2R \sin^2 \frac{\varphi}{2};$$

$$x_2 = R \sin 2\varphi, \quad y_2 = R - R \cos 2\varphi = R (1 - \cos 2\varphi) = 2R \sin^2 \varphi \quad (260)$$

и т.д.

На местности для определения точек  $k_1, k_2, \dots$  от точки  $A$  по направлению абсциссы откладывают  $x_1, x_2, \dots$  и по перпендикулярам к абсциссе откладывают ординаты  $y_1, y_2, \dots$ . Разбивку кривой ведут от начала кривой (НК) и конца кривой (КК) к середине. В этом способе положение точек  $k_1, k_2, \dots$  получают независимо друг от друга, поэтому ошибки не возрастают при переходе от одной точки к другой, что является достоинством способа.

В таблицах часто вместо абсцисс дают разность «кривая без абсциссы». В этом случае от точки  $A$  откладывают по оси абсцисс длину кривой и отступают назад на величину «кривая без абсциссы», т.е. в итоге получают значение  $x_1, \dots$ . Способ прямоугольных координат целесообразно использовать на открытой ровной местности.

Вынос пикета на кривую. Положим, что начало кривой имеет пикетажное наименование  $ПК(НК) = ПКН + s_1$ . При радиусе закругления  $R$  по формулам (259), (260) находим





Для нахождения точки на кривой по касательной клотоиды от ее начала откладывают значение  $x_n$ , а по перпендикуляру к касательной —  $y_n$ .

Для выноса пикета на клотоиду при его расстоянии от начала клотоиды  $L_{пк}$  по формуле (262) определяют  $x_{пк}$ ,  $y_{пк}$  и по их значениям выносят пикет на клотоиду.

## 120. Проектирование трассы трубопроводов

Скорость движения жидкости в трубе не должна быть большой (большая скорость жидкости может привести к разрушению, размыву, трубы) и не слишком малой, когда возможно заиливание из-за выпадения в осадок ила, песка и т.д. В металлических трубах скорость жидкости допускается до 8 м/с, в керамических — в два раза меньше. Минимальная скорость колеблется в пределах 0,7 — 1,5 м/с и не зависит от материала трубы. Минимальный продольный угол самотечного трубопровода должен быть не менее 0,7% для труб малого диаметра и 0,5% — для труб большого диаметра и коллекторов.

Глубина заложения трубопровода должна быть такой, чтобы избежать его от чрезмерного давления или вибрации от различных источников на поверхности земли, в первую очередь транспорта, и не допускать промерзания трубопровода. При этом необходимо учитывать подключение к трубопроводу обслуживаемых объектов. Безнапорные канализационные сети должны располагаться на безопасном расстоянии от других коммуникаций, чтобы ремонтные или профилактические работы на одной из них не выводили из строя соседние.

Проект трассы должен быть оптимальным с технической и экономической точек зрения: объем извлеченного из выемок грунта должен равняться его объему, уложенному в насыпи, глубина закладки трубопровода должна быть минимально допустимой, при этом необходимо учитывать условия эксплуатации сооружения.

Трассу трубопровода проектируют с учетом продольного профиля местности. Особое внимание уделяют размещению смотровых колодцев, их размещают в местах присоединения новых труб, в точках изменения уклона и направления трассы, между колодцами трубопровод должен быть строго прямолинейным. Построение профиля трубопровода начинают с нанесения смотровых колодцев, горизонтальных расстояний. Отметку лотка первого колодца определяют с учетом подключения к про-

ектируемой магистрали обслуживаемых ею объектов. Уклоны должны соответствовать нормальной работе системы и минимуму затрат на ее сооружение. На равнинной местности достаточно иметь минимально допустимый уклон, чтобы не заглублять магистраль и не увеличивать глубину смотровых колодцев. На рельефных участках назначают максимальные уклоны и сооружают перепадные колодцы.

Отметку  $H_j + 1$  лотка следующего колодца определяют по формуле

$$H_{j+1} = H_j + i_n d,$$

где  $H_j$  — отметка лотка предыдущего соседнего колодца,  $i_n$  — проектный уклон трубы,  $d$  — горизонтальное расстояние между колодцами.

На рис. 164 приведен профиль самотечного канализационного трубопровода, на который наносят данные о пересекаемых им препятствиях, приводят сведения о характере грунтов, уровне подземных вод, результаты гидравлических расчетов.

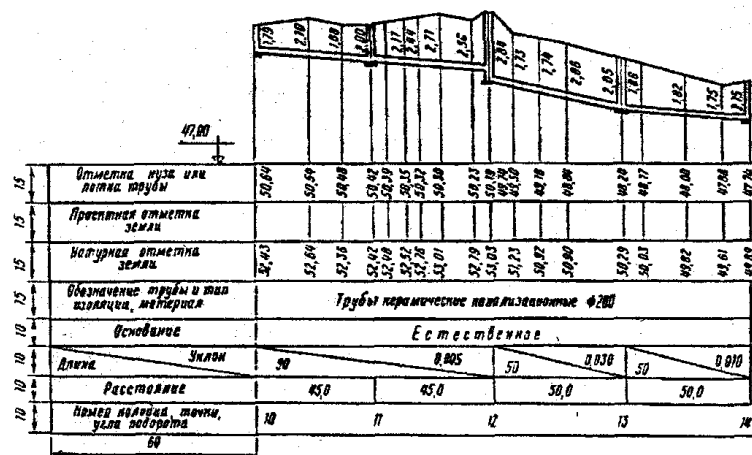


Рис. 164. Профиль самотечного канализационного трубопровода

При строительстве напорных трубопроводов их размещают обычно параллельно земной поверхности, при этом пикетаж на продольном профиле рассчитывают не по горизонтали, а по поверхности земли. Напорные трубопроводы большого диаметра из-за технической сложности изгиба труб прокладывают без соблюдения параллельности земной поверхности, пикетаж в этом случае считают по горизонтали.

## 121. Вертикальная планировка. Определение объемов земляных работ

Для размещения инженерного сооружения искусственно изменяют рельеф, приводят его в положение, удобное для строительства и эксплуатации возводимого объекта. Связанные с этим работы называют **вертикальной планировкой**, ее стараются выполнять так, чтобы максимально сохранить естественный рельеф и не нарушить сложившуюся геологическую структуру, не вызвав такие явления, как просадка грунта, оползни, заболачивание и т.п.

Преобразование рельефа связано с перемещением грунта для создания выемок, котлованов, насыпей, дамб и др. Возникают также работы по инженерной подготовке территории к строительству: устройство дренажа, подпорных стенок, укрепление откосов и т.п.

Проект вертикальной планировки создают на крупномасштабных топографических планах участка работ. Физическую поверхность земли при этом называют **фактической**, или «черной», поверхностью. Горизонталь и отметки, изображающие рельеф физической поверхности, также называют фактическими, или «черными». В результате создания проекта получают **проектную**, или «красную», поверхность. Отметки и горизонталь этой поверхности называют проектными (красными).

Создание проектной поверхности связано с перемещением земляных масс. Величины срезки (выемки) и подсыпки (насыпи) определяют **рабочими отметками**. Насыпи соответствуют положительные рабочие отметки, а выемке – отрицательные. Совокупность точек, для которых рабочие отметки равны нулю, называют **линией нулевых работ**, она является границей участков с положительными и отрицательными рабочими отметками. Разность объемов насыпей и выемок называют **балансом земляных работ**. При проектировании стремятся, чтобы баланс земляных работ был нулевым. Это условие обычно согласуется с условием минимума земляных работ.

**Оформляющими (планирующими) поверхностями** могут быть плоскости, криволинейные поверхности и их сочетания. При вертикальной планировке, как правило, определяют объем земляных работ, т.е. вычисляют объем грунта в выемках и насыпях. Для более точного определения трудозатрат при вертикальной планировке находят центры тяжести перемещения грунта и расстояния, на которые он должен быть перемещен. Сведе-

ния об объемах насыпей и выемок и оптимальных путях перемещения грунта из выемок в насыпи показывают на **картограммах земляных работ**.

### Определение объема котлована

Котлован необходим для сооружения фундамента и подземной части сооружения. В проекте устанавливают размеры и расположение сооружения, ширину  $a$  и длину  $b$  дна котлована ( $a$  и  $b$  несколько больше соответствующих размеров сооружения) (рис. 165). Крутизну откоса котлована, дамб, траншей и т.п. определяют уклоном  $i$ , равным отношению превышения к горизонтальному проложению, т.е.  $i = h/d = \text{tg}v$ . Кроме того, для этой цели используют **коэффициент откоса**  $m = d/h = 1/i = \text{ctg}v$ ,  $v$  – угол наклона.

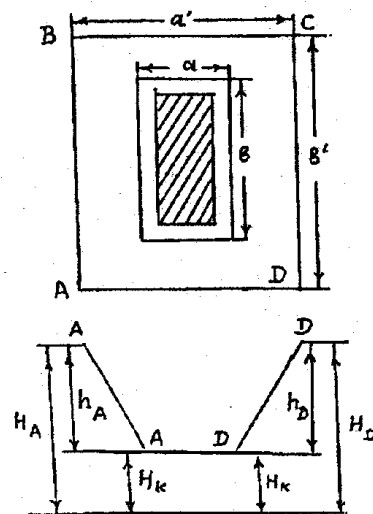


Рис. 165. Определение объема котлована

Объем котлована для небольших сооружений определяют по приближенной формуле

$$v = \frac{P_K + P'_K}{2} h_K, \quad (263)$$

где  $P_K = ab$  – площадь дна котлована,  $P'_K = a'b'$  – площадь котлована на уровне физической поверхности,  $h_K$  – средняя глубина

котлована, определяемая по формуле

$$h_K = (h_A + h_B + h_C + h_D)/4 = [(H_K - H_A) + (H_K - H_B) + (H_K - H_C) + (H_K - H_D)]/4 = H_K - 0,25 (H_A + H_B + H_C + H_D),$$

где  $H_K$  - отметка дна котлована;  $H_A, H_B, H_C, H_D$  - высоты углов котлована на уровне физической поверхности земли.

Для больших котлованов и при повышенной точности определения объема котлованов делят на части, каждая из которых близка к геометрической фигуре, определяют объемы этих фигур, сумма полученных объемов равна объему котлована. Из-за значительных неровностей земной поверхности на участке работ иногда возникает необходимость строить вертикальные сечения котлована и использовать их для более точного определения объема котлована.

### Определение объема траншей

В траншеи укладывают коммуникации. Глубина  $h$  траншей определяется проектом, ширина дна траншей обычно на 0,4 м больше ширины укладываемой в нее коммуникации. Крутизна бортов траншей зависит от устойчивости грунта и определяется коэффициентом откоса  $m$ . При определении объема выносимой земли траншею в зависимости от сложности рельефа делят на участки длиной  $l = 50 - 100$  м. На границах этих участков строят поперечные профили (сечения) (рис. 166).

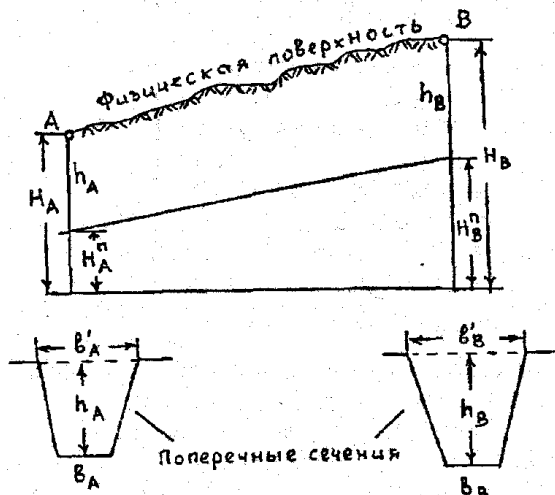


Рис. 166. Определение объема траншеи

Отметки  $H^n$  дна траншеи определяют по продольному профилю трассы. Площади  $P_A$  и  $P_B$  поперечных сечений в точках А и В определяют по формулам

$$P_A = 0,5 h_A (b_A + b'_A);$$

$$P_B = 0,5 h_B (b_B + b'_B).$$

Учитывая  $b' = b + 2 \frac{b' - b}{2} = b + 2hm$ , находим

$$P_A = h_A (b_A + h_A m);$$

$$P_B = h_B (b_B + h_B m).$$

Объем  $V_{AB}$  траншеи на участке (блоке) АВ определяют по формуле

$$V_{AB} = \frac{1}{2} (P_A + P_B) l_{AB}. \quad (264)$$

Для определения объема траншеи с более высокой точностью целесообразно иметь сечения  $P_A, P_j, \dots, P_B$  через более короткие расстояния  $l$ . В этом случае элемент объема

$$dV = Pd l,$$

а

$$V = \int_{l_0}^{l_n} P dl. \quad (265)$$

Интегрирование можно выполнить численным методом, используя те или другие формулы численного интегрирования. Если узлы интегрирования располагаются произвольно, т.е. используют сечения в наиболее характерных местах и расстояния между этими сечениями неодинаковы, то для численного интегрирования можно использовать формулы:

трапеций

$$\int_{x_0}^{x_n} y dx = \frac{1}{2} [y_0(x_1 - x_0) + y_1(x_2 - x_0) + y_2(x_3 - x_1) + \dots + y_{n-1}(x_n - x_{n-2}) + y_n(x_n - x_{n-1})] \quad (266)$$

или парабол ( $n$  - четное)

$$\int_{x_0}^{x_n} y dx = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{n/2} (x_{2i} - x_{2i-2}) (A_i y_{2i-2} + B_i y_{2i-1} + C_i y_{2i}), \quad (267)$$

где

$$A_i = 2 - Q_i; B_i = 2 + Q_i + 1/Q_i; C_i = 2 - 1/Q_i; Q_i = \frac{x_{2i} - x_{2i-1}}{x_{2i} - x_{2i-2}};$$

$$A_i + B_i + C_i = 6.$$

В формуле (267)  $i = n/2$  – число пар интервалов между узлами интегрирования.

Используя формулу (266), вместо (265) находим

$$V = \frac{1}{2} [P_0(l_1 - l_0) + P_1(l_2 - l_0) + P_2(l_3 - l_1) + \dots + P_{n-1}(l_n - l_{n-2}) + P_n(l_n - l_{n-1})], \quad (268)$$

где  $l_i$  – расстояние от начальной точки до точки  $i$ ,  $l_0$  – расстояние от начальной точки до начала трассы (траншеи);  $P_i$  – площадь сечения в точке  $i$ .

При использовании формулы (267) парабол имеем

$$V = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{n/2} (l_{2i} - l_{2i-2}) (A_i P_{2i-2} + B_i P_{2i-1} + C_i P_{2i}), \quad (269)$$

где

$$A_i = 2 - Q_i; \quad B_i = 2 + Q_i + 1/Q_i; \quad C_i = 2 - 1/Q_i; \quad Q_i = \frac{l_{2i} - l_{2i-1}}{l_{2i-1} - l_{2i-2}},$$

$$A_i + B_i + C_i = 6.$$

При одинаковом расстоянии между сечениями трассы  $Q_i = 1$ ,  $A_i = C_i = 1$ ,  $B_i = 4$ , т.е. формулы (267), (269) будут совпадать с известной формулой Симпсона.

**Пример.** Определить объем траншеи, если площади сечений  $P_0 = 4,65 \text{ м}^2$ ,  $P_1 = 4,17 \text{ м}^2$ ,  $P_2 = 4,87 \text{ м}^2$ ,  $P_3 = 5,84 \text{ м}^2$ ,  $P_4 = 3,95 \text{ м}^2$ ,  $l_0 = 0$ ,  $l_1 = 5,19 \text{ м}$ ,  $l_2 = 9,13 \text{ м}$ ,  $l_3 = 11,17 \text{ м}$ ,  $l_4 = 19,55 \text{ м}$ .

По приближенной формуле (264) имеем

$$V_1 = 0,5 (P_0 + P_4) l_4 = 0,5 (4,65 + 3,95) 19,55 = 84,1 \text{ м}^3.$$

По формуле (268) находим

$$V_2 = 0,5 [4,65 \cdot 5,19 + 4,17 \cdot 9,13 + 4,87 (11,17 - 5,19) + 5,84 (19,55 - 9,13) + 3,95 (19,55 - 11,17)] = 92,6 \text{ м}^3.$$

По формулам (269) получаем

$$Q_1 = \frac{l_2 - l_1}{l_1 - l_0} = \frac{9,13 - 5,19}{5,19 - 0} = 0,7592; \quad Q_2 = \frac{l_4 - l_3}{l_3 - l_2} = \frac{19,55 - 11,17}{11,17 - 9,13} = 4,1078$$

$$A_1 = 1,2408; \quad B_1 = 4,0764; \quad C_1 = 0,6828; \quad A_1 + B_1 + C_1 = 6,0000. \quad A_2 = -2,1078; \quad B_2 = 6,3513; \quad C_2 = 1,7566; \quad A_2 + B_2 + C_2 = 6,0001.$$

$$V_3 = \frac{1}{6} [(9,13 - 0) (1,2408 \cdot 4,65 + 4,0764 \cdot 4,17 + 0,6828 \cdot 4,87) + (19,55 - 9,13) (-2,1078 \cdot 4,87 + 6,3513 \cdot 5,84 + 1,7566 \cdot 3,95)] = 98,3 \text{ м}^3.$$

Для оценки точности полученного по формуле парабол результата используют приближенную формулу

$$\Delta = \frac{J_I - J_{II}}{15},$$

где  $J_I$ ,  $J_{II}$  – значения интеграла, полученного при шаге интегрирования  $q$  и  $2q$  соответственно. В рассматриваемом примере  $J_I = V_3 = 98,3 \text{ м}^3$ , при удвоенном шаге интегрирования имеем

$$Q = \frac{l_4 - l_2}{l_2 - l_0} = \frac{19,55 - 9,13}{9,13 - 0} = 1,1413; \quad A = 0,8587; \quad B = 4,0175; \quad C = 1,1238;$$

$$A + B + C = 6,0000. \quad J_{II} = V_3 = \frac{1}{6} [(19,55 - 0) (0,8587 \cdot 4,65 + 4,0175 \cdot$$

$$\cdot 4,87 + 1,1238 \cdot 3,95)] = 91,2 \text{ м}^3. \quad \Delta = \frac{98,3 - 91,2}{15} = 0,47 \text{ м}^3,$$

что составляет 0,5% от величины  $V$ . Поэтому значение  $V_3$ , полученное по формуле парабол, можно считать достаточно точным.

Расхождение между значениями  $V_1 - V_3 = -14,2 \text{ м}^3$ , что составляет 15,65% от  $0,5 (V_1 + V_3)$ ; разность  $V_2 - V_3 = -5,7 \text{ м}^3$ , что составляет 6,0% от  $0,5 (V_2 + V_3)$ . Следовательно, более точное значение  $V_3$ , определяемое по формуле парабол (с ошибкой около 0,5%), можно получить при тех же исходных данных, что и по формуле трапеций. Поэтому для более точного определения объема траншеи целесообразно использовать формулу (269), вычисляя площади сечений траншеи в наиболее характерных точках.

Рассмотренные методы можно использовать для вычисления объемов выемок при строительстве каналов, автомобильных и железных дорог. При сложной конструкции земляного полотна и изменчивости рельефа местности для определения площади сечения используют графическое построение сечения, эффективно для этой цели используют компьютеры.

Для определения объема грунта в дамбе можно использовать формулы, применяемые для определения объема траншеи.

## 122. Геодезические разбивочные работы

На площадке будущего строительства в подготовительный период выполняют комплекс работ по созданию плановой и высотной геодезической основы, т.е. закрепленных на местности точек с известными плановыми координатами и высотами, они будут служить исходными пунктами для перенесения проекта сооружения в натуру и для выполнения исполнительной съемки.

Следующим этапом являются геодезические разбивки (или просто разбивки) – комплекс камеральных и полевых работ для

определения на местности с требуемой точностью пространственного положения точек, осей, плоскостей возводимого сооружения согласно рабочим чертежам проекта. По графическому, аналитическому или графо-аналитическому проекту сооружения путем разбивочных работ этот проект переносят на местность (в натуру).

Разбивку сооружений выполняют в три этапа. На первом этапе выполняют основные разбивочные работы. От пунктов геодезической основы по данным привязки на местности определяют положение главных или основных разбивочных осей и закрепляют их.

На втором этапе, начиная с возведения фундамента, выполняют детальную разбивку сооружений: от закрепленных точек главных и основных осей выносят продольные и поперечные оси отдельных строительных элементов сооружения, определяют уровень проектных высот.

Третий этап связан с разбивкой технологических осей оборудования. Главные оси, определяющие общее положение сооружения и его ориентировку (первый этап), могут быть определены со средней квадратической ошибкой 3-5 см, а иногда и грубее, детальная разбивка (второй этап) выполняется со средней квадратической ошибкой 2 - 3 мм и точнее, а разбивка технологических осей (третий этап) выполняют с точностью до миллиметра и десятых долей миллиметра.

### 123. Вынос в натуру проектных углов и длин линий

Разбивочные работы сводятся к нахождению на местности точек, определяющих геометрию сооружения. Плановое положение точек можно определить полярным методом, т.е. путем построения на местности относительно исходной стороны проектного направления (угла) и отложения по нему проектного расстояния от исходного пункта.

Проектный угол строят относительно известного направления ВА (рис. 167) и известной вершины угла В. Теодолит устанавливают над точкой В, приводят его в рабочее положение, т.е. центрируют, нивелируют и т.д. Перекрестие нитей зрительной трубы наводят на точку А и берут отсчет по горизонтальному кругу, к этому отсчету прибавляют проектный угол  $\beta$  и, укрепив алидаду, устанавливают вычисленный отсчет, при этом визирная ось трубы указывает направление ВС<sub>1</sub>, на местности фиксируют точку С<sub>1</sub>. Выполнив аналогичные действия при дру-

гом круге, получают точку С<sub>2</sub>. Из положений точек С<sub>1</sub>, С<sub>2</sub> определяют среднее, т.е. точку С, и полученный угол АВС принимают за проектный.

Для построения проектного угла с повышенной точностью угол АВС измеряют несколькими приемами и определяют его более точное значение  $\beta'$ . Число  $n$  приемов можно определить, исходя из следующих соображений. Так как  $\beta' = (\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n)/n$ , то, используя формулу средней квадратической ошибки функции при  $m_{\beta_1} = m_{\beta_2} = \dots = m_{\beta_n} = m_{\beta}$ , находим

$$(m_{\beta}')^2 = (m_{\beta_1}^2 + m_{\beta_2}^2 + \dots + m_{\beta_n}^2) / n^2 = \frac{nm_{\beta}^2}{n^2} = \frac{m_{\beta}^2}{n},$$

откуда

$$n = \frac{m_{\beta}^2}{(m_{\beta}')^2}, \quad (270)$$

где  $m_{\beta}$  - номинальная для данного теодолита средняя квадратическая ошибка измерения угла;  $m_{\beta}'$  - требуемая средняя квадратическая ошибка построения угла. Так, для построения угла с  $m_{\beta}' = 5''$  теодолитом 2Т15 ( $m_{\beta} = 15''$ ) его нужно измерить  $n = (15/5)^2 = 9$  приемами.

Определив  $\beta'$ , находят поправку

$$\Delta\beta = \beta' - \beta,$$

которую используют для уточнения построения угла. На рис. 167 отрезок

$$\Delta l = l \frac{\Delta\beta}{\rho}, \quad (271)$$

который при положительном значении откладывают от точки С вправо (если смотреть по линии ВС) в перпендикулярном ВС направлении и получают точку С'. При отрицательном значении  $\Delta l$  его откладывают влево от точки С. Угол АВС' равен проектному углу  $\beta$  с заданной точностью. Для контроля угол АВС' из-

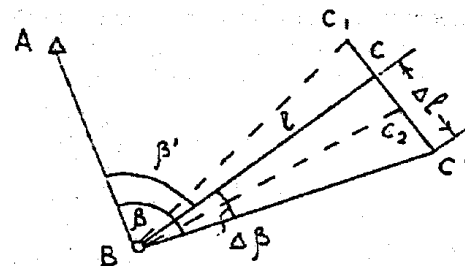


Рис. 167. Построение проектного угла

меряют. Если измеренное значение отличается от проектного  $\beta$  на допустимую величину, то измерения заканчивают. В противном случае выполняют дополнительные измерения для уточнения результата.

Средняя квадратическая ошибка откладывания отрезка

$$m_{\Delta l} = l \frac{m_{\Delta b}}{\rho} \quad (272)$$

При  $l = 150$  м,  $m_{\Delta b} = 2''$  имеем  $m_{\Delta l} = 150000 \text{ мм} \cdot 2''/206265'' = 1,5$  мм. С такой точностью  $\Delta l$  можно отложить рулеткой или линейкой с миллиметровыми делениями.

Для выноса в натуру проектной линии (отрезка)  $d_{пр}$  необходимо от исходной точки в заданном направлении отложить расстояние, горизонтальное проложение которого равно проектной величине. При этом поправки за наклон линии, компарирование, температуру вводят непосредственно в процессе построения отрезка, что затрудняет работу, особенно при ее высокой точности. Поэтому, как и при построении угла, в способе редуции, от исходной точки А (рис. 168) откладывают приближенное расстояние и закрепляют точку В'.

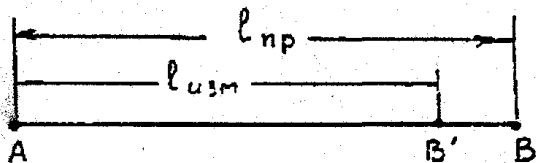


Рис. 168. Вынос в натуру проектного отрезка

Расстояние АВ' с необходимой точностью измеряют компарированными мерными приборами или дальномерами с учетом всех поправок, в итоге получают  $l_{изм}$ . Поправку  $\Delta l = l_{пр} - l_{изм}$  откладывают с соответствующим знаком от точки В'. Для контроля отрезок АВ измеряют и сравнивают полученное значение с проектным.

#### 124. Вынос в натуру проектных отметок, линий и плоскостей

Отметки в проекте сооружения дают от уровня «чистого пола» или условного уровня, поэтому предварительно их перевычисляют в систему высот исходных реперов. Для выноса в натуру точки с проектной отметкой  $H_{пр}$  нивелир устанавливают примерно посередине между точкой и репером с отметкой  $H_{рп}$ .

На репере и выносимой точке устанавливают рейки (рис. 169). По отсчету  $\alpha$  на установленной на репере рейке и отметке  $H_{рп}$  репера определяют горизонт прибора

$$ГП = H_{рп} + \alpha.$$

Для контроля ГП целесообразно получить по другому исходному реперу. На рис. 169 на определяемой точке отсчет

$$b = ГП - H_{пр} = H_{рп} + \alpha - H_{пр} \quad (273)$$

Рейку на проектной точке поднимают или опускают до тех пор, пока отсчет по средней нити зрительной трубы нивелира не будет равен  $b$ , в этот момент пятка рейки будет совпадать с проектной высотой. Ее отмечают, забивая колышек, проводя черту на строительной конструкции, и т.п. Для контроля выполняют нивелирование, определяют фактическую отметку выносимой точки и сравнивают ее с проектной. При недопустимых расхождениях работу повторяют.

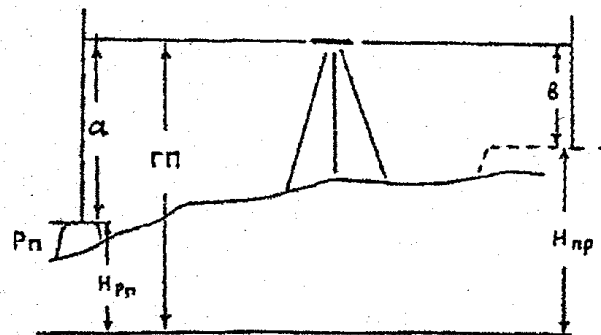


Рис. 169. Вынос в натуру проектной отметки

Для выноса отметок нескольких точек, находящихся на одной вертикальной плоскости (на стене или колонне), на ней отмечают проекцию визирной оси, т.е. отмечают ГП – горизонт прибора. От этой линии откладывают вверх или вниз соответственно значения  $b_i$  и отмечают проектные отметки точек.

Точность выноса проектной отметки согласно формуле (273) с учетом  $m_{\phi}$  ошибки фиксирования при  $m_a = m_b$

$$m_{пр}^2 = m_{рп}^2 + m_a^2 + m_b^2 + m_{\phi}^2 = m_{рп}^2 + 2m_a^2 + m_{\phi}^2 \quad (274)$$

## Разбивка на местности линии заданного уклона

Для построения линий проектных уклонов применяют нивелиры, теодолиты, лазерные приборы. Линии заданного уклона с помощью нивелира и реек выполняют двумя способами: горизонтальным лучом визирования и лучом, параллельным выносимой в натуру линии.

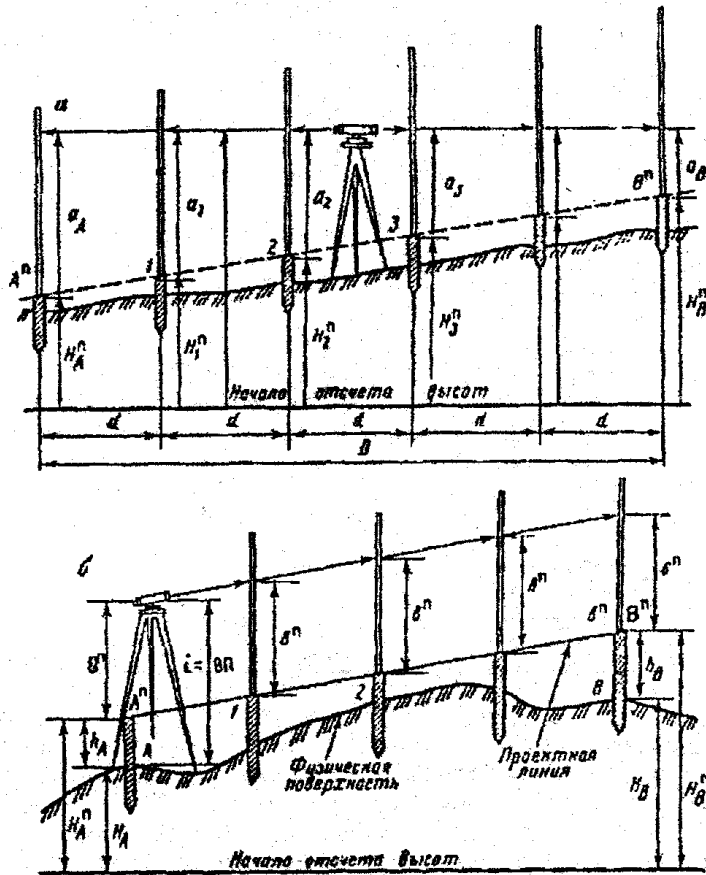


Рис. 170. Схемы разбивки линий заданного уклона

Способ горизонтального луча используют обычно при выносе на местности небольшого числа точек. Точка  $A_n$  закреплена (рис. 170, а) и находится на проектной высоте  $H_A^n$ . По заданному направлению откладывают расстояния  $d$  и отмечают на местно-

сти точки 1, 2, ...,  $n$ , которые следует затем установить на линии, проходящей через  $A_n$ , с заданным уклоном  $i$ . Нивелир устанавливают вблизи середины отрезка  $A''B''$  и приводят в рабочее положение, берут отсчет  $a_A$  по рейке в точке  $A''$ . Затем рейку перемещают в точку 1 и устанавливают ее, перемещая вверх – вниз, чтобы отсчет по рейке

$$a_1 = a_A - id.$$

Положение уровня пятки рейки фиксируют колышком 1. Аналогичным образом определяют точки 2, 3, ..., для которых  $a_2 = a_A - 2id$ ,  $a_3 = a_A - 3id$  и т.д. Для точки  $B'' a_B = a_A - id$ .

Если точка  $A''$  не вынесена на проектную линию, то рейку устанавливают на ближайшую точку с известной высотой  $H_{Pn}$ , берут отсчет  $\alpha$  и определяют ГП =  $H_{Pn} + \alpha$ , отсчеты по рейке на точках А, 1, 2, ..., В вычисляют по формулам  $a_A = \text{ГП} - H_A^n$ ;

$\alpha_1 = \text{ГП} - H_1^n$ ; ...,  $a_B = \text{ГП} - H_B^n$ , где  $H_A^n, H_1^n, \dots, H_B^n$  – проектные отметки выносимых в натуру точек, при этом отметка  $H_A^n$  должна быть задана, а отметки других точек находят с учетом уклона  $i$  и расстояния  $d$ , т.е.  $H_1^n = H_A^n + 2id$ ; ...,  $H_B^n = H_A^n + id$ .

При большом числе выносимых в натуру точек и при неодинаковом расстоянии между ними разбивку линии заданного уклона выполняют наклонным визирным лучом. Точки  $A''$  и  $B''$  должны находиться в проектном положении, на высотах  $H_A^n, H_B^n$ . Если расстояние АВ не превышает 100 – 150 м, то нивелир устанавливают у одной из крайних точек, например у точки А (рис. 170, б), так, чтобы один подъемный винт был направлен в точку В. Измеряют высоту прибора  $i = \text{ВП}$  и находят отсчет  $b'' = i - (H_A^n - H_B^n)$ . Наводят на рейку в точке В и вращением элевационного или подъемного винта устанавливают отсчет  $b''$  по рейке, при этом визирная ось устанавливается параллельно линии  $A''B''$ , и во всех точках при отсчете  $b''$  по рейке уровень пятки рейки будет совпадать с линией заданного уклона. В точках 1, 2, ... забивают колышки так, чтобы по установленным на них рейкам был отсчет  $b''$ .

При использовании теодолита его устанавливают над начальной точкой с проектной отметкой и измеряют высоту прибора. На вертикальном круге с учетом места нуля устанавливают отсчет, соответствующий проектному уклону, т.е.  $v = \text{arc tg } i$ ,



например, при  $i = 0,02$  имеем  $v = \text{arc tg } 0,02 = 1^{\circ}08'45''$ . Отметим на рейке или вехе высоту прибора, выполняют те же действия, что и при использовании нивелира.

### Вынос в натуру проектной плоскости

Для разбивки в натуре проектной плоскости можно использовать следующие методы [11].

#### 1. Применение нивелира с горизонтальной визирной плоскостью

В этом случае определяют проектные отметки расположенных на плоскости точек по проектному  $i_{\text{пр}}$  продольному и  $i_{\text{поп}}$  поперечному уклону проектной плоскости и по продольному  $d_{\text{пр}}$  и поперечному  $d_{\text{поп}}$  горизонтальным проложениям (рис. 171). Проектную отметку точки E (и любой другой точки) можно определить по формуле

$$H_E^n = H_A^n + i_{\text{пр}} \cdot d_{\text{пр}} + i_{\text{поп}} \cdot d_{\text{поп}}.$$

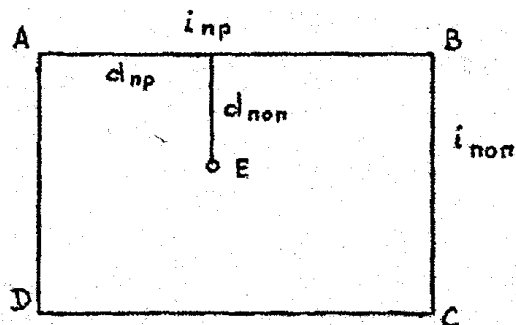


Рис. 171. Вынос в натуру проектной плоскости

Знак уклона положителен, если отметка точки B больше отметки точки A, и отрицателен, если  $H_A < H_B$ . Определив  $H_E^n$ , далее работу выполняют так же, как при выносе в натуру проектных отметок, т.е. вычисляют отсчет

$$b = H_A^n + \alpha - H_E^n$$

по рейке, установленной в точке E, при этом уровень пятки рейки дает положение проектной отметки на данной проектной плоскости. Таким способом получают проектные отметки необходимого числа точек на проектной плоскости.

#### 2. Использование нивелира с наклонной визирной плоскостью

Нивелир устанавливают так, чтобы его визирная плоскость была параллельна заданной проектной плоскости. Предварительно обычным методом выносят на местности не менее четырех основных точек проектной плоскости ABCD (рис. 171), определяющих направление его продольных и поперечных уклонов. Нивелир устанавливают так, чтобы два его подъемных винта были направлены по линии AB, а третий – по направлению AD. Установив рейки на две точки с известными проектными отметками, дающими направление продольного уклона, вращением двух подъемных винтов, параллельных линии продольного уклона, методом приближений добиваются одинаковых отсчетов по этим рейкам.

Затем выставляют еще одну рейку на третью точку, дающую с одной из первых двух направление поперечного уклона, и, вращая третий подъемный винт, добиваются на последних двух рейках одинакового отсчета. Убедившись, что отсчеты на все три точки одинаковы, для контроля берут отсчет на четвертую точку. Если отсчет  $b_n$  на эту точку будет такой же, как и на предыдущие, то установка нивелира окончена, и получившийся отсчет  $b_n$  записывают в журнал разбивки. На разбиваемой площадке устанавливают необходимое количество колышков. На каждый из них устанавливают рейку, и колышек забивают до тех пор, пока отсчет по рейке не будет равен  $b_n$ .

#### 125. Передача отметок на строительные горизонты

Для передачи проектных отметок точек в котловане или на верхних этажах здания опорные точки необходимо иметь на этих же горизонтах. Для этой цели устанавливают временный репер, например B (рис. 172), его отметку определяют от репера, расположенного на поверхности земли вблизи возводимого объекта. Рулетку подвешивают в вертикальном положении, ее нижний конец, для гашения раскачивания, погружают в емкость с вязкой жидкостью (маслом или водой, смешанной с опилками). Посередине между репером и зданием устанавливают нивелир на нижнем горизонте и берут отсчеты:  $a$  – по рейке, установленной на репере,  $г_n$  – по шкале рулетки. Нивелир переносят на верхний горизонт и берут отсчеты  $г_b$  – по шкале рулетки и  $b$  – по нивелирной рейке, поставленной на временный репер B, отметку которого вычисляют по формуле (см. рис. 172).

$$H_B = H_{Pn} + a + r_n - r_b - b. \quad (275)$$

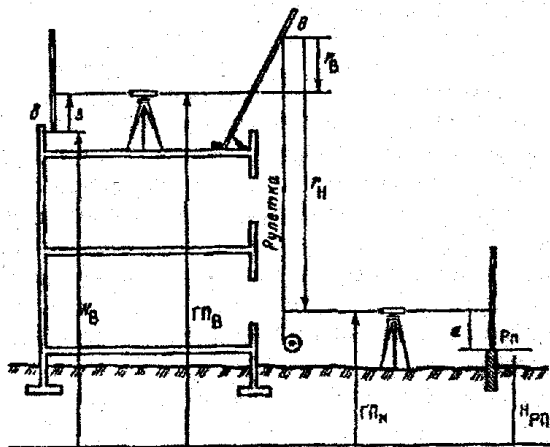


Рис. 172. Схема передачи отметки на этажи здания

Для контроля на верхнем и нижнем горизонтах при других высотах прибора делают отсчеты и повторно определяют

$$H'_B = H_{Pn} + a' + r'_n - r'_b - b'.$$

Разность  $H_B - H'_B$  не должна превышать 6 мм.

Аналогичным способом определяют отметку временного репера в котловане, в этом случае

$$H_B = H_{Pn} + a - r_n + r_b - b, \quad (276)$$

т.е. изменяются знаки при  $r_n$  и  $r_b$ .

## 126. Геодезические работы на строительной площадке

Графический, аналитический или графо-аналитический проект сооружения необходимо перенести в натуру, т.е. закрепить на местности точки, линии, плоскости, отмеченные в проекте. Как уже отмечалось, работа выполняется в три этапа. Сначала от пунктов геодезической основы выносятся на местность и закрепляют контур сооружения, этот этап называют **основными разбивочными работами**.

Следующий этап — **детальная разбивка**, при которой определяют на местности отдельные конструктивные элементы и части сооружения в плане и по высоте. Исходными при детальной разбивке являются точки и линии контура объекта, полученные при

основных разбивочных работах. Основное внимание уделяется высокой точности определения взаимного положения элементов сооружения. После закладки фундамента выполняют разбивки, связанные с монтажом строительных конструкций и технологического оборудования, при этом необходимо отметить высокую точность планового и высотного положения конструкций.

После выполнения очередного этапа строительного-монтажных работ выполняют контрольную исполнительную съемку, результаты которой являются основным документом при сдаче готового объекта заказчику или передачи его другой организации для продолжения строительства. Кроме того, выполняют исполнительную съемку в масштабе 1 : 500 или 1 : 1000 всей территории строительства. Съемку подземных коммуникаций выполняют в процессе строительства в открытых траншеях. По результатам исполнительной съемки составляют **исполнительный генеральный план** объекта.

Для определения деформаций возводимого сооружения предусматривают специальные геодезические наблюдения, которые должны выполняться с начала строительства и продолжаться несколько лет до стабилизации объекта наблюдений. Циклы измерений с высокой точностью выполняют через определенные промежутки времени. Если результаты таких наблюдений соответствуют расчетным, то это свидетельствует о высоком качестве проекта и его реализации в отношении оснований и конструкции фундамента. В противном случае результаты измерений позволяют установить причину деформаций и принять меры к их устранению, а позже убедиться в эффективности принятых мер.

## Проектная документация

Возведение любого сооружения выполняют по проекту, в который входят различные графические и текстовые документы. Основным является **генеральный план (генплан)**, который составляют в масштабе 1 : 500 – 1 : 2000 на топографической основе (топографическом плане) того же масштаба. На генплане показывают все проектируемые проезды, здания и сооружения с указанием их назначения. Генплан сложных объектов дополняют специальным чертежом, на котором отмечают геодезические пункты на строительной площадке, координаты и высоты важнейших точек проекта, определенных в результате аналитической подготовки проекта.

На основании этих документов составляют **разбивочные чертежи**, необходимые для перенесения в натуру основных осей сооружения. На разбивочных чертежах фиксируют горизонтальные углы и расстояния, необходимые для перенесения на местность точек, линий, плоскостей.

Детальную разбивку сооружений выполняют по **рабочим чертежам**, на которых даны крупномасштабные планы и профили всех частей сооружения, включая планы фундаментов, с обозначением строительных осей и расстояний между ними. Строительные оси делят на продольные и поперечные. На рис. 173 строительные оси показаны тонкими линиями. Продольные оси обозначают заглавными буквами русского алфавита, а поперечные – арабскими цифрами. Строительные оси делят на главные, основные и промежуточные. Главными называют оси, которые делят сооружение на симметричные части (на рис. 173 это оси Б и 3).

**Основные (крайние) оси** дают общий контур сооружения (оси А, В, 1, 5). Все остальные оси, находящиеся между основными, называют **промежуточными**, или **внутренними**. Расстояния между осями должны учитывать использование в процессе возведения, ремонта и реконструкции унифицированных строительных конструкций и подъемно-транспортных механизмов, поэтому при составлении проекта расстояния между строительными осями назначают кратным модулю М. Величина основного модуля равна 100 мм. Кроме основного используют укрупненные модули: 3М = 300 мм, 10М = 1000 мм, 50М = 5000 мм.

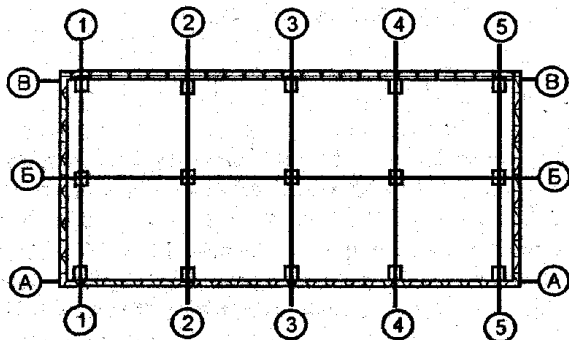


Рис. 173. Схема строительных осей

Размещение строительных осей относительно конструктивных элементов здания называют **привязкой строительных осей**, которую задают расстоянием от строительной оси до грани

или оси элемента конструкции. Кроме отмеченной документации используют ряд других документов. Геодезические работы на строительной площадке выполняют на основе проекта производства геодезических работ (ППГР), который является частью проекта производства строительства (ППС). При составлении ППГР учитывают календарные графики строительства, разработанные в проекте организации строительства (ПОС).

### Точность разбивок и строительные допуски

На первом этапе при разбивке основных осей сооружения допустимые ошибки обычно определяют по формуле

$$\Delta_{\text{осн.}} = \delta M,$$

где  $\delta$  – ошибка определения на плане координат точки или длины линии, М – знаменатель масштаба плана. При  $\delta = 0,2$  мм для генплана в масштабе 1 : 1000 имеем  $\Delta_{\text{осн.}} = 0,2$  м. Значение  $\Delta_{\text{осн.}}$  характеризует допустимую ошибку разбивки только одной точки сооружения. Положение остальных точек сооружения относительно друг друга определяют в соответствии с допусками на детальную разбивку.

Точность детальной разбивки сооружения зависит от характера здания и устанавливается, строительными нормами и правилами (СНиП). Наиболее высокая точность требуется при разбивке для монтажа металлических конструкций (средние квадратические ошибки построения углов – 10", расстояний – 1 : 15000, высот – 1 мм). Эти же параметры при возведении многоэтажных кирпичных и монолитных железобетонных зданий – 30", 1 : 2000, 5 мм. Земляные сооружения разбивают с ошибками 60", 1 : 500 и 50 мм соответственно.

Следует заметить, что номинальные значения какой-либо проектной величины не являются абсолютно точными, их задают наименьшим  $l_{\text{min}}$  и наибольшим  $l_{\text{max}}$  значениями, что соответствует верхнему  $\delta^{\text{в}}$  и нижнему  $\delta^{\text{н}}$  предельным отклонениям от номинала  $l_0$ :

Разность  $\Delta = \delta^{\text{в}} - \delta^{\text{н}}$  называют **проектным допуском**. Отклонения элементов сооружения от проектного не одинаково изменяют функциональные (эксплуатационные) свойства объекта. Поэтому вводят понятие **функциональных допусков**, каждый из которых характеризует нарушение проектного положения рассматриваемого элемента конструкции. Основными из них являются: отклонение от прямолинейности (изгиб); зазор между

примыкающими элементами; величина несоосности смежных элементов; отклонение оси элемента от горизонтали или вертикали и др.

Отмеченные погрешности установки строительных конструкций в проектное положение зависят от ошибок: изготовления конструкций; геодезической разбивки; отклонений установки конструкции от данных разбивки и т.п. Для устранения ошибок разбивки на качество монтажа объекта допуск на ошибки геодезических разбивок принят в четыре раза меньше общего строительного допуска. Средние квадратические ошибки геодезических работ при строительстве зданий и сооружений различной сложности приведены в действующих строительных нормах и правилах (СНиП 11-02-96) и сводах правил по инженерным изысканиям для строительства (СНиП 11-104-97).

Если ошибки установки конструкции в проектное положение имеют систематический характер (например, размеры однотипных конструкций отличаются от номинальных), то при продвижении монтажных работ эта ошибка, накапливаясь, может превысить установленный допуск. Для исключения этого явления проектировщики должны предусмотреть компенсацию этой ошибки, например путем увеличения опорных площадок, на которые устанавливают строительные конструкции.

Ошибка  $\delta_i$  вынесенной на местность величины

$$\delta_i = l_i - l_0,$$

где  $l_i$ ,  $l_0$  – фактическое и проектное значение откладываемой величины. Значение  $\delta_i$  определяют при специальных контрольных геодезических измерениях. Величина допустимой ошибки разбивки в ряде случаев зависит от ее направления. Так, при разбивке сооружений их смещение по линии застройки не так заметно, как по перпендикуляру к линии фасадов.

### 127. Геодезическая сеть на строительной площадке

Пункты геодезической сети на строительной площадке используют для перенесения на местность основных осей сооружения, поэтому их называют пунктами разбивочной геодезической основы, которые при необходимости используют для построения локальных разбивочных сетей отдельных зданий и сооружений. После завершения строительства эти пункты являются основой крупномасштабных исполнительных съемок подготовленных к сдаче объектов. Иногда их можно использовать в

качестве геодезической основы при наблюдении за осадками и деформациями возведенных зданий и сооружений. Пункты геодезического обоснования для изыскательских работ обычно не используют в качестве разбивочной основы, так как они не отвечают требованиям к разбивочной геодезической сети по точности, плотности и положению пунктов.

Проект геодезической разбивочной основы составляют согласно генеральному плану, чтобы при размещении пунктов геодезической сети учесть положение существующих и проектируемых сооружений, дорог, коммуникаций и т.п. Точность угловых, линейных измерений и превышений зависит от характера строительства и согласно требованиям СНиП 3.01.03-84 приведена в табл. 33 [9].

Таблица 33

Величины средних квадратических погрешностей построения разбивочной сети строительной площадки

Характеристика объекта строительства	Величина средней квадратической погрешности построения разбивочной сети строительной площадки		
	угловые измерения, с	линейные измерения	определение превышения на 1 км хода, мм
Предприятия и группы зданий (сооружений) на участках площадью более 1 км <sup>2</sup> ; отдельно стоящие здания (сооружения) с площадью застройки более 100 тыс. м <sup>2</sup>	3	1/25 000	4
Предприятия и группы зданий (сооружений) на участках площадью менее 1 км <sup>2</sup> ; отдельно стоящие здания (сооружения) с площадью застройки от 10 до 100 тыс. м <sup>2</sup>	5	1/10 000	6
Отдельно стоящие здания (сооружения) с площадью застройки менее 10 тыс. м <sup>2</sup> ; дороги, инженерные сети в пределах застраиваемых территорий	10	1/5000	10
Дороги, инженерные сети вне застраиваемых территорий; земляные сооружения, в том числе вертикальная планировка	10	1/2000	10

При составлении проекта геодезической основы на строительной площадке предусматривают ее привязку к пунктам государственной геодезической сети.

В жилищном и гражданском строительстве на местности закрепляют красные линии, координаты вершин которых обычно определяют путем прокладывания полигонометрических ходов с привязкой к городским и государственным сетям, а высоты — геометрическим нивелированием. В промышленном строительстве геодезической основой является строительная сетка, образующая при пересечении квадраты или прямоугольники со сторонами 50, 100, 200 м.

Вершины квадратов или прямоугольников закрепляют специальными долговременными центрами. Линии строительной сетки строят параллельно осям основных проездов и сооружений так, чтобы обеспечить сохранность большинства пунктов путем размещения их вне зоны земляных работ. Координаты вершин сетки определяют в общегосударственной системе и в системе строительной сетки, в последнем случае оси абсцисс и ординат параллельны линиям сетки, а начало координат совмещают с юго-западным углом сетки. Линии сетки нумеруют через 100 м.

Выбор способа создания разбивочной основы зависит от размеров участка, особенностей местности, характера строительства и требуемой точности.

### 128. Вертикальное проектирование точек

При решении многих задач инженерной геодезии используют приборы вертикального проектирования (ПВП), что связано с увеличением этажности массовой застройки, созданием уникальных объектов ядерной энергетики, специальных технологических линий и т.п. При этом возрастают требования к точности инженерно-геодезических работ, усложняются условия измерений. Приборы вертикального проектирования позволяют более эффективно передавать плановые координаты выше и ниже исходной точки, контролировать вертикальность сооружений и т.п.

ПВП обычно делят на механические и оптические. В механических приборах отвесная линия реализуется струной с грузом или стержнем. В прямом отвесе струна устанавливается в вертикальное положение подвешенным грузом, помещенным в жидкость (масло, воду с опилками и др.). В обратном отвесе нижний конец струны (проволоки) закрепляют, а верхний натягивают динамометром, в вертикальное положение струна устанавливается при помощи двух взаимно перпендикулярных уровней. Прикрепленный к верхнему концу проволоки плавающий в жидкости поплавки также удерживает проволоку в отвесном поло-

жении. Точность механических центриров зависит от их конструкции, способа фиксации отсчета и высоты проектирования.

Наибольшее распространение получили оптические центриры, которые по точности делят на технические, точные и высокоточные. Технические центриры обычно встроены в теодолиты, тахеометры и др., их точность  $1 : 5000 - 1 : 10000$  при расстоянии 10 – 20 м. Точные и высокоточные центриры являются самостоятельными приборами, по способу установки визирной оси в отвесное положение их делят на уровенные и центриры с компенсатором. Относительная ошибка проектирования точки точными центрирами равна  $1 : 30000 - 1 : 50000$  при расстоянии до 150 м. Компенсаторы в точных центрирах позволяют устанавливать визирную ось с точностью  $1''$ .

Высокоточные центриры позволяют устанавливать визирную ось в отвесное положение с ошибкой менее  $1''$ , имеют зрительную трубу с увеличением 30 – 40<sup>x</sup> и позволяют выполнять проектирование с относительной ошибкой  $1 : 100000$  при расстоянии 250 – 500 м.

При строительстве инженерных сооружений и монтаже технологического оборудования широко используют точные и высокоточные геодезические центриры. Кроме того, оптическое проектирование можно выполнить способом отвесных плоскостей, в котором вертикальную линию получают путем пересечения двух примерно взаимно перпендикулярных вертикальных плоскостей, полученных теодолитами.

В СССР изготавливали оптические центриры ЦО-1, «Зенит ОЦП», «Надир ОЦП», которые позволяют выполнять центрирование с относительной ошибкой  $1 : 100000$  при расстоянии до 250 м. Прецизионный оптический центрир PZL (б. ГДР) по своему назначению и области применения соответствует отечественному центриру ОЦП. PZL создан на базе нивелира Ni-007 с компенсатором, имеет в подставке оптический центрир для установки над точкой, горизонтальный круг с ценой деления  $10'$ . Проектирование точек по вертикали выполняют по специальной палетке при установках лимба 0, 90, 180 и 270°. Корпус цилиндрической формы имеет входное отверстие в его верхней части. Лучи от предмета через объектив попадают на прямоугольную призму, подвешенную на нитях в виде маятника, которая является компенсатором угла наклона оси вращения прибора. Затем лучи через дополнительную призму направляются в окуляр, изо-

бражение предметов – прямое. Колебания маятника гасятся воздушным демпфером.

Горизонтирование PZL выполняют по круглому уровню, точная установка визирной оси зрительной трубы в отвесное положение выполняется автоматически с помощью компенсатора.

Построение отвесной линии ПВП выполняют следующим образом. ПВП устанавливают над проектируемой точкой на исходном горизонте. Над этой точкой в плитах перекрытий всех этажей оставляют небольшие отверстия. В отверстиях верхнего перекрытия укрепляют наклеенную на оргстекло палетку (сетку взаимно перпендикулярных линий через 5 мм размером не менее 100 x 100 мм). ПВП устанавливают так, чтобы нить сетки зрительной трубы была параллельна линиям палетки, берут отсчет  $x'$  по шкале X палетки. Поворачивают прибор на  $180^\circ$ , берут отсчет  $x''$  и вычисляют среднее значение  $x = 0,5 / x' + x''$ , аналогичным образом находят  $y = 0,5 / y' + y''$ . Эти измерения составляют один прием. Для повышения точности выполняют от двух до пяти приемов. В результате находят  $x_{ср}$ ,  $y_{ср}$ , которые и откладывают на палетке и находят вертикальную проекцию исходной точки.

### 129. Способы разбивочных работ

Выбор способа получения на местности планового положения точек зависит от вида геодезической сети на строительной площадке, особенностей местности и возводимого сооружения и других причин. Реализация того или иного способа заключается в основном в построении на местности заданных углов и расстояний. Для контроля положения вынесенной на местности точки ее координаты определяют другим независимым способом. Полевые разбивочные и контрольные работы выполняют по разбивочным чертежам, составленным по специальным расчетам, в которых исходными служат координаты опорных и проектных точек.

#### 1. Способ прямоугольных координат

Этот способ обычно применяют в случаях, когда геодезической основой является строительная сетка (рис. 174), ее вершины А, В, С, D закреплены на местности. Для выноса точки К (точка сооружения) по линии AD откладывают отрезок  $d_1 = Y_K - Y_A$  и по перпендикулярному AD направлению отрезок  $d_2 = X_K - X_A$ . Для построения отрезков  $d_1$  и  $d_2$  теодолит устанавливают над точкой А и приводят его в рабочее положение. Перекрестие ни-

тей зрительной трубы наводят на точку D и от точки А в створе линии AD, фиксируемой теодолитом, откладывают горизонтальное проложение  $d_1$  и получают точку P. Теодолит переносят и устанавливают над точкой P, приводят его в рабочее положение, откладывают прямой угол APP'. По направлению PP' от точки P откладывают горизонтальное проложение  $d_2$ , получают точку К, закрепляют ее.

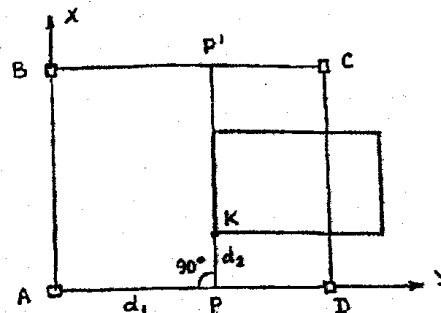


Рис. 174. Способ прямоугольных координат

Средняя квадратическая ошибка положения точки К выражается формулой [14]

$$m_K^2 = m_{\Delta x}^2 + m_{\Delta y}^2 + \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2 \Delta x^2 + m_{исх}^2 + m_{ц}^2 + m_{\phi}^2, \quad (277)$$

где  $m_{\Delta x}$ ,  $m_{\Delta y}$  – средние квадратические ошибки откладывания приращения координат;  $m_\beta$  – средняя квадратическая ошибка построения угла в точке P;  $m_{исх}$ ,  $m_{ц}$ ,  $m_{\phi}$  – средние квадратические ошибки исходных данных, центрирования теодолита и фиксации точки К соответственно. Центрирование теодолита и фиксирование точки обычно равны  $m_{ц} = m_{\phi} = 1$  мм. При стороне строительной сетки 200 м и положении точки К в середине квадрата ( $\Delta x = \Delta y = 100$  м) и при относительной ошибке откладывания  $\Delta x$  и  $\Delta y$  1 : 10000 получим  $m_{\Delta x} = m_{\Delta y} = 10000/10000 = 10$  мм.

При  $m_\beta = 10''$   $\left(\frac{m_\beta}{\rho}\right) \Delta x = 10'' \cdot 10000/206265'' = 5$  мм,  $m_{\phi} = 1$  мм.

Принимая  $m_{исх} = 10$  мм, по формуле (277) находим

$$m_K = \sqrt{10^2 + 10^2 + 5^2 + 10^2 + 1^2 + 1^2} = 18 \text{ мм.}$$

Значения  $m_{ц} \approx m_{\phi}$  по малости можно не учитывать.

## 2. Способ полярных координат

Этот способ широко применяется при разбивке зданий, сооружений и конструкций с пунктов полигонометрических и теодолитных ходов при малом расстоянии между исходными и выносимыми пунктами. Положение точки К на местности определяют путем откладывания от твердой линии АВ угла  $\beta$  и по полученному направлению АК горизонтального проложения  $d$ . Угол  $\beta = \alpha_A - \alpha_{AK}$ , где  $\alpha_A, \alpha_{AK}$  — дирекционные углы линий АВ и АК соответственно. Горизонтальное проложение  $d$  определяют по формулам

$$d = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2} = \Delta x \cos \alpha + \Delta y \sin \alpha.$$

Для контроля (рис. 175) положение точки К можно получить от опорной точки В, отложив от твердой линии ВА угол  $\beta'$  и по полученному направлению горизонтальное проложение  $d'$ .

Средняя квадратическая ошибка выноса на местность точки К определяется формулой

$$m_K = \sqrt{m_{исх}^2 + m_{ц}^2 + m_{\phi}^2 + m_d^2 + \left(\frac{m_{\beta}}{\rho}\right)^2 d^2}.$$

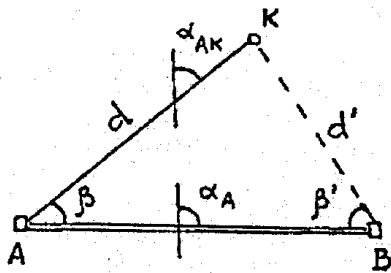


Рис. 175. Способ полярных координат

При  $m_{ц} = m_{\phi} = 1$  мм,  $m_d/d = 1/5000$ ,  $d = 100$  м,  $m_{исх} = 10$  мм,

$$m_{\beta} = 10'', m_d = \left(\frac{m_d}{d}\right) d = 100000/5000 = 20 \text{ мм имеем}$$

$$m_K = \sqrt{10^2 + 1^2 + 1^2 + 20^2 + (10''/205265'')^2 100000^2} = 23 \text{ мм}$$

Из приведенных расчетов видно, что уменьшение ошибки в положении точки К возможно при существенном уменьшении ошибки откладывания проектного горизонтального проложения.

## 3. Способ прямой угловой засечки

В этом способе положение проектной точки К (рис. 176) определяют путем откладывания в опорных точках А и В от опорной линии АВ проектных углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Базисом  $b$  является сторона разбивочной сетки или его измеренное значение. Проектные углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  вычисляют как разность дирекционных углов сторон, которые определяют из решения обратной геодезической задачи на плоскости по проектным координатам исходных пунктов и определяемой точки.

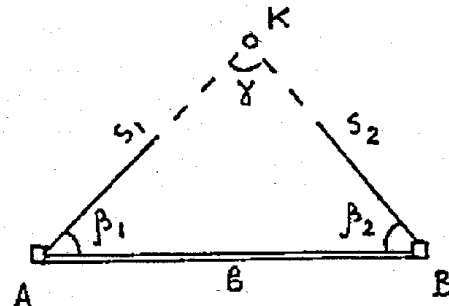


Рис. 176. Способ прямой угловой засечки

Точность разбивки рассматриваемым способом зависит от ошибки самой засечки, исходных данных, центрирования теодолита и визирной цели, фиксации определяемой точки. Значение

$$m_K^2 = m_3^2 + m_{исх}^2 + m_{ц}^2 + m_{\phi}^2. \quad (278)$$

Средняя квадратическая ошибка

$$m_3 = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}.$$

Значение

$$m_x = \frac{m_{\beta}}{\rho \sin \gamma} \sqrt{s_1^2 \cos^2 \beta_2 + s_2^2 \cos^2 \beta_1}; \quad (279)$$

$$m_y = \frac{m_{\beta}}{\rho \sin \gamma} \sqrt{s_1^2 \sin^2 \beta_2 + s_2^2 \sin^2 \beta_1}.$$

С учетом полученных величин

$$m_3 = \frac{m_{\beta}}{\rho \sin \gamma} \sqrt{s_1^2 + s_2^2} + \frac{m_{\beta} b}{\rho \sin^2 \gamma} \sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}. \quad (280)$$

В формулах (279), (280)  $m_{\beta}$  – средняя квадратическая ошибка откладывания углов  $\beta_1, \beta_2$ . Для приближения расчетов, принимая  $s_1 \approx s_2 = s$ , вместо (280) имеем

$$m_3 = \frac{sm_{\beta}}{\rho \sin \gamma} \sqrt{2}. \quad (281)$$

Ошибка исходных данных приводит к [14]

$$m_{исх} = \frac{m_{AB}}{\sin \gamma} \sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2} = \frac{m_{AB}}{b} \sqrt{s_1^2 + s_2^2}. \quad (282)$$

Для приближенных расчетов, полагая  $s_1 \approx s_2 = s$ :

$$m_{исх} = \frac{m_{AB}}{b} s \sqrt{2}. \quad (283)$$

Значения  $m_{\alpha}$  и  $m_{\beta}$  обычно являются небольшими и их можно не учитывать. Подставляя в формулу (278) значение  $m_3$  и  $m_{исх}$  из формул (280) и (282), находим

$$m_K^2 = \left( \frac{m_{\beta}^2 b^2}{\rho^2 \sin^2 \gamma} + m_{AB}^2 \right) \frac{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}{\sin^2 \gamma} = \left( \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2 \sin^2 \gamma} + \frac{m_{AB}^2}{b^2} \right) (s_1^2 + s_2^2). \quad (284)$$

При  $s_1 \approx s_2 = s, \gamma \approx 90^\circ, b^2 = s_1^2 + s_2^2$

$$m_K^2 = \left( \frac{m_{\beta}}{\rho} \right)^2 b^2 + m_{AB}^2. \quad (285)$$

Для выяснения точности откладывания угла  $\beta$  из формулы (285) имеем

$$m_{\beta} = \frac{\rho}{b} \sqrt{m_K^2 - m_{AB}^2}. \quad (286)$$

При  $b = 600$  м,  $m_K = 20$  мм,  $m_{AB} = 10$  мм по формуле (286) получаем

$$m_{\beta} = \frac{206265''}{600000} \sqrt{20^2 - 10^2} = 5,9''.$$

Для определения выносимой точки К с повышенной точностью после определения точки К на местности на пунктах А и В

соответствующим числом приемов измеряют углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Измеряют также угол  $\gamma$  на точке К. Распределив невязку в треугольнике поровну на все три угла, вычисляют  $x_K, y_K$  по формулам котангенсов (Юнга):

$$x_K = \frac{x_A \operatorname{ctg} \beta_2 + x_B \operatorname{ctg} \beta_1 + y_B - y_A}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2};$$

$$y_K = \frac{y_A \operatorname{ctg} \beta_2 + y_B \operatorname{ctg} \beta_1 + x_B - x_A}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}. \quad (287)$$

Вычисления по формулам (287) удобно вести по следующей схеме

$$\begin{array}{cc|cc} x_A & y_A & x_B & y_B \\ \hline +1 & \operatorname{ctg} \beta_2 & -1 & \operatorname{ctg} \beta_1 \\ \hline & \operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2 & & \\ x_K & y_K & & \end{array}$$

Числитель первой формулы (287) получают, складывая результаты решения определителей, а числитель второй – путем складывания произведений элементов верхней строки на находящиеся под ними элементы нижней. Если смотреть на пункт К, то пункт А должен быть слева, а пункт В – справа.

Сравнивая полученные координаты с их проектными значениями, определяют поправки (редукции), по которым смещают (редуцируют) приближенно вынесенную точку К.

#### 4. Способ обратной угловой засечки

На местности находят приближенное положение К' выносимой проектной точки К (рис. 177). Над точкой К' устанавливают теодолит и с требуемой точностью измеряют углы  $\beta_1, \beta_2$  как минимум на три опорные точки с известными координатами. По формулам обратной угловой засечки вычисляют координаты точки К' и сравнивают их с проектными значениями. По разности координат определяют величины редукций  $\Delta x, \Delta y$  или угловой  $\theta$  и линейный  $e$  элементы и смещают точку в проектное положение К. Для контроля на точке К измеряют углы и по ним вычисляют координаты точки К и сравнивают их с проектными. При недопустимых расхождениях измерения повторяют.



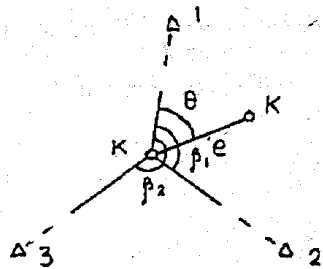


Рис. 177. Способ обратной угловой засечки

Вычисление координат точки К можно выполнить по формулам [16]

$$x = x_1 + \Delta x, \quad y = y_1 + \Delta y,$$

$$\Delta x = \frac{k_1 \operatorname{tg} \alpha - k_2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{k_3 \operatorname{tg} \alpha - k_4}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad \Delta y = \Delta x \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k_4 - k_2}{k_3 - k_1}; \quad (288)$$

$$k_1 = (x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_2 - y_1);$$

$$k_2 = (y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 - (x_2 - x_1);$$

$$k_3 = (x_3 - x_1) \operatorname{ctg} \beta_2 + (y_3 - y_1);$$

$$k_4 = (y_3 - y_1) \operatorname{ctg} \beta_2 - (x_3 - x_1).$$

Вычисления по этим формулам удобно выполнять по следующей схеме:

$x_1$	$y_1$	$x_2 - x_1$	$y_2 - y_1$	$x_3 - x_1$	$y_3 - y_1$	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k_4 - k_2}{k_3 - k_1}$
$x_2$	$y_2$	$-1$	$\operatorname{ctg} \beta_1$	$-1$	$\operatorname{ctg} \beta_2$	$\Delta x = \frac{k_1 \operatorname{tg} \alpha - k_2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$
$x_3$	$y_3$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$\Delta x^1 = \frac{k_3 \operatorname{tg} \alpha - k_4}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$

Контроль:  $\Delta x = \Delta x^1$        $\Delta y = \Delta x \operatorname{tg} \alpha$

Значения  $k_1, k_3$  получают из решения определителей, а  $k_2, k_4$  — путем суммирования результатов умножения элементов верхней строки на лежащие под ними элементы нижней строки.

Точность разбивки способом обратной угловой засечки зависит от ошибки засечки, исходных данных, центрирования теодолита и визирных целей, фиксации выносимой точки и редуцирования. При большом расстоянии от определяемой до исходных

точек наиболее существенными будут влияние ошибок засечки и исходных данных.

Средние квадратические ошибки координат точки К методом обратной угловой засечки [16]

$$m_x = \frac{m_\beta}{2F} \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (x_1' - x_3')^2}; \quad (289)$$

$$m_y = \frac{m_\beta}{2F} \sqrt{(y_2' - y_1')^2 + (y_1' - y_3')^2},$$

где  $m_\beta$  — средняя квадратическая ошибка измерения угла.

Средняя квадратическая ошибка положения определяемой точки

$$M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \frac{m_\beta}{2F} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (290)$$

Если на пункте К измеряли направления способом круговых приемов, то

$$M = \frac{m_H}{2F} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}, \quad (291)$$

где  $m_H$  — средняя квадратическая ошибка направления.

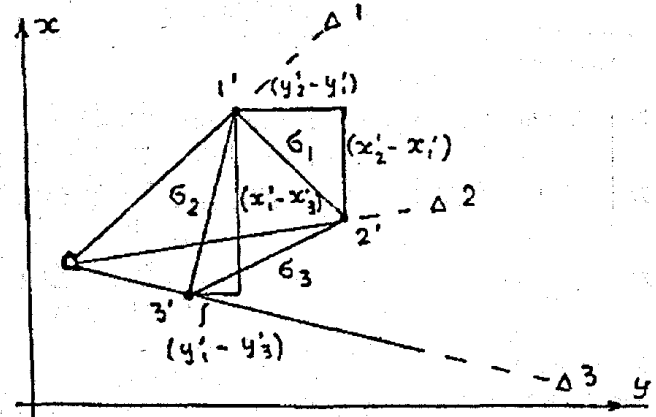


Рис. 178. Элементы инвертного треугольника

Входящие в формулы (289) — (291) площадь  $F$  и стороны  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  инвертного (обращенного) треугольника  $1'2'3'$  измеряют по схеме (рис. 178), на которой в произвольном масштабе по направлениям на пункты 1, 2, 3 откладывают величины  $r_i = r/s_i$ ,

где  $s_i$  – расстояние от пункта К до пункта  $i$ , получают обращенный треугольник 1'2'3' со сторонами  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Если точки 1', 2', 3' лежат на одной прямой, то площадь  $F = 0$ ,  $m_x = m_y = M = \infty$ , т.е. имеем неопределенность решения обратной угловой засечки.

Для приближенных расчетов в [14] приведены формулы

$$m_3 = \frac{m_\beta s_{cp} \sqrt{2}}{\rho \sin(\beta_2 + \omega_{123})} \times \frac{s_{cp}}{b_{cp}};$$

$$m_u = \frac{m_{123}}{\sin \tau} \times \frac{s_{cp}}{b_{cp}} \sqrt{4 + \cos \tau},$$

где  $m_{123} = m_1 = m_2 = m_3$  – ошибки в положении исходного пункта;  $\omega_{123} =$  углу 123;  $\tau = \beta_2 + \omega_{123} - 180^\circ$ ;  $b_{cp} = b_{12} \approx b_{13}$ .

При  $s_{cp} = 1400$  м,  $b_{cp} = 2100$  м,  $\beta_2 = 220^\circ$ ,  $\omega_{123} = 85^\circ$ ,  $m_\beta = 2''$ ,  $m_{123} = 5$  мм находим

$$m_3 = \frac{2'' \times 1400 \sqrt{2}}{206265 \sin 85^\circ} = \frac{1400}{2100} = 12,8 \text{ мм},$$

$$m_u = \frac{5 \text{ мм} \times 1400 \text{ м}}{2100 \text{ м} \sin 125^\circ} \sqrt{4 + \cos 125^\circ} = 7,5 \text{ мм},$$

$$m_k = \sqrt{m_3^2 + m_u^2} = 14,8 \text{ мм}.$$

## 5. Способ линейной засечки

В этом способе положение проектной точки К на местности определяют в пересечении проектных расстояний  $d_1$  и  $d_2$ , его применяют в основном для разбивки осей строительных конструкций при  $d_1$  и  $d_2$  меньше длины мерного прибора. Одной рулеткой от А откладывают  $d_1$ , а рулеткой от точки В – отрезок  $d_2$ . Пересечение отрезков  $d_1$  и  $d_2$  (при совмещении нулей рулеток с точками А и В) дает определяемую точку К (рис. 179).

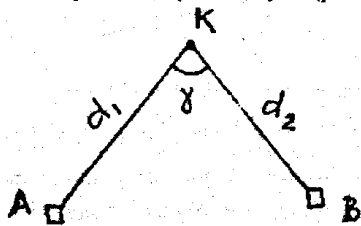


Рис. 179. Линейная засечка

Средняя квадратическая ошибка  $m_{лз}$  линейной засечки при одинаковой точности откладывания отрезков  $d_1$  и  $d_2$  [14]

$$m_{лз} = \frac{m_d \sqrt{2}}{\sin \gamma}. \quad (292)$$

Величина ошибок исходных данных в линейной засечке

$$m_{исх} = \frac{1}{\sin \gamma} \sqrt{\frac{m_A^2 + m_B^2}{2}}.$$

При  $m_A = m_B = m_{AB}$

$$m_{исх} = \frac{m_{AB}}{\sin \gamma}.$$

Общая ошибка

$$m_k = \frac{1}{\sin \gamma} \sqrt{2m_d^2 + m_{AB}^2}. \quad (293)$$

Средняя квадратическая ошибка откладывания отрезка  $d \approx d_1 \approx d_2$

$$m_d = \sqrt{\frac{m_k^2 \sin^2 \gamma - m_{AB}^2}{2}}. \quad (294)$$

При  $\gamma = 90^\circ$ ,  $m_k = 10$  мм,  $m_{AB} = 5$  мм находим

$$m_d = \sqrt{\frac{100 - 25}{2}} = 6 \text{ мм}.$$

## 6. Способ пересечения створов

В этом способе положение точки К определяют при пересечении створов  $T_1 T'_1$  и  $T_2 T'_2$ . Створы на местности задают точками их пересечения с опорными сторонами. Положение точек  $T_1, T_2$  определяют горизонтальными проложениями  $d_1$  и  $d_2$  от опорной точки Е по опорным линиям ВА и ВС, а точек  $T'_1, T'_2$  –  $d'_1, d'_2$  от опорной точки Е по линиям EF и ED. Способ пересечения створов (рис. 180) обычно используют для выноса в натуру труднодоступных точек, когда использование других методов затруднено.

Преимущество этого способа в том, что створы  $T_1 T'_1$  и  $T_2 T'_2$  и точку К легко восстановить, что обеспечивает опера-

тивный контроль точки К в процессе строительства при минимальном объеме геодезических работ.

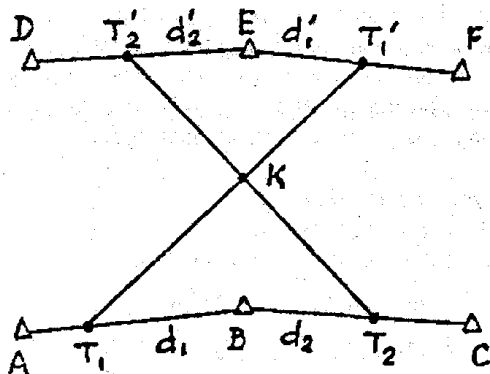


Рис. 180. Пересечение створов

Средняя квадратическая ошибка  $M_K$  положения точки К зависит от средних квадратических ошибок  $m_1$  и  $m_2$  определения створов и угла  $\gamma$ , под которым эти створы пересекаются [9]

$$M_K = \frac{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}{\sin \gamma}$$

При  $m_x = m_y = 5$  мм,  $\gamma = 90^\circ$   $M_K = 7,1$  мм.

### 7. Способ бокового нивелирования

Этот способ часто применяют для выноса осей при детальной разбивке и для установки строительных конструкций в проектное положение (рис. 181). Пересечение К линии АВ с конструкцией

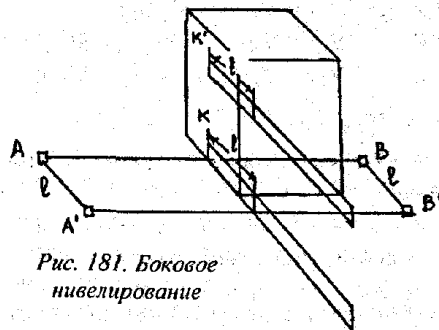


Рис. 181. Боковое нивелирование

определяют следующим образом. От точек А и В по перпендикуляру к АВ откладывают отрезки  $l$  и получают точки  $A'$ ,  $B'$  и линию  $A'B'$ , параллельную АВ. Над точкой  $A'$  устанавливают теодолит, приводят его в рабочее положение и перекрестие нитей

наводят на точку  $B'$ . К конструкции в горизонтальном положении устанавливают рейку и перемещают ее так, чтобы отчет по ней был равен  $l$ . Пятка рейки даст положение точки К. Подобным образом определяют и положение точки  $K'$ .

Основными ошибками бокового нивелирования являются [14]:

ошибка  $m_{\text{ств}}$  разбивки параллельного створа;

ошибка  $m_{\text{ц}}$  центрирования теодолита и визирной цели в точках  $A'$  и  $B'$ ;

ошибки установки рейки  $m_y$ ;

ошибки отсчета по рейке  $m_0$ .

Общая средняя квадратическая ошибка

$$m^2 = m_{\text{ств}}^2 + m_{\text{ц}}^2 + m_y^2 + m_0^2. \quad (295)$$

При  $m_{\text{ств}} = 1,5$  мм,  $m_{\text{ц}} = 1$  мм,  $m_y = 1,2$  мм,  $m_0 = 1,1$  мм;

$$m = \sqrt{1,5^2 + 1,0^2 + 1,2^2 + 1,1^2} = 2,4 \text{ мм.}$$

### 130. Геодезические разбивочные работы при возведении зданий и сооружений

#### 1. Геодезическая подготовка проекта

Для выноса на местность проекта зданий необходимо с нужной точностью знать координаты его основных характерных точек на пересечении строительных осей. Определение этих координат называют геодезической подготовкой проекта. По генплану определяют графически координаты одной точки здания, например  $A_1$ , и дирекционный угол его продольной оси А (рис. 182). По рабочим чертежам находят значения  $a$  и  $b$  между основными осями. После этого вычисляют координаты точек  $A_5$ ,  $B_5$ ,  $B_1$  по формулам

$$X_{A_5} = X_{A_1} + a \cos \alpha_A; \quad Y_{A_5} = Y_{A_1} + a \sin \alpha_A;$$

$$X_{B_5} = X_{A_5} + b \cos (\alpha_A - 90^\circ); \quad Y_{B_5} = Y_{A_5} + b \sin (\alpha_A - 90^\circ);$$

$$X_{B_1} = X_{A_1} + b \cos (\alpha_A - 90^\circ); \quad Y_{B_1} = Y_{A_1} + b \sin (\alpha_A - 90^\circ);$$

$$\text{контроль: } \alpha = \sqrt{(X_{B_5} - X_{B_1})^2 + (Y_{B_5} - Y_{B_1})^2}.$$

Описанный способ называют графо-аналитическим, он находит наиболее частое применение.

При аналитическом способе все данные для разбивки определяют путем математических вычислений, при этом координаты существующих сооружений определяют путем геодезических измерений на местности, а размеры элементов проекта получают

из технологических расчетов. Этот способ обычно применяют при реконструкции и расширении предприятий, в стесненных условиях застройки.

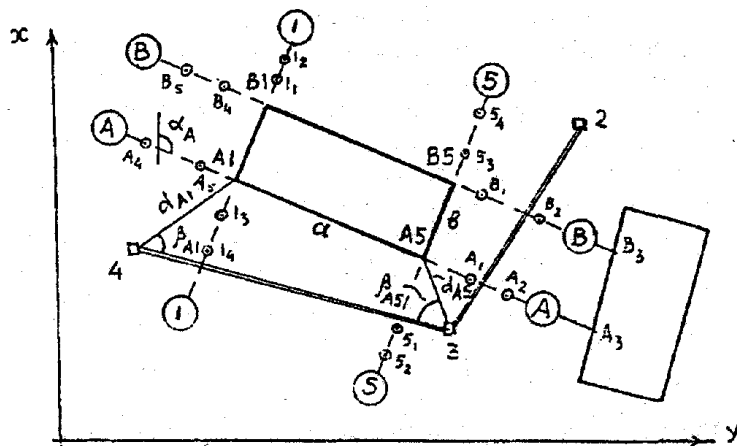


Рис. 182. Вынос в натуру основных осей здания

Если проект сооружения не связан с существующими строениями, то можно использовать **графический способ** проектирования, когда все элементы определяют графически по топографическому плану, при этом целесообразно учитывать деформацию планов, если она превышает 0,2 мм для стороны квадрата 100 мм. Через определяемую точку  $j$  прочерчивают линии, параллельные линиям сетки квадратов. Измеряют отрезки  $a$  и  $b$  от северной и южной сторон квадрата до точки  $j$  и  $a_1, b_1$  — от западной и восточной сторон. Координаты точки  $j$  определяют по формулам

$$x_j = x_0 + \frac{100}{a+b} a; \quad y_j = y_0 + \frac{100}{a_1+b_1} a_1,$$

где  $x_0, y_0$  — координаты юго-западного угла квадрата координатной сетки.

Независимо от используемого способа все геометрические элементы должны быть строго увязаны между собой и с существующими на площадке капитальными зданиями и сооружениями.

## 2. Вынос на местность основных осей сооружения

В первую очередь решают, каким способом целесообразно выносить проект в натуру. Для изображенного на рис. 182 здания удобно использовать полярный способ. Проектное положение точки  $A1$  можно получить, определив на местности направление из точки 4 на  $A1$ , для чего нужно отложить от опорной линии 34 угол  $\beta_{A1}$  и по полученному направлению отложить горизонтальное проложение  $d_{A1}$ . Закрепив точку  $A1$ , выносят в натуру аналогичным способом точку  $A5$ , при этом измеренное расстояние  $A1 - A5$  должно с высокой точностью равняться его проектной величине  $a$ . При небольших размерах здания точку  $A5$  получают на местности путем откладывания от  $A1$  горизонтального проложения  $a$  по направлению оси  $A$ , которое находят, отложив от точки  $A1$  угол

$$\alpha_1 = \alpha_{A1-4} - \alpha_A.$$

Для контроля на местности измеряют угол  $\beta_{A5}$  и расстояние  $d_{A5}$ . Результаты измерений сравнивают с расчетными, которые определяют аналогично  $\beta_{A1}$  и  $d_{A1}$ .

Проектное положение в натуре точек  $B1$  и  $B5$  находят, построив с помощью теодолита прямые углы в пунктах  $A1$  и  $A5$  и отложив проектное расстояние  $b$ . Для контроля измеряют отрезок  $B1 - B5$ , который должен равняться расстоянию  $a$  и диагонали  $A1 - B5, B1 - A5$ , которые должны равняться  $\sqrt{a^2 + b^2}$ .

Теодолитом обязательно измеряют углы построенного на местности прямоугольника, они должны быть прямыми. Кроме того, для контроля можно использовать расстояния до опорных пунктов и точек с известными координатами. При обнаружении превышающих допуски СНиП отклонений необходимо внести исправления.

Работы по выносу проекта на местность выполняют по разбивочному чертежу, входящему в комплект проектной документации и содержащему все разбивочные и контрольные характеристики.

## 3. Закрепление на местности основных осей сооружения

Строительные оси  $A, B, I, 5$  (см. рис. 182) закрепляют на местности центрами, которые размещают вне зоны строительных работ на расстоянии от здания не менее его полуторной высоты.

Центры получают с помощью теодолита, для чего его устанавливают над точкой А1 и центрируют. Перекрестие сетки нитей визируют на точку А5 и на продолжении этого направления устанавливают центры А<sub>1</sub>, А<sub>2</sub> и делают маркировку А<sub>3</sub> на стене капитального здания. После этого трубу теодолита поворачивают на 180° и фиксируют центры А<sub>4</sub>, А<sub>5</sub>. Установку центров выполняют при двух положениях вертикального круга теодолита. Подобным образом устанавливают центры 1<sub>1</sub>, 1<sub>2</sub>, 1<sub>3</sub>, 1<sub>4</sub>, закрепляющие поперечную ось 1. Аналогичным образом устанавливают центры на створах В, 5.

Конструкция центров, рекомендованная СНиПом, предусматривает возрастание их надежности с увеличением высоты здания и сроков строительства.

#### 4. Вынос в натуру контуров котлована

Для заложения фундамента и подземной части здания роют котлован, при этом нужно обозначить на местности границы котлована на уровне его дна и поверхности земли. Для этого от вынесенных на местность осей здания откладывают во внешнюю сторону  $l_{\text{дн}}$  – ширину пазухи на уровне дна котлована и отрезок  $l_{\text{отк}}$  – ширину откоса в плане. Значение  $l_{\text{дн}}$  задается проектом, а  $l_{\text{отк}}$  определяют в зависимости от глубины котлована и крутизны его откосов. При одинаковой глубине  $h$  котлована по всему его контуру ширина откосов постоянна, и горизонтальное проложение  $L$  от верхней бровки котлована до сооружения определяют по формуле

$$L = l_{\text{дн}} + l_{\text{отк}} = l_{\text{дн}} + hm = l_{\text{дн}} + h/i,$$

где  $i$ ,  $m$  – уклон и коэффициент откоса соответственно.

Если глубина котлована изменяется в связи с рельефом поверхности земли, то  $l_{\text{отк}}$  и  $L$  также изменяются.

#### 5. Геодезические работы при сооружении котлована

Обычно грунт из котлована вынимают землеройными машинами. После первичной разработки котлована на его дно переносят главные оси сооружения. Так как с установленных центров (см. рис. 182) это сделать невозможно, особенно при большой глубине котлована, то с помощью теодолита кольшками или штырями закрепляют дополнительные створные точки в непосредственной близости от бровок котлована. Если для детальной

разбивки здания сооружена обноски, то створ оси фиксируют на обноске. Теодолит устанавливают в рабочее положение над закрепленной у бровки точкой и наводят перекрестие нитей сетки зрительной трубы на одну из удаленных створных точек данной оси. После этого, опустив трубу, отмечают кольшками на дне котлована перенесенную туда ось.

Подобным способом переносят и закрепляют на дне котлована другие оси. От этих осей на дне котлована уточняют его нижнюю бровку. Параллельно осям строят сетку квадратов, вершины которых закрепляют кольшками. Передают с поверхности земли отметку на один из кольшков, который используют как временный репер, другие кольшки устанавливают на проектную отметку дна котлована или подписывают на них величину срезки (подсыпки) грунта.

Зачистку дна и откосов котлована выполняют вручную или бульдозером. После зачистки делают исполнительную съемку дна котлована по квадратам, в результате которой определяют фактические отметки точек, которые сравнивают с проектными и выполняют корректировку.

#### 6. Геодезические работы при сооружении фундамента

Геодезические работы зависят от типа фундамента и глубины котлована. При неглубоком заложении фундамента вдоль верхней бровки котлована параллельно оси здания строят обноски, т.е. доски или металлические штанги укрепляют на столбах на высоте около 1 м, нивелиром обноски устанавливают строго горизонтально. Наиболее удобна сплошная обноски, но часто применяют створную обноски, состоящую из отдельных деревянных или металлических «строительных скамеек» (рис. 183). Каждая пара скамеек, установленных на противоположных сторонах здания, закрепляет на местности только одну строительную ось. Вместо скамеек можно использовать столбики, при этом требования к параллельности осям здания и горизонтальности те же, что и для сплошной обноски.

После сооружения обноски на нее теодолитом переносят основные оси. Используя основные оси в качестве исходных, строят на обноске все другие оси сооружения, для чего предварительно на специальном разбивочном чертеже показывают оси сооружения и расстояния между ними. Одну продольную и одну поперечную основные оси принимают за исходные, от них по противоположным сторонам обноски инварной лентой или

стальной компарированной рулеткой откладывают согласно разбивочному чертежу проектные расстояния между осями. Контролем является совпадение сумм всех отложенных вдоль данной стороны здания проектных расстояний между осями с общей длиной. В результате на обноске обозначают все оси сооружения, образующие осевую разбивочную систему.

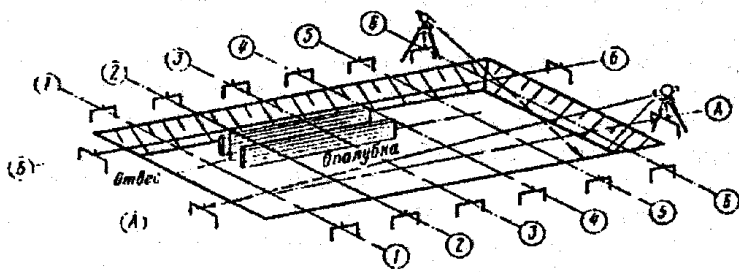


Рис. 183. Схема детальной разбивки фундамента

При глубоком заложении фундамента или сложной конфигурации обноску устанавливают в котловане вдоль его нижней бровки, при этом размеры котлована должны быть увеличены. Для фундамента из монолитного железобетона на дне котлована, имеющем отметку, сооружают опалубку, в которую устанавливают арматуру и заполняют бетоном. Положение опалубки в котловане определяют от соответствующих строительных осей, для чего строительные оси на местности обозначают тонкой стальной проволокой или леской, натянутой между метками противоположных сторон обноска. Нитяным отвесом оси проектируют на дно котлована и от них откладывают проектные расстояния до бортов опалубки. На опалубку переносят проектную отметку верха фундамента, вертикальность бортов опалубки контролируют отвесом.

Сборные фундаменты из готовых блоков обычно устанавливают без обноска. Выровняв с помощью нивелира основание, теодолитом устанавливают места угловых фундаментных блоков и блоков на пересечениях осей и в промежутках между ними не реже чем через 15 – 20 м. На верхнюю поверхность установленных блоков переносят и маркируют строительные оси, для контроля измеряют расстояния между ними. Через метки на крайних блоках натягивают струну или леску и откладывают вдоль полученных линий проектные расстояния между рядовыми блоками.

Чтобы натянутая струна не мешала укладке блоков, ее смещают параллельно оси на нужное расстояние.

Для свайных фундаментов место забивки каждой сваи определяют промером вдоль оси фундамента (если сваи расположены рядами). Местоположение свай, расположенных вне оси фундамента, определяют методом перпендикуляров. Предварительно строительные оси проектируют в котлован и закрепляют колышками или на строительных скамейках. После забивки свай на них нивелиром выносят отметки, по которым затем оголовки свай срезают. Для обеспечения равномерной нагрузки на сваи на их оголовках из монолитного железобетона сооружают опорную плиту – ростерк, для чего от осей фундамента разбивают и строят опалубку. Проектную отметку верха ростерка выносят на опалубку от ближайших реперов. После бетонирования горизонтальность поверхности фундамента проверяют нивелиром. Плановую съемку фундамента обычно выполняют методом перпендикуляров от строительных осей, которые предварительно выносят на верх фундамента. Более тщательно контролируют плановое и высотное положение анкерных болтов и других закладных деталей, различных выступов, проемов и т.п. По результатам исполнительной съемки составляют исполнительную схему, являющуюся основанием для приемки фундамента и выдачи разрешения на дальнейшие строительные работы.

## 7. Геодезические работы при строительстве наземной части здания

При сооружении кирпичного здания сначала от строительных осей на фундаменте строят контур внешней и внутренней поверхностей несущих стен. В процессе кладки не реже двух раз на 1 м высоты проверяют горизонтальность рядов кирпичей и нитяным отвесом – вертикальность стены. Дверные и оконные проемы, перегородки и т.п. разбивают от осей несущих стен рулеткой.

Горизонтальность и высоту несущих стен перед укладкой плит перекрытий проверяют нивелиром и Г-образной рейкой. При обнаружении отклонений их исправляют путем изменения толщины цементной стяжки. После укладки плит перекрытия оси здания выносят на уровень следующего этажа.

При использовании в конструкции здания колонн на их фундаменты переносят соответствующие строительные оси и закрепляют их рисками (рис. 184). На фундаменты колонн помещают

опорные башмаки, установочные риски, которых совмещают с ориентирными рисками на фундаменте. Отметку дна стакана определяют геометрическим нивелированием.

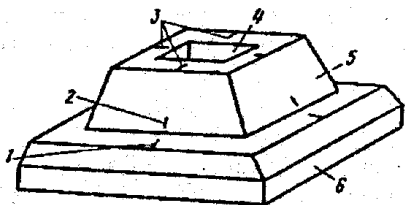


Рис. 184. Схема ориентирных и установочных рисков на фундаменте и опорных башмаках колонны:

1 – ориентирные риски фундаментного блока; 2 – установочная риска; 3 – ориентирные риски опорного башмака; 4 – отверстие для установки колонны; 5 – опорный башмак (стакан); 6 – фундамент

Перед монтажом колонн на них наносят риски. Установочные риски маркируют с четырех сторон колонны на разных высотах. Высотную риску в виде черты наносят в нижней части колонны на расстоянии не менее 100 мм от основания, такую же риску маркируют в верхней части колонн. Колонну поднимают за верхнюю часть и устанавливают в стакан, на дно которого кладут металлическую пластину, ее толщину определяют из геометрического нивелирования с учетом установки всех колонн на одном уровне по высоте.

С помощью деревянных клиньев или специальной оснастки колонну перемещают до совпадения установочных рисков на ней с ориентирными рисками на стакане. При высоком положении риски на колонне ее проектируют нитяным отвесом. С помощью расчалок колонну устанавливают в вертикальное положение, контроль вертикальности осуществляют двумя теодолитами, установленными так, чтобы их коллимационные плоскости пересекались на колонне примерно под углом  $90^\circ$  (рис. 185). После этого стакан бетонировать. При строительстве сборных крупнопанельных зданий на фундамент в пределах зоны монтажа выносят строительные оси. На этажах разбивку делают от строительных осей элементов стен, лестниц и т.п., для установки в проектное положение элементов конструкций используют телескопические откосы, упоры, различные захваты и т.п.

При строительстве сборных крупнопанельных зданий на фундамент в пределах зоны монтажа выносят строительные оси.

На этажах разбивку делают от строительных осей элементов стен, лестниц и т.п., для установки в проектное положение элементов конструкций используют телескопические откосы, упоры, различные захваты и т.п.

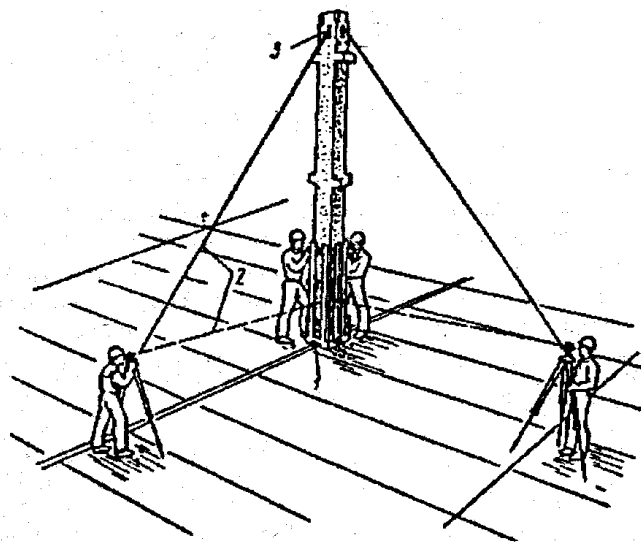


Рис. 185. Выверка колонн по вертикали:

1 – ориентированная риска; 2 – визирный луч; 3 – установочная риска

При возведении высотных зданий фундамент устанавливают в виде монолитной плиты на всю площадь здания. В плиту закладывают металлические центры, взаимное положение которых определяют с высокой точностью путем включения в опорную геодезическую сеть, от пунктов этой сети определяют и закрепляют положение всех строительных осей. На каждый новый этаж пункты опорной сети переносят методом вертикального проектирования.

### 131. Геодезические работы при строительстве и эксплуатации подземных коммуникаций

К подземным коммуникациям относят [14]:

1) трубопроводы – сети водопровода, канализации, газоснабжения, теплофикации, водотока и другие сооружения для транспортирования различного содержимого по трубам;

2) кабельные сети, передающие электроэнергию, которые различают по напряжению и назначению,

3) коллекторы – подземные сооружения сечением от 1,8 до 3,0 м<sup>2</sup>, в них прокладывают трубопроводы и кабели различного назначения.

Наиболее часто при прокладке подземных сетей используют открытый способ, когда коммуникации укладывают в траншеях. Разбивочные работы заключаются в выносе на местность оси трассы, центров колодцев, углов поворота и др.

На вынос трассы выдают специальное техническое задание. Основным документом является разбивочный чертеж, на котором кроме оси трассы и основных ее характеристик (углов, расстояний) показывают пункты геодезических опорных сетей, красные линии и стабильные долговременные элементы ситуации, используемые для нахождения на местности проектного положения трассы. Начало и конец трассы, углы поворота и точки врезки привязывают к трем и более опорным точкам (рис. 186), при этом расстояния не должны превышать длины мерного прибора.

Исходным для составления разбивочного чертежа является крупномасштабный план местности с нанесенным на него проектом трассы. Если коммуникация проходит по незастроенной местности с малым количеством надежных контуров, то для определения на местности проектного положения трассы прокладывают теодолитный ход.

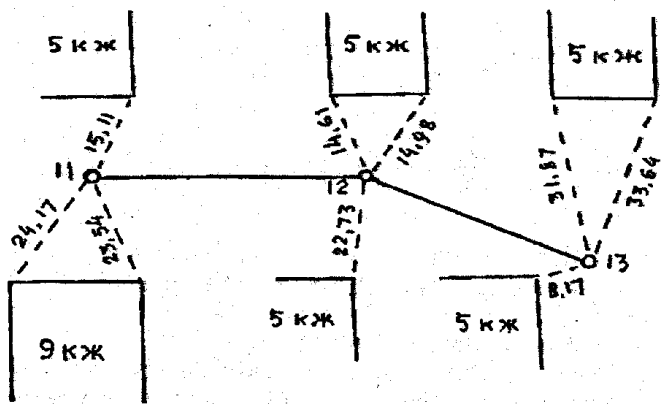


Рис. 186. Фрагмент разбивочного чертежа для выноса в натуру трассы трубопровода

Вынос трассы в натуру предусматривает определение на местности начала и конца трассы, поворотных точек, колодцев и других объектов. Для определения начала и конца трассы используют метод перпендикуляров и линейных засечек, исходными пунктами служат стабильные и четко определяемые на плане и местности точки. Вынесенные на местность элементы трассы закрепляют временными знаками.

На территории с небольшим количеством контуров для выноса трассы в натуру прокладывают теодолитный ход, его вершины нужно выбирать ближе к ожидаемым углам поворота трассы. Горизонтальные расстояния между вершинами вынесенной трассы измеряют мерными приборами и результаты сравнивают с проектными значениями. Разности не должны превышать установленных допусков, при недопустимых расхождениях следует выяснить их причину и при необходимости разбивку переделывать. При допустимых расхождениях приступают к разбивке колодцев, для чего, задав теодолитом створ прямолинейного участка, мерным прибором откладывают соответствующие проектные расстояния. При разбивке санитарно-технических коммуникаций допускаются продольные сдвиги до 0,3–0,5 м, к поперечным сдвигам предъявляют более жесткие требования, так как они приводят к нарушению прямолинейности трассы, что осложняет укладку труб.

Углы поворота трассы на местности закрепляют методом пересечения створов. Для получения створа тонкую проволоку или леску натягивают так, чтобы она проходила над точкой поворота трассы, и закрепляют створными знаками за пределами полосы земляных работ. При земляных работах колышек в вершине трассы будет уничтожен и его положение находят на пересечении восстановленных створов. Наиболее благоприятным углом пересечения створов является прямой, в любом случае угол между створами не должен быть меньше 60°.

Детальную разбивку траншей и укладку труб выполняют с помощью обноски (рис. 187), установленной поперек траншеи на высоте 0,4–0,8 м. Обноски устанавливают вдоль трассы над каждым колодцем, но не реже чем через 50–100 м. С помощью теодолита, установленного (центрированного) над створной точкой, продольную ось трассы переносят на Т-образную визирку обноски. По высоте визирку устанавливают нивелиром, в итоге линия, проходящая через верх всех визирок, должна быть параллельна оси трассы. Кроме продольной оси на обноске закрепля-



ют дополнительные оси, например оси бровки траншеи, ширину дна и т.п.

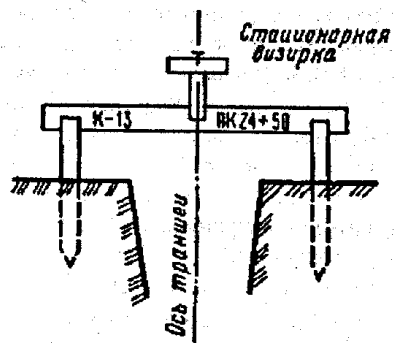


Рис. 187. Обноска при разбивке траншеи

Детальную разбивку траншеи выполняют для производства земляных работ. Через 10–20 м на местности колышками отмечают ось и бровки траншеи, для чего между осевыми метками на визирках смежных обносков натягивают струну и отвесом, закрепленным на струне, проектируют положение оси на землю и закрепляют колышком, от которого по обе стороны рулеткой откладывают половину ширины траншеи. Глубину выемки грунта из траншеи определяют переносной ходовой визиркой, ее длина равна высоте стационарных визирок над проектной отметкой дна траншеи. Если верх ходовой визирки установить на прямой, соединяющей верх стационарных визирок, то ее основание будет совпадать с проектной отметкой дна траншеи.

Чтобы не повредить основание траншеи, на которое будут укладывать трубы, экскаватор не должен вынимать грунт до проектной отметки, последние несколько сантиметров грунта из траншеи вынимают вручную, уровень дна контролируют по ходовой визирке.

После зачистки дна траншеи выполняют разбивку колодцев. Центры угловых колодцев определяют путем пересечения осей смежных прямолинейных участков трассы, отмеченных струнами, натянутыми между осевыми метками стационарных меток. Точку пересечения струн отвесом проектируют на дно траншеи, в этой точке забивают штырь-маяк, головку которого выносят на проектную отметку от ближайшего репера нивелиром. Штырь-маяк отмечает центр колодца и отметку дна его лотка. Укладку труб выполняют обычно после установки колодцев.

Самотечные трубопроводы большого диаметра обычно имеют небольшие уклоны (0,0005–0,005). Для выноса таких уклонов в натуре с ошибкой менее 10% проектные отметки дна лотка трубопровода (дна трубы) нужно определять с ошибкой не более нескольких миллиметров, что можно обеспечить геометриче-

ским нивелированием установленных через 5–10 м на проектных отметках штырей-маяков или колышков с шурупами, ввинченными в торцы. Высоту головки шурупа можно изменять ввинчиванием или вывинчиванием его из торца колышка. До уровня, отмеченного в траншее штырями-маяками или головками шурупов, укладывают бетон, на бетонную поверхность укладывают трубы. Перед засыпкой траншеи трубопровода выполняют его исполнительную съемку.

## 132. Геодезические методы определения деформаций сооружений

### 1. Виды деформаций

В геодезии под термином деформация понимают изменение положения объекта относительно его первоначального состояния. Постоянное давление массы сооружения приводит к уплотнению грунта под фундаментом и вблизи него и вертикальному смещению, или осадке, сооружения. Кроме давления массы сооружения осадка может происходить от изменения уровня грунтовых вод, карстовых, оползневых и сейсмических явлений, от работы тяжелых механизмов и т.д. При уплотнении пористых и рыхлых грунтов происходит быстрая во времени деформация, называемая просадкой.

Если грунты под фундаментом сооружения сжимаются неодинаково или нагрузка на грунт различная, то осадка является неравномерной и приводит к горизонтальным смещениям, сдвигам, перекосам, прогибам, в результате появляются трещины и даже разломы.

Смещение сооружений в горизонтальной плоскости может происходить вследствие бокового давления грунта, воды, ветра и т.п. Высокие сооружения башенного типа (телебашни, дымовые трубы и т.п.) из-за неравномерного нагрева солнцем, давления ветра и других причин испытывают кручение и изгиб.

Для определения деформаций в характерных точках сооружения устанавливают марки и путем геодезических измерений находят изменение их пространственного положения за выбранный промежуток времени, при этом первый цикл геодезических наблюдений принимают за начальный.

Абсолютные, или полные, осадки  $S$  марок определяют как разность отметок, полученных относительно репера, расположенного за воронкой осадок сооружения и принимаемого за не-

подвижный, в текущий момент времени ( $H_{тек}$ ) и в начале наблюдений ( $H_{нач}$ ), т.е.  $S = H_{тек} - H_{нач}$ . Подобным образом находят осадку между предыдущим и последующим циклами наблюдений.

Средняя осадка  $S_{cp}$  всего сооружения или отдельных его частей

$$S_{cp} = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{n}$$

где  $S$  – осадка отдельных марок,  $n$  – количество марок.

Наряду со средней осадкой отмечают наибольшую  $S_{max}$  и наименьшую  $S_{min}$  осадки марок. Неравномерность осадки определяют по разности осадок

$$\Delta S_{i, i+1} = S_{i+1} - S_i$$

где  $S_i, S_{i+1}$  – осадки точек в циклах  $i$  и  $i+1$ .

**Крен**, или **наклон**, сооружения равен разности осадок ( $S_2 - S_1$ ) двух точек вдоль выбранной оси или на противоположных краях здания. Наклон вдоль продольной оси называют **завалом**, а вдоль поперечной оси – **перекосом**. **Относительный крен**

$$K = (S_2 - S_1) / l$$

где  $S_1, S_2$  – осадки в точках 1 и 2,  $l$  – расстояние между этими точками. Горизонтальное смещение

$$Q_x = X_{тек} - X_{нач}, \quad Q_y = Y_{тек} - Y_{нач}$$

где  $X_{нач}, Y_{нач}, X_{тек}, Y_{тек}$  – координаты точек в начальном и текущем циклах наблюдений. Аналогично вычисляют смещение между предыдущим и последующим циклами наблюдений.

**Кручение** равно изменению углового положения радиуса точки с началом в центре исследуемого горизонтального сечения. Кручение относительно вертикальной оси в основном имеют сооружения башенного типа.

Средняя скорость  $v_{cp}$  деформации равна отношению величины деформации к промежутку времени  $t$ , за который эта деформация происходит. Средняя скорость осадки

$$v_{cp} = (s_j - s_i) / t$$

где  $s_j, s_i$  – осадки за время  $t$  между циклами  $i$  и  $j$ .

Если  $t$  равно числу месяцев, то получают среднемесячную скорость, если  $t$  – число лет, то имеют среднегодовую скорость деформации или осадки.

Деформации определяют для оценки устойчивости сооружения, проверки правильности проектных расчетов, выявления причин и закономерностей для прогнозирования деформаций и принятия мер, обеспечивающих нормальное состояние сооружения.

Для сложных и уникальных сооружений на площадке будущего строительства изучают влияние природных факторов на устойчивость грунта, создают систему опорных пунктов и определяют их стабильность. Наблюдения выполняют с начала возведения сооружения и продолжают в течение строительства, а в большинстве случаев и в течение всего периода эксплуатации. Наблюдения, выполняемые через определенные промежутки времени (по календарному плану), называют **систематическими**.

При резком изменении деформации выполняют **срочные**, наблюдения. Параллельно с определением деформации выполняют специальные наблюдения за изменением состояния грунтов и подземных вод, температуры тела сооружения, изменением метеоусловий и т.д. Учитывают также изменение строительной нагрузки и нагрузки от установленного оборудования.

Для выполнения наблюдений составляют специальный проект, который содержит: техническое задание на производство работ; общие сведения о сооружении, природных условиях, схеме опорных пунктов и марок, методику наблюдений и их обработки, расчет точности измерений; календарный план (график) наблюдений; состав исполнителей, объем работы и смету.

## 2. Точность и периодичность наблюдений

В нормативных документах точность определения осадок и горизонтальных смещений выражают средней квадратической ошибкой. Для многих практических задач среднюю квадратическую ошибку  $m_g$  определения деформации можно вычислить по формуле [14]

$$m_g \leq 0,2 \Delta\Phi$$

где  $\Delta\Phi$  – величина деформации между циклами измерений.

Согласно ГОСТ 24846-81 допустимые погрешности определения осадок не должны быть более:

1 мм – для уникальных зданий, длительное время (более 50 лет) находящихся в эксплуатации, а также на скальных грунтах;

2 мм – для зданий и сооружений на песчаных, глинистых и других сжимаемых грунтах;

5 мм – для зданий и сооружений на насыпных, просадочных и других сильно сжимаемых грунтах;

10 мм – для земляных сооружений.

Крены труб, мачт и т.п. определяют с точностью  $0,0005 H$ , где  $H$  – высота сооружения.

Промежуток времени между циклами измерений зависит от вида сооружений, скорости изменения деформаций и др. В строительный период систематические наблюдения в среднем выполняют 1-2 раза в квартал, в период эксплуатации – 1-2 раза в год. При срочных наблюдениях их выполняют до и после выявления факторов, резко изменяющих обычный ход деформации.

### 3. Геодезические знаки

Правильный выбор конструкции и мест размещения геодезических знаков существенно влияет на качество результатов наблюдений. Геодезические знаки делят на:

**опорные**, являются исходной основой, относительно которой определяют положение марок; их размещают и закрепляют с условием стабильности и длительной сохранности;

**вспомогательные**, через которые передают координаты и высоты от опорных знаков к деформационным;

**деформационные**, их закрепляют на исследуемом сооружении, перемещаясь с ним, они показывают изменение его положения в пространстве.

Для плановых опорных знаков широко используют трубчатые конструкции; стальная труба диаметром 100 – 300 мм, которую заглубляют и бетонируют в грунт не менее 1 м ниже верхней границы твердых коренных пород. К верхнему концу (фланцу) крепят головку знака. Вокруг основной трубы помещают защитную трубу, пространство между ними заполняют битумом, а в верхней части – легким теплоизоляционным материалом, знак закрывают крышкой.

Для опорных высотных реперов также применяют трубчатые конструкции, для учета температурных деформаций используют две трубы: стальную и дюралюминиевую, такой репер называют биметаллическим.

При определении деформаций промышленных и гражданских зданий применяют свайные знаки и реперы с поперечным сечением 180 – 250 мм.

Деформационные знаки для определения горизонтальных смещений – это в основном визирные цели, закрепленные на

сооружениях или на кронштейнах, в полу сооружения – металлические пластины с нанесенным на них перекрестием. Большинство осадочных реперов имеют сферические головки, на которые устанавливают нивелирную рейку. Возможно закрепление на сооружении постоянных шкал, при этом не требуется рейка.

Опорные знаки размещают ближе к сооружению, но вне зоны возможных деформаций. Число опорных знаков, не менее трех, должно обеспечивать взаимный контроль за их устойчивостью.

Деформационные знаки для определения горизонтальных смещений промышленных и гражданских зданий располагают по периметру не реже, чем через 15 – 20 м, по углам и по обе стороны осадочных швов. На плотинах гидроузлов знаки устанавливают в галереях и по верху плотины не менее двух марок на секцию. На причальных и подпорных стенках реперы размещают через 30 м. Высотные знаки (марки) на зданиях устанавливают по углам, по периметру через 10 – 15 м и по обе стороны деформационных швов, на колоннах, в примыкании продольных и поперечных стен, на причальных и подпорных стенах – через 15 – 20 м. На дымовых трубах, доменных печах, башнях и т.п. устанавливают несколько ярусов деформационных знаков.

### 4. Наблюдения за осадками сооружений

Осадки сооружения определяют геометрическим и тригонометрическим нивелированием, гидро- и микро nivelированием, фото- и стереофотограмметрическими способами. Наиболее широко используют способ геометрического нивелирования, обладающий высокой точностью и быстротой измерений. Превышения между точками на расстоянии 5 – 10 м можно определять с точностью 0,05 – 0,1 мм, а на расстоянии сотен метров – с точностью 0,5 мм.

При определении осадок бетонных плотин гидроузлов применяют нивелирование I и II классов со средними квадратическими ошибками измерения превышений на станции 0,3 и 0,4 мм. При определении осадок промышленных и гражданских зданий используют нивелирование II и III классов, средние квадратические ошибки превышений на станции в этих случаях равны 0,4 и 0,9 мм соответственно. Отметки деформационных точек (марок) на весь период наблюдений определяют относительно исходного опорного репера, для которого условно принимают отметку,

равную 10,000 или 100,000 м. При измерениях высокой точности используют тщательно отъюстированные высокоточные нивелиры типа Н-05, штриховые инварные или специальные малогабаритные рейки. Нивелир устанавливают строго посередине между марками, отсчеты берут по основной и дополнительной шкалам. Нивелируют при двух горизонтах прибора в прямом и обратном направлениях при длине визирного луча до 25 м и его высоте над почвой или полом не менее 0,5 м; при отчетливых и спокойных изображениях штрихов рейки.

Полученные результаты уравнивают, оценивают фактическую точность отметок, по разностям отметок в циклах строят графики осадок и т.п.

Способ тригонометрического нивелирования используют при определении осадок марок, расположенных на значительно разных высотах (высотные здания, башни и т.п.). Точность – порядка 0,1 мм – возможна при коротких (до 100 м) расстояниях с применением теодолитов типа Т2 и специальной методики измерений зенитных расстояний с точностью порядка 5", при однообразной установке теодолита во всех циклах, строгой вертикальности реек, при условиях минимального влияния вертикальной рефракции и других источников ошибок, расстояния от прибора до определяемых точек нужно измерять с точностью 3-5 мм.

Гидронивелирование обеспечивает точность геометрического нивелирования и позволяет создавать стационарные автоматизированные системы с дистанционным съемом информации. Система гидростатического нивелирования позволяет автоматически с помощью электрических и оптико-электронных датчиков определять изменение уровня жидкости в сосудах. Гидродинамическое нивелирование расширяет диапазон измерений и упрощает процесс автоматизации наблюдений за осадками. Система позволяет измерять со средней квадратической ошибкой порядка 0,1 мм.

Способ микронивелирования используют при определении превышений между точками, расположенными на расстоянии 1 – 1,5 м (изучение осадок и наклонов балок, ферм, технологического оборудования). Измерения выполняют микронивелиром.

Фото- и стереофотограмметрические способы основаны на фотосъемке исследуемого объекта фототеодолитом в начальный и последующие циклы и определении разности координат точек сооружения по этим снимкам.

При фотограмметрическом способе деформацию определяют в одной плоскости (обычно в плоскости стены здания), при этом фототеодолит целесообразно устанавливать так, чтобы плоскость снимка была параллельна стене исследуемого сооружения. В разных циклах фототеодолит нужно устанавливать в одной и той же точке при неизменном ориентировании камеры. Для обработки результатов необходимо знать отстояние фотокамеры от объекта и фокусное расстояние объектива камеры.

При стереофотограмметрическом способе определяют пространственное положение объекта, т.е. деформацию определяют по трем координатам. Фотографирование объекта в каждом цикле выполняют с одних и тех же двух точек базиса известной длины. В результате получают стереопару, позволяющую строить модель объекта и путем измерения координат точек модели определять деформацию. Обработку в обоих способах целесообразно выполнять на стереокомпараторе с последующими вычислениями по строгим формулам на ЭВМ. Средняя квадратическая ошибка определения деформации этими способами равна 1,0 мм и менее.

При использовании геометрического нивелирования среднюю квадратическую ошибку единицы веса, обычно измеренного на станции превышения, целесообразно определять по невязкам замкнутых полигонов по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{N} \left[ \frac{W^2}{n} \right]}, \quad (296)$$

где  $W$ ,  $n$  – невязка и число станций в полигоне,  $N$  – число полигонов. Веса  $p$  отметок узловых точек и марки в наиболее слабом месте нивелирной сети можно вычислить методом приближений. Средние квадратические ошибки определения отметок узловых точек и марки в наиболее слабом месте вычислят по формуле

$$m = \frac{\mu}{\sqrt{p}}. \quad (297)$$

Если отметки марок определены независимо несколько раз, то средняя квадратическая ошибка арифметической середины из  $n$  определений

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}. \quad (298)$$

## 5. Наблюдения за горизонтальными смещениями сооружения

Горизонтальные смещения сооружений или их элементов определяют различными способами: линейно-угловым, створным, стереофотограмметрическим. Используют, кроме того, прямые и обратные отвесы.

**Линейно-угловые построения** создают в виде специальных сетей триангуляции и трилатерации, ходов полигонометрии, комбинированных сетей, угловых и линейных засечек, сетей из вытянутых треугольников с измеренными сторонами и высотами. Углы измеряют с высокой точностью (0,5–2,0") при коротких сторонах, большом количестве связей. Уравнивание линейно-угловых сетей выполняют строгим способом. Величины смещений определяют по разностям координат в различных циклах.

**Створные наблюдения** используют для определения деформаций прямолинейных сооружений. Направление створа принимают за ось абсцисс, а направление смещений – за ось ординат. Величины смещений равны разностям ординат (нестворностей), определенных в различных циклах. Нестворность чаще определяют методом подвижной марки или малых углов. Створную линию задают струнным и оптическим методами.

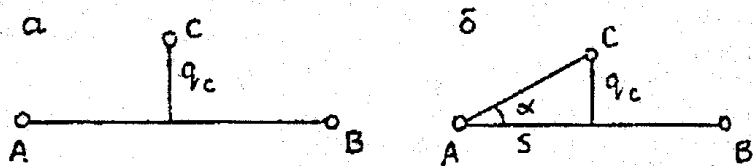


Рис. 188. Определение величины нестворностей методами: подвижной марки (а), малых углов (б)

В методе подвижной марки оптический прибор устанавливают так, чтобы его коллимационная плоскость совпадала со створной АВ (рис. 188, а). Марку устанавливают в точке С и затем ее перемещают до совпадения оси марки с линией АВ (створа), это положение фиксируют по отчетному устройству марки. Если известен отчет  $n_c$ , когда ось марки совпадала с точкой С, то нестворность  $q_c = n_c - n_{AB}$ , где  $n_{AB}$  – отчет, когда ось марки находилась на створе АВ.

В методе малых углов нестворность  $q_c$  определяют путем измерения угла  $\alpha$  и расстояния  $S$ , значение  $q_c = S \alpha / \rho$ .

## 6. Наблюдения за кренами, трещинами, оползнями

Наиболее просто крен определяют с помощью отвеса или прибора вертикального проектирования, их применяют при возведении башенных сооружений, когда можно встать над центром сооружения. Часто для определения крена применяют способ вертикального проектирования. Теодолит устанавливают на

двух взаимно перпендикулярных направлениях. Линейку располагают горизонтально, ее нулевое или какое-либо другое деление совмещают с меткой  $M_1$  (рис. 189). Теодолитом из положения I при двух кругах наводят на верхнюю метку  $M_1'$ , проектируют на линейку и берут отсчеты  $q_1'$  и  $q_2'$ , среднее из которых  $q_1 = 0,5 (q_1' + q_2')$ . Таким же методом со станции II определяют  $q_2$ . Суммарный крен  $q$ , учитывая перпендикулярность  $q_1$  и  $q_2$ ,  $q = \sqrt{q_1^2 + q_2^2}$ . Направление крена определяют из выражения

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{q_1}{q_2},$$

где  $\alpha$  – горизонтальный угол, отсчитываемый по часовой стрелке от оси А, т.е. от направления визирования с первой станции. Угол  $z$  между осью сооружения (колонны) и вертикальной линией

$$z = \frac{q \rho}{h},$$

где  $h$  – разность высот осевых меток.

Если на сооружении нет меток, то для определения крена используют его ребра, или грани.

**Способ координат.** Вокруг сооружения на расстоянии, равном 1,5–2 его высотам, прокладывают замкнутый полигономет-

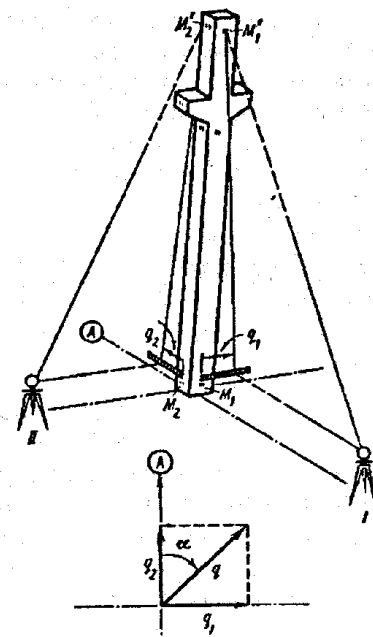


Рис. 189. Схема определения крена колонны

рический ход, в условной системе вычисляют координаты его пунктов. С этих пунктов прямой засечкой определяют координаты верхнего и нижнего положения оси (ребра, грани) сооружения. По разностям координат определяют составляющие крена по осям координат, полную его величину и направление крена.

Наблюдения за трещинами сводятся к прикреплению к конструкции поперек трещины в наиболее широком ее месте маяка – плитки из гипса, алебастра и т.п. Появление через некоторое время трещины на маяке свидетельствует об активном развитии деформации. Ширину трещины измеряют линейкой или специальными приборами: деформометрами, щелемерами, измерительными скобами.

Оползни в зависимости от их вида и активности наблюдают геодезическими методами, которые подразделяют на четыре группы [14]:

осевые (одномерные), когда смещение закрепленных на оползне точек определяют относительно заданной линии или оси;

плановые (двумерные) – по изменению плановых координат закрепленных на оползне точек (оползневых точек);

высотные – по изменению высот оползневых точек;

пространственные (трехмерные) – по изменению трех координат оползневых точек.

Оползневые методы используют при известном направлении движения оползней, их подразделяют на:

метод расстояний, когда через определенные промежутки времени измеряют расстояния по прямой линии между пунктами, установленными вдоль движения оползня;

метод створов, установленных в перпендикулярном направлении оползня направлению, и периодическому измерению расстояний от створов до оползневых точек;

лучевой метод определения смещения оползневых точек по изменению направлений визирного луча относительно опорной линии, на одном из пунктов которой устанавливают теодолит.

Кроме того, плановые смещения оползневых точек определяют методами прямых угловых и линейных засечек, обратной засечки, полигонометрии и другими способами. Высотные смещения оползневых точек определяют методами геометрического и тригонометрического нивелирования. Пространственное смещение оползневых точек можно определить фототеодолитной съемкой.

Смещение оползневых точек находят относительно опорных пунктов, расположенных вне оползневого участка. Наблюдения за оползнями выполняют не реже одного раза в год. В зависимости от скорости движения оползня периодичность наблюдений может корректироваться: время между наблюдениями уменьшается в периоды активизации оползня и увеличивается в периоды угасания.

## 7. Обработка и анализ результатов наблюдений

Рассмотрим этот вопрос на более распространенном виде работ – наблюдения за осадками. После завершения очередного цикла выполняют оценку точности, используя формулы (296) – (298) или формулу

$$\mu = \sqrt{\frac{pv^2}{r}},$$

где  $r$  – число избыточных измерений,  $[pv^2]$  находят из уравнивания. При уравнивании на ЭВМ оценка точности предусмотрена программой.

По результатам уравнивания составляют ведомость отметок марок, а по их разностям определяют осадки, которые можно вычислить относительно начального цикла или относительно предыдущего.

Если точность определения осадков соответствует существующим допускам, то выполняют анализ полученных результатов. Для большей наглядности их представляют в графическом виде (рис. 190, 191).

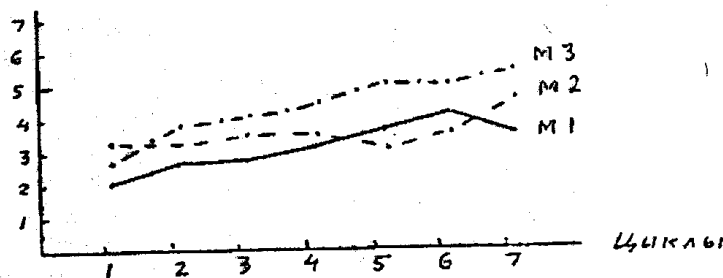


Рис. 190. График осадков

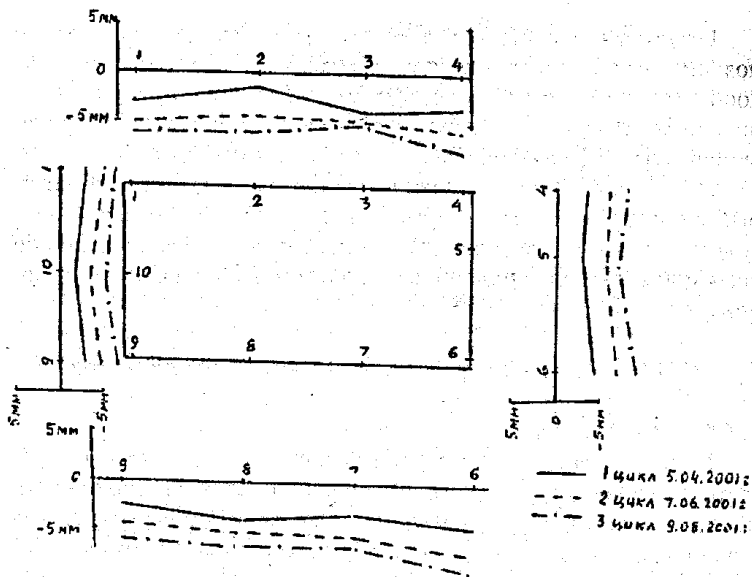


Рис. 191. Графическое изображение осадок

Кроме графиков, изображенных на рис. 190, 191, на топографической основе масштаба 1 : 500 или 1 : 1000 строят пространственные графики так же, как рисуют рельеф горизонталями (рис. 192). Исходными служат осадки марок между двумя циклами: текущим и начальным, текущим и предыдущим и т.п. При анализе выявляют неравномерный характер осадок. Особое внимание уделяют зданиям, подверженным большим осадкам, особенно неравномерным, сведения об этом передают в соответствующие организации для принятия необходимых мер.

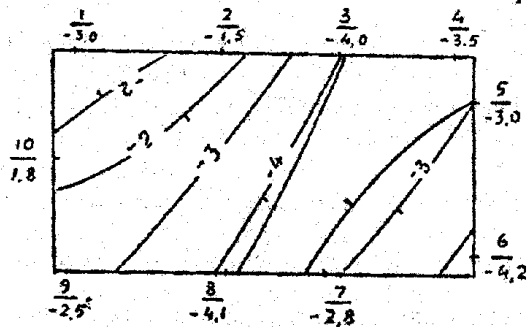


Рис. 192. Пространственный график осадок

Результаты наблюдений каждого цикла отражают в краткой пояснительной записке, которая содержит: схему ходов и краткое описание технологии измерений, результаты уравнивания и оценки точности, ведомости отметок и осадок марок, графический материал и краткий анализ полученных результатов.

После окончания работ составляют технический отчет, который является основным документом выполненных работ. В нем содержатся те же сведения, что и в пояснительной записке, но по всем циклам с более подробным анализом и обобщающим выводом.

### 133. Геодезические работы для земельного кадастра

#### 1. Общие сведения

Кадастр в переводе с французского – лист, реестр, т.е. реестр, содержащий сведения об оценке и средней доходности объектов (земли, домов, промыслов), которые используются для исчисления налогов (поземельного, подомового, промыслового) – Современный словарь иностранных слов. – СПб.; «Дуэт», 1994.

Объектом земельного кадастра является земля и все, что находится на ней, над ней и под ней. Согласно постановлению Правительства Российской Федерации от 26 июня 1999 г. № 694 «Государственный земельный кадастр ведется в целях планирования рационального использования и управления земельными ресурсами, оценки земель, установления всех видов платежей за землю и налогообложения земли и недвижимости, государственного контроля за использованием и охраной земель, государственной регистрации прав на недвижимое имущество и сделок с ним, а также поддержки гражданского оборота земли и недвижимости» [17].

Государственный земельный кадастр ведется для [14]:

- 1) своевременного обеспечения органов государственной власти и управления, предприятий, организаций, учреждений и физических лиц достоверной информацией о земельных ресурсах территории;
- 2) обеспечения учета, рационального использования и охраны земель;
- 3) защиты прав землевладельцев, землепользователей, арендаторов,
- 4) создания основы для установления нормативной цены земли, земельного налога и арендной платы;



5) сохранения границ исторических землевладений, объектов историко-культурного наследия.

Государственный земельный кадастр ведется для всех земель территории независимо от форм собственности, целевого назначения и характера их использования.

По своему назначению кадастр делится на городской, лесной, водный и т.п. Базовой единицей в кадастре является участок, т.е. площадь с определенным характером использования земли, которая находится у одного или нескольких лиц. Владение может состоять из нескольких участков. В кадастре о каждом участке дана информация о его местоположении, площади, стоимости, об объектах недвижимости на нем, экологии, о том, кому принадлежит участок или сдан в аренду и другие сведения природного, общественного и юридического характера.

Весьма сложным по содержанию и объему информации является городской кадастр ввиду высокой концентрации в городах материальных ресурсов, сложной социальной и экологической обстановки с ее быстрым изменением во времени и т.п.

Кадастровую информацию представляют в виде книги, картотеки или компьютерной базы данных.

## 2. Геодезические работы для кадастра

Геодезические работы для кадастра обычно выполняют по следующей схеме [14].

1. *Подготовительные работы*, которые включают: 1) проект землеустройства; 2) постановление административного органа об отводе земельного участка; 3) договор о купле-продаже или аренде участка, 4) выписку из книги регистрации участка; 5) чертеж границ или топографический план земельного участка, 6) схему пунктов государственной или местной геодезической сети и список их координат, 7) сведения об использовании земель.

2. *Полевое обследование пунктов опорной геодезической сети* выполняют для проверки сохранности пунктов и выбора наиболее целесообразной технологии проведения геодезических работ.

3. *Составление технического проекта*, включающего графические материалы и смету затрат.

4. *Кадастровые съемки* выполняют, как и топографические, в масштабе 1 : 500 (базовый масштаб), широко используют

съемки в масштабе 1 : 2000; обзорно-справочными являются карты масштаба 1 : 10000 и мельче. На кадастровых картах и планах дополнительно изображают границы участков, владений, сельскохозяйственных и других угодий, кадастровые номера и наименование земельных участков и другие кадастровые сведения. Рельеф местности на кадастровых картах и планах может не изображаться.

5. *Установление и согласование границ земельных участков на местности*. Границы участков выносят по координатам характерных точек от пунктов геодезического обоснования и закрепляют межевыми знаками. Если границы закреплены ранее, то определяют координаты закрепленных точек. Согласование границ производят в присутствии представителя Государственной власти, владельцев или пользователей участка и участков, смежных с ним.

6. *Определение площадей земельных участков* выполняют в основном аналитическим методом по координатам межевых знаков. Иногда используют картографические материалы.

7. *Составление чертежей границ земельных участков* производят в масштабе основного кадастрового плана (или крупнее) по результатам установления и согласования границ на местности.

8. *Контроль и регистрация результатов кадастровых работ*. Выполняют полевой контроль результатов кадастровых работ и соблюдения требований технического задания и инструкций по производству топографо-геодезических работ. Обнаруженные ошибки и несогласованности устраняют. Полученная информация переносится в специальные реестры и отображается на кадастровых картах и планах.

9. *Создание и ведение базы данных* необходимо для систематизации и управления большим объемом кадастровой информации, должно быть предусмотрено не только хранение, но и оперативная выдача ее потребителю.

Кроме указанных работ геодезист участвует в планировании землепользования, оценке состояния и стоимости земель и т.п.

## 3. Определение площадей земельных участков

Определение площадей участков является важнейшим видом геодезических работ для земельного кадастра. Этот вопрос достаточно подробно изложен в разделе V.



#### 4. Вынос в натуру границ землепользования

Геодезические работы по выносу в натуру границ землепользования аналогичны работам по выносу на местность зданий, сооружений и других объектов. Землеустроительный проект используют для геодезического проектирования, включающего аналитическую подготовку данных для выноса на местность проектных точек способами, обеспечивающими требуемую точность и высокую эффективность. Исходным геодезическим обоснованием являются все виды геодезических построений, включая и спутниковые определения, которые по точности соответствуют предъявляемым требованиям.

Для выноса границ землепользования на местность используют все способы разбивочных работ: угловые, линейные, створные и створно-линейные засечки; полярные и прямоугольные координаты и другие геодезические построения. Вынесенные точки закрепляют межевыми знаками, ими могут служить четко опознаваемые контурные точки (углы капитальных зданий, заборов, пересечение осей дорог и т.п.).

Полученные данные наносят на кадастровые карты и помещают в кадастровый банк данных. При необходимости составляют чертеж границ земельного участка. Достоверность кадастровой информации зависит от точности геодезических данных, при расчете которой необходимо учитывать площадь земельного участка и его ценность. Если координаты точек границ определяют с пунктов геодезического обоснования, то эти пункты должны иметь точность в два раза выше точности последующих построений. В практике геодезических работ принято считать, что для городских земельных участков площадью до 1 га координаты точек их границ нужно определять со средней квадратической ошибкой 2 см, для участков, имеющих большие площади, 5–10 см [14].

#### 134. Спутниковые методы определения координат точек

Интенсивное развитие космонавтики позволило создать спутниковые методы определения координат и приращений координат, в которых вместо неподвижных геодезических пунктов используют движущиеся по орбите спутники, координаты которых можно определить для любого момента времени [14, 15, 19, 20]. В настоящее время имеются две спутниковые системы определения координат: российская ГЛОНАСС (ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система) и американская NAVSTAR

GPS (NAVigation System with Time And Ranging, Global Positioning System, т.е. «навигационная спутниковая система, обеспечивающая измерение времени и местоположения», «глобальная система позиционирования»). Слово «позиционирование» означает «определение координат».

В 1993 г. система GPS была полностью развернута. Затраты на ее реализацию превысили 15 млрд долларов США. Первоначально обе системы (ГЛОНАСС и GPS) предполагалось использовать при решении навигационных задач в основном для военных целей, но исследования показали возможность их геодезического применения, т.е. для определения координат с высокой точностью;  $m = 5 \text{ мм} + D \cdot 10^{-6}$ , где  $D$  – расстояние в км между опорной (с известными координатами) и определяемой точками;  $m$  – средняя квадратическая ошибка определения приращений координат. Систему определения местоположения делят на три сегмента:

созвездие ИСЗ – космический сегмент;

сеть наземных станций контроля и управления – сегмент управления;

GPS-приемники – сегмент пользователей (аппаратура потребителей).

#### 1. Космический сегмент

Современная система GPS и ГЛОНАСС должна состоять из 24 спутников (21 основных и 3 запасных), которые обращаются на трех орбитах (ГЛОНАСС, рис. 193) и на шести орбитах (GPS, рис. 194). Орбиты спутников практически круговые и расположены на высотах 19100 км – ГЛОНАСС и 20183 км – GPS. Период обращения спутников равен 12 часам звездного времени (звездные сутки равны 23 часа 55 минут 56,6 секунд). Каждый спутник проходит над одной и той же точкой ежедневно примерно на 4 минуты раньше вчерашнего.

Система ГЛОНАСС имеет три орбитальные плоскости, наклонение орбит  $64,8^\circ$ . Плоскости орбит спутников GPS наклонены на угол около  $55^\circ$  к плоскости экватора и сдвинуты между собой на  $60^\circ$  по долготе. В каждой из шести орбитальных плоскостей расположены три равноотстоящих друг от друга на  $120^\circ$  спутника. Спутник в соседней восточной плоскости находится на  $40^\circ$  севернее спутника, расположенного в соседней западной орбитальной плоскости. Радиусы орбит – около 26 тыс. км.

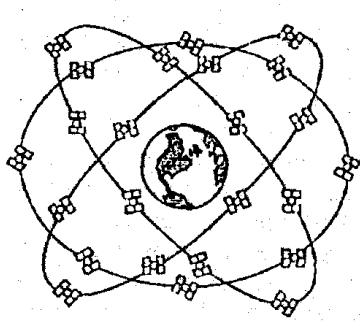


Рис. 193. Спутниковая навигационная система ГЛОНАСС

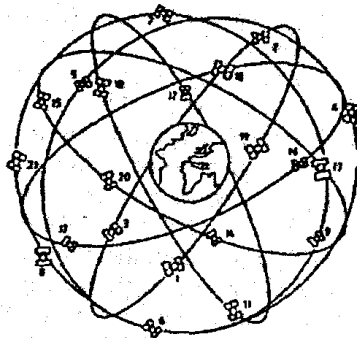


Рис. 194. Спутниковая навигационная система NAVSTAR GPS

На борту каждого спутника имеются стандарты частоты: кварцевый, два цезиевых и два рубиновых, солнечные батареи, двигатели корректировки орбиты, приемо-передающая аппаратура, компьютер. Две солнечные батареи площадью 7,2 м<sup>2</sup> каждая обеспечивают спутник электроэнергией и заряжают аккумуляторы для работы спутника в тени Земли (рис. 195, а, б). Стабильность часов спутника равна  $1 \cdot 10^{-12} + 1 \cdot 10^{-13}$ . Цезиевые и рубиновые стандарты частоты координируют и управляют основной частотой – кварцевым стандартом частоты, генерирующим 10,23 МГц, из которых создают две несущие частоты  $L$  – диапазона:

$$L_1 = 10,23 \cdot 154 = 1575,42 \text{ МГц (длина волны 19,05 см),}$$

$$L_2 = 10,23 \cdot 120 = 1227,60 \text{ МГц (длина волны 24,45 см).}$$

На несущую частоту методом импульсно-фазовой модуляции накладывают информацию и через антенну передают на Землю.

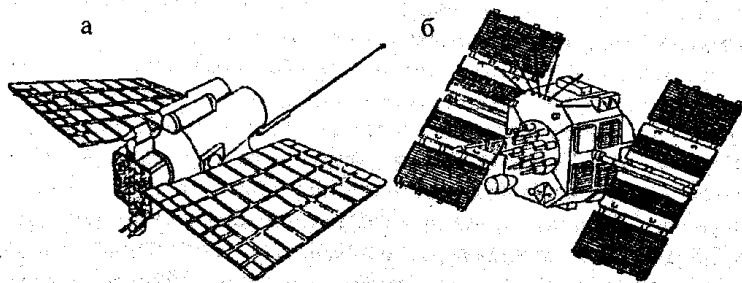


Рис. 195. Навигационные спутники: а – ГЛОНАСС; б – NAVSTAR GPS

Модуляцией сигнала называют изменение какого-либо параметра электрического сигнала: при амплитудной модуляции изменяется амплитуда сигнала, при частотной – частота сигнала, при импульсно-фазовой – фаза сигнала скачком изменяется на 180° (рис. 196).

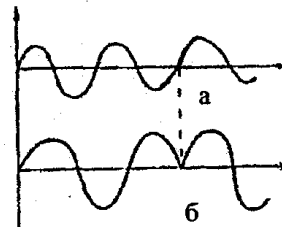


Рис. 196. Импульсно-фазовая модуляция:  
а – сигнал до модуляции; б – сигнал после модуляции

В системе ГЛОНАСС каждый спутник имеет свою частоту и общий код для всех спутников. Информацию передают на двух частотах [14]:

$$L_1 = f_{01} + \kappa \Delta f_1;$$

$$L_2 = f_{02} + \kappa \Delta f_2;$$

где  $\kappa = 0, 1, 2, \dots$  – номер спутника;  $f_{01} = 1602$  МГц;  $f_{02} = 1246$  МГц;  $\Delta f_1 = 0,4375$  МГц;  $\Delta f_2 = 0,5625$  МГц;  $L_1/L_2 = 9/7$ .

Спутники NAVSTAR GPS излучают одинаковые частоты  $L_1$ ,  $L_2$ , но каждый спутник имеет свой личный код – свою последовательность переключения фазы на 180°, по которой распознают спутник. Причем частота  $L_1$  модулируется двумя видами кодов: C/A – кодом (код свободного доступа) и P-кодом (код санкционированного доступа) и частота  $L_2$  – только P-кодом. Кроме того, обе несущие частоты дополнительно кодируются навигационным сообщением, в котором имеются данные об орбитах ИСЗ, о параметрах атмосферы, о поправках системного времени.

Следует отметить, что основное назначение GPS – военное, поэтому в эфемериды, показания часов и в несущую частоту спутников вносят искажения /режим Selective Availability – SA). Эти искажения исключаются в приемниках, имеющих доступ к P-коду.

1 мая 2000 года президент США заявил о прекращении намеренного ухудшения точности GPS системы NAVSTAR: «Сегодня я рад сообщить, что США прекращает программу преднамеренного ухудшения точности гражданских сигналов системы GPS, так на-

ываемый Избирательный Доступ (Selective Availability), начиная с полуночи. Это означает, что гражданские пользователи GPS системы будут способны определять свои координаты в десять раз точнее, чем они делали это раньше». (По материалам Interagency GPS Executive Board, <http://www.igeb.gov/>)

## 2. Сегмент управления

Сегмент управления (наземный сегмент) ГЛОНАСС состоит из [14]: центра управления системой (ЦУС); контрольных станций (КС); командных станций слежения (КСС); квантово-оптических станций (КОС); систем контроля фаз (СКФ); аппаратуры контроля поля (АКП), их расположение приведено на рис. 197.

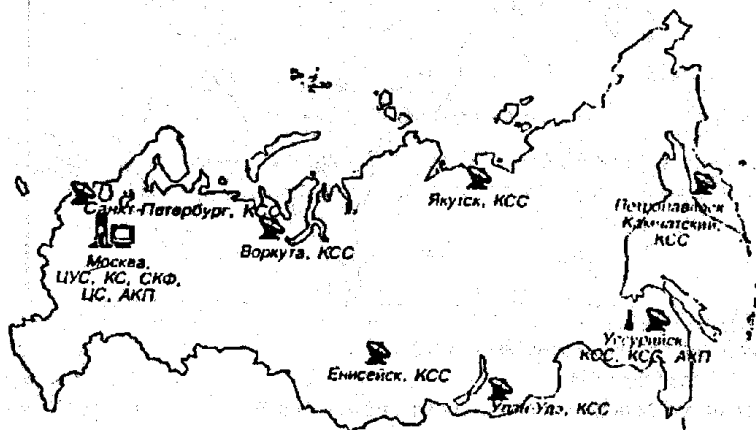
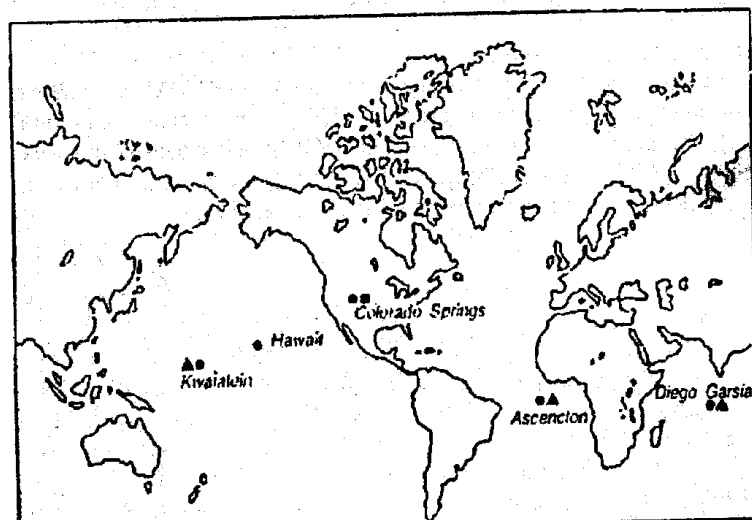


Рис. 197. Размещение станций контроля и управления системы ГЛОНАСС

Станции контроля и управления системой NAVSTAR GPS (рис. 198) имеют [19] главную станцию управления (авиабаза Фалькон в шт. Колорадо), пять станций слежения, расположенные на американских военных базах на Гавайских островах, островах Вознесения, Диего-Гарсия, Кваджелейн. Для уточнения параметров атмосферы и траекторий движения ИСЗ, кроме того, выполняются наблюдения на государственных и частных станциях слежения за ИСЗ. На главной станции получаемая информация обрабатывается в суперкомпьютерах. В результате вычисляют и прогнозируют эфемериды спутников, определяют поправки в часы ИСЗ, формируют навигационные сообщения спутника. Наземные антенны передают на ИСЗ эти навигацион-

ные сообщения. Расположение наземных передающих антенн позволяет иметь ежедневно не менее трех сеансов связи системы слежения с каждым спутником. Схема обновления бортовых эфемерид ИСЗ приведена на рис. 199.



- Станция слежения
- Главная станция слежения
- ▲ Наземные антенны

Рис. 198. Расположение станций контроля и управления системой NAVSTAR GPS

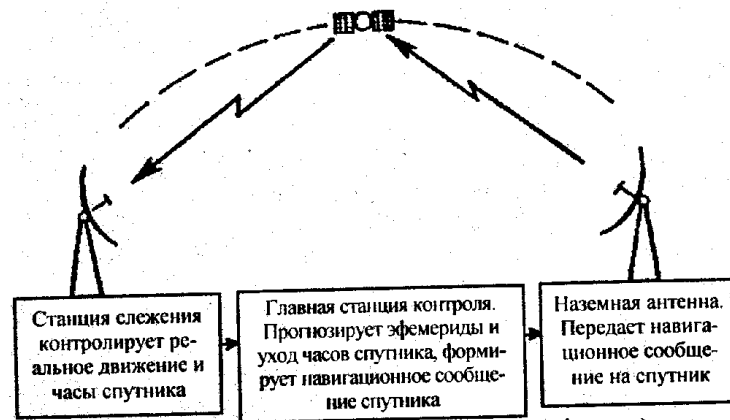


Рис. 199. Измерение, прогнозирование и обновление эфемерид спутника

### 3. Система отсчета времени и координат

Для более точного определения времени в 1967 г. XIII Генеральная конференция по мерам и весам приняла решение о введении системы атомного времени АТ на основе периодических процессов, происходящих в атомах. Высокая стабильность частоты электромагнитных колебаний при переходе из одного энергетического состояния в другое привела к созданию атомных часов, используемых в международной и отечественной службе времени и частоты, т.е. к созданию атомного времени АТ, относительная ошибка которой равна  $1 \cdot 10^{-13}$ .

Атомная секунда равна интервалу времени, за который происходит 9 192 631 770 колебаний, соответствующих резонансной частоте энергетического перехода между уровнями атома цезия – 133 при отсутствии внешних воздействий. Атомная секунда принята за единицу времени в системе СИ.

В ГЛОНАСС и GPS заложена идея генерации навигационных сигналов и сигналов синхронизации на борту каждого спутника, для чего требовалось разработать надежные сверхстабильные атомные эталоны частоты, отвечающие космическим требованиям. В итоге была создана конструкция цезиевого и рубинового эталонов частоты для работы на штатных спутниках системы, обеспечивающих стабильность порядка  $10^{-14}$ , т.е. около 1 с. за 3 000 000 лет! Такая стабильность служит одним из важнейших условий нормальной работы, которая позволяет автономно и синхронно генерировать и передавать навигационные сигналы и сигналы синхронизации с борта каждого спутника без непрерывного контроля с Земли.

Важной составной частью атомных эталонов частоты GPS и оборудования приемников, принимающих и обрабатывающих навигационные сигналы и сигналы синхронизации со спутников, являются кварцевые генераторы, подобные применяемым в современных цифровых часах. Эти приборы обладают высокой кратковременной стабильностью, позволяющей с помощью синхронизации от атомного эталона частоты получать точные эталоны времени, необходимые для высокоточного определения положения с помощью ГЛОНАСС и GPS.

Часы на спутнике постоянно контролируют с Земли, т.е. сравнивают с эталонными часами на Земле, для эталонных часов создают наиболее стабильные условия, они являются основными опорными часами и создают свою шкалу времени для спутниковой навигационной системы.

Начало отсчета времени GPS ведется от 0<sup>h</sup> 5 января 1980 г., начало недели GPS ведется от полуночи между субботой и воскресеньем. Для обеспечения компактности, легкости и невысокой стоимости в приемнике предусмотрен более грубая оценка текущего времени системы и поэтому часы в приемнике примерно в миллион раз менее стабильны, чем часы на спутниках. В связи с этим при каждом сеансе измерений выполняют синхронизацию часов приемника с часами навигационной спутниковой системы.

ИСЗ перемещаются в пространстве согласно законам небесной механики в основном под действием сил инерции и сил притяжения Земли. Для описания этого движения используют геоцентрическую инерциальную систему координат  $X\gamma Y\gamma Z\gamma$ , начало которой совпадает с центром  $O$  масс Земли, координатная плоскость  $X\gamma Y\gamma$  находится в плоскости экватора, ось  $OX\gamma$  направлена в точку весеннего равноденствия  $\gamma$ , ось  $OZ\gamma$  совпадает с осью вращения Земли и направлена на северный полюс, а ось  $OY\gamma$  дополняет систему до правой.

Кроме того, используют подвижную систему  $XYZ$ . Центры  $O$  этой системы и системы  $X\gamma Y\gamma Z\gamma$  совпадают. Ось  $OX$  находится на пересечении плоскости экватора с плоскостью Гринвичского меридиана. В навигационной системе ГЛОНАСС эту систему координат называют ПЗ-90, а в GPS – WGS-84. При суточном вращении Земли ось  $OX$  проходит через точку весеннего равноденствия  $\gamma$ . Промежуток времени между двумя последовательными прохождениями оси  $OX$  через  $\gamma$  равен звездным суткам.

Информацию о движении ИСЗ определяют в геоцентрической подвижной системе координат  $XYZ$ .

### 4. Движение ИСЗ и элементы его орбиты. Определение координат спутника. Эфемериды

Согласно открытому И. Ньютоном закону всемирного тяготения все тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению масс  $M$  и  $m$  и обратно пропорциональной квадрату расстояния ( $r^2$ ) между ними, т.е.

$$F = f \frac{Mm}{r^2}, \quad (299)$$

где  $f = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2 / \text{кг}^2$  – постоянная тяготения, являющаяся фундаментальной постоянной астрономии. Формула (299) позволяет определять силу взаимодействия между двумя точечными телами, однородными шарами или шарами с равномерным

распределением масс по концентрическим сферам. Гравитационные поля этих тел называют центральными. В первом приближении гравитационное поле Земли можно считать центральным, так как ее форма близка к шару и плотность примерно по концентрическим сферам увеличивается от поверхности к центру. В этом случае на спутник действует сила, направленная к центру масс Земли, и ИСЗ согласно второму закону Ньютона с учетом (299) получает ускорение

$$g = \frac{F}{m} = \frac{\mu M}{r^2} = \frac{\mu}{r^2},$$

где  $\mu = \gamma M = 398600,5 \text{ км}^3/\text{с}^2$  называют гравитационным параметром и относят к числу фундаментальных постоянных. По наблюдениям ИСЗ значение  $\mu$  определяют более точно, чем каждый из сомножителей.

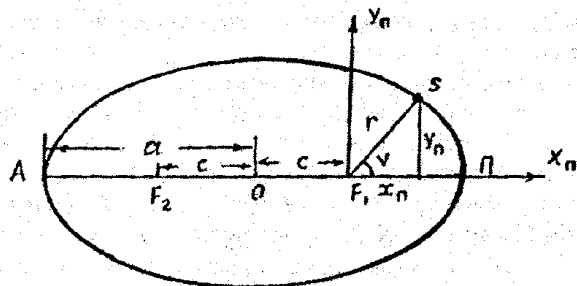


Рис. 200. Эллиптическая орбита спутника

Согласно первому закону Кеплера невозмущенная орбита спутника является плоской кривой второго порядка (окружность, эллипс, парабола, гипербола), в одном из фокусов которой находится притягивающее тело (Земля). На рис. 200 изображена эллиптическая орбита спутника;  $F_1, F_2$  – фокусы эллипса,  $O$  – центр эллипса,  $a$  – большая полуось эллипса. Наиболее удаленная от  $F_1$  точка  $A$  называется апогеем, а ближайшая точка  $\Pi$  – перигеем. Прямую  $АП$  называют линией аписид;  $F_1s = r$  – радиус-вектор спутника;  $OF_1 = OF_2 = c$  – расстояние, определяющее положение на большой оси фокусов  $F_1$  и  $F_2$  относительно центра  $O$  эллипса;  $e = c/a$  – эксцентриситет. Если  $e = 0$ , то  $F_1$  и  $F_2$  совпадают с точкой  $O$  и орбита становится окружностью.

Для описания движения спутника на орбите обычно используют шесть элементов (рис. 201):  $\Omega$  – долгота восходящего узла, равная дуге небесного экватора от точки весеннего равноденствия до восходящего узла  $\Omega$ ;  $i$  – наклон орбиты, равный углу между плоскостью экватора и плоскостью орбиты;  $\omega$  – аргумент перигея, равный углу в плоскости орбиты между направлениями из точки  $O$  на восходящий узел  $\Omega$  и перигей  $\Pi$ ; элементы  $\Omega, i$  и  $\omega$  устанавливают положение орбиты в пространстве. Большая полуось  $a$  и эксцентриситет  $e = c/a$  дают размеры орбиты. Угол  $V$  с вершиной в начале координат  $O$  между направлениями на перигей  $\Pi$  и на спутник  $s$  называют истинной аномалией, она показывает положение ИСЗ на орбите. Вместо истинной аномалии  $V$  можно использовать момент прохождения спутника через перигей  $\Pi$ , а также эксцентриситет  $E$  и среднюю  $M$  аномалию.

Для получения средней аномалии  $M$  из центра  $O$  эллипса проводят окружность радиусом  $a$  (большая полуось эллипса) (рис. 202). Положим, что ИСЗ движется по этой окружности равномерно и совершает полный оборот за период обращения  $T$ . Величину  $n = 360^\circ/T$  называют средним движением. Положение  $s_\phi$  фиктивного ИСЗ на окружности в текущий момент времени  $t$  дает угол

$$M = n(t - \tau), \quad (300)$$

где  $\tau$  – момент прохождения спутника через перигей  $\Pi$ .

Через точку  $s$  проведем перпендикуляр к линии аписид  $АП$  и продолжим его до пересечения окружности в точке  $S_E$ , угол  $S_E O \Pi = E$  – эксцентрисическая аномалия. Связь между средней  $M$  и эксцентрисической  $E$  аномалиями выражается уравнением Кеплера

$$E = M + e \sin E. \quad (301)$$

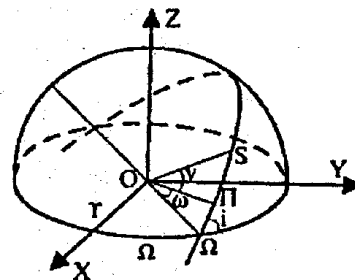


Рис. 201. Элементы орбиты ИСЗ

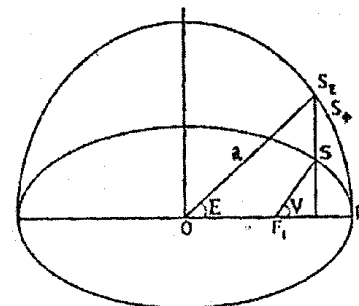


Рис. 202. Истинная, средняя и эксцентрисическая аномалии

Решение этого уравнения выполняют методом приближений.

Для определения истинной аномалии используют формулу

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2} \quad (302)$$

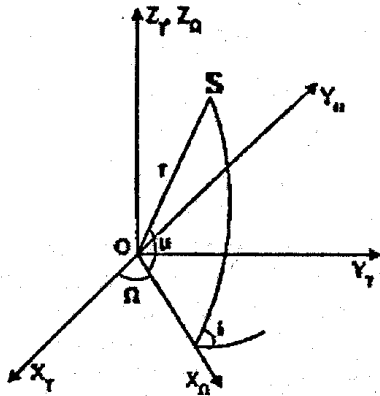


Рис. 203. Пространственная прямоугольная система координат

Координаты спутника можно определить в различных системах координат. Если за координатную принять плоскость экватора, ось  $Ox\gamma$  направить в точку  $\gamma$  весеннего равноденствия, ось  $Oz\gamma$  — параллельно оси вращения Земли, а ось  $Oy\gamma$  дополняет систему до правой, то получим пространственную прямоугольную систему  $Ox\eta y\eta z\eta$  (рис. 203).

С центром в точке  $O$  проведем сферу единичного радиуса, в результате получим сферические треугольники, изображенные на рис. 204.

Значения

$$\begin{aligned} x_\gamma &= r \cos Sx_\eta \\ y_\gamma &= r \cos Sy_\eta \\ z_\gamma &= r \cos Sz_\eta \end{aligned} \quad (303)$$

где  $Sx_\eta$ ,  $Sy_\eta$ ,  $Sz_\eta$  — углы между направлением  $OS$  на ИСЗ и осями координат.

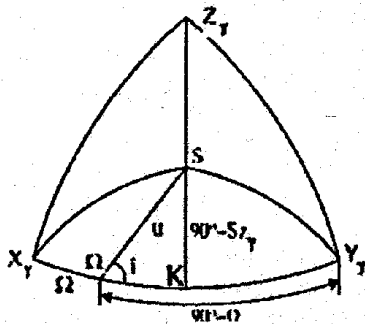


Рис. 204. Сферические треугольники

В сферическом треугольнике  $Sx\eta\Omega$ , используя формулу косинусов, находим

$$\cos Sx_\eta = \cos u \cos \Omega + \sin u \sin \Omega \cos (180^\circ - i),$$

в сферическом треугольнике  $Sy\eta\Omega$  имеем

$$\cos Sy_\eta = \cos u \cos (90^\circ - \Omega) + \sin u \sin (90^\circ - \Omega) \cos i.$$

В прямоугольном сферическом треугольнике  $S\Omega K$  по теореме синусов получаем

$$\frac{\sin (90^\circ - Sz_\eta)}{\sin i} = \frac{\sin u}{\sin 90^\circ},$$

откуда  $\cos Sz_\eta = \sin u \sin i$ .

Подставляя полученные значения в формулу (303), находим

$$\begin{aligned} x_\gamma &= r (\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i), \\ y_\gamma &= r (\cos u \sin \Omega - \sin u \cos \Omega \cos i), \\ z_\gamma &= r \sin u \sin i. \end{aligned} \quad (304)$$

Если систему координат  $Ox\eta y\eta z\eta$  (см. рис. 203) повернуть вокруг оси  $Oz\eta$  на угол  $\Omega$ , то получим систему координат  $Ox_\Omega y_\Omega z_\Omega$ , в которой ось абсцисс проходит через восходящий узел. Подставив в формулы (304)  $\Omega = 0$ , имеем

$$\begin{aligned} x_\Omega &= r \cos u, \\ y_\Omega &= r \sin u \cos i, \\ z_\Omega &= r \sin u \sin i. \end{aligned} \quad (305)$$

Если координатная плоскость  $x_\eta y_\eta$  совпадает с плоскостью орбиты, а начало координат — с фокусом  $F_1$ , то получаем орбитальную систему координат. В этой системе (рис. 205) имеем

$$\begin{aligned} x_\eta &= r \cos v, \\ y_\eta &= r \sin v, \\ z_\eta &= 0, \end{aligned} \quad (306)$$

т.е. получили более простые формулы. Следует заметить, что эти формулы не учитывают возмущений в элементах орбиты спутника.

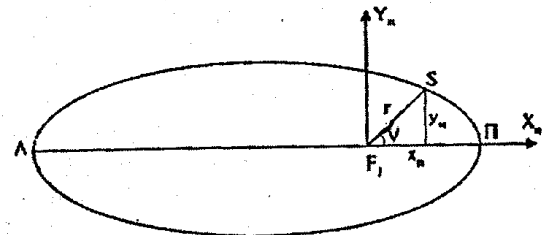


Рис. 205. Орбитальная система координат

Если ИСЗ движется строго по законам Кеплера (при отсутствии возмущений), то пять параметров орбиты ( $\Omega$ ,  $i$ ,  $\omega$ ,  $a$ ,  $e$ ) постоянны и не меняются при движении спутника, а шестой параметр  $V$  (истинная аномалия) определяет положение ИСЗ на орбите в момент времени  $t$ .

Генераторы частоты, установленные на каждом спутнике, имеют погрешности, поэтому показания  $t_s$  часов на ИСЗ отличаются от времени  $t$  GPS, и в  $t_s$  нужно ввести поправку [14]

$$\Delta t_s = a_0 + a_1 (t - t_{oc}) + a_2 (t - t_{oc})^2,$$

где  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  – коэффициенты, которые передаются в спутниковом сообщении;  $t - t_{oc} = t_x$  – промежуток времени от опорной эпохи до момента данного измерения, значение

$$t = t_s - \Delta t_s.$$

Так как спутник движется по возмущенной орбите (из-за неравномерного распределения масс в теле Земли, влияния Луны, Солнца и др.), то в навигационном сообщении спутника кроме шести параметров, определяющих кеплерову орбиту, имеется девять корректирующих поправок.

Эфемериды спутника называют прогнозируемые координаты положения ИСЗ на заданный момент времени. Эфемериды спутниковых навигационных систем состоят из двух частей [14]:

математической модели движения спутника, опубликованной в научной литературе;

параметров математической модели, которые передаются в навигационном сообщении спутника.

Из-за сложности высокоточного описания реального движения спутников прогнозируемую орбиту ИСЗ разбивают на интервалы, равные 1 ч. Каждый час в навигационном сообщении даются новые значения всех параметров и корректирующих коэффициентов.

В настоящее время (с 1 мая 2000 г.) США прекратили намеренное ухудшение точности GPS, поэтому системы NAVSTAR GPS и ГЛОНАСС позволяют любому пользователю определять координаты своего местоположения с предельной ошибкой 20 м.

В геодезических работах в основном используют приемники, выполняющие фазовые измерения на частоте  $L_1$  и частотах  $L_1$  и  $L_2$ . Для фазовых измерений на несущей частоте необходимо выполнить демодуляцию сигнала (очистку сигнала от модуляции), одним из способов которой является квадратурное [14]. Если модулированный сигнал

$$x = P(t) \sin \omega t,$$

где  $P(t)$  – амплитуда сигнала, которая в определенные моменты времени принимает значения  $+1$  или  $-1$ , то после возведения в квадрат амплитуда изменяться не будет, а частота удвоится, т.е.

$$x^2 = P^2(t) \sin^2 \omega t = \frac{P^2(t)}{2} (1 - \cos 2\omega t).$$

В другом способе демодуляции сигнал разделяют на два, в одном из них фазу изменяют на  $\pi/2$ , сигналы складывают и получают синусоидальный сигнал.

Наибольшее распространение получили приемники одночастотные ( $L_1$ ) двенадцатиканальные и двухчастотные ( $L_1$ ,  $L_2$ ) по двенадцать каналов на каждую частоту, позволяющие одновременно принимать сигналы от двенадцати спутников.

Для выполнения высокоточных измерений высокую частоту сигнала, принятую приемником, понижают путем вычитания частоты генератора приемника (эту операцию называют гетеродинированием). Гетеродинирование выполняют в несколько этапов. На выделенной разностной частоте производят фазовые измерения. Приемник принимает сигналы не менее чем от четырех спутников, фазовые измерения выполняют по всем каналам одновременно.

На рис. 206 приведен принцип фазовых измерений в двух каналах (на других каналах принцип аналогичен). На временных осях 1 и 2 показаны сигналы, принятые от двух спутников (после снятия с них модуляции). На оси 3 приведена частота гетеродина (суммарная частота гетеродинирования), общая для всех спутниковых сигналов. На 4 и 5 временных осях приведен результат гетеродинирования (разностная частота):

$\Delta f = f_g - f_s$  ( $f_g$ ,  $f_s$  – частота гетеродина и спутника соответственно).

Если  $f_s < f_g$ , то результат фазовых измерений имеет знак «плюс», если  $f_s > f_g$  – знак «минус». Начало фазовых измерений соответствует точке перехода разностного сигнала через ноль (команда «старт»). При команде «счет» записывается результат измерения от стартовых точек  $A_{01}$  и  $A_{02}$  до команды «счет 1». Если команда «счет» не поступила в течение целого периода, то результат измерения обнуляется, и счет начинается вновь. После следующих команд «счет» измеряется и записывается в память число фазовых циклов и доли цикла от начальных точек  $A_{01}$ ,  $A_{02}$ . Команда «счет» поступает на все каналы одновременно.

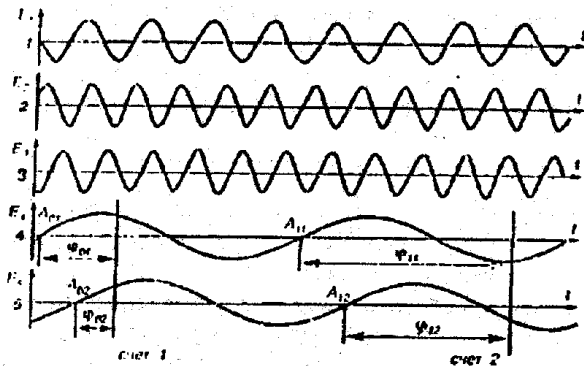


Рис. 206. Принцип фазовых измерений в двух каналах

Влияние ошибок спутниковых методов существенно уменьшается при одновременном использовании нескольких приемников, установленных на определяемых пунктах, синхронно принимающих сигналы от одних и тех же спутников [14].

Разность координат, определенных из фазовых измерений, имеет среднюю квадратическую ошибку  $m = 0,5 \text{ см} + D \cdot 10^{-6}$ , где  $D$  – расстояние между приемниками.

Так как часы приемника примерно в миллион раз менее стабильны часов ИСЗ, то одновременно с координатами  $X_n, Y_n, Z_n$  приемника определяют поправку  $\delta t$  в часы приемника. Псевдодальность

$$D^1 = (T_n - T_c) v,$$

где  $T_c, T_n$  – время излучения сигнала на спутнике и его приема приемником соответственно;  $v$  – скорость распространения электромагнитных волн. Если  $(T_n - T_c)$  меньше истинного значения интервала между излучением и приемом сигнала, то расстояние  $D$  между спутником и приемником

$$D = (T_n - T_c + \delta t) v = (T_n - T_c) v + v \delta t$$

или

$$\sqrt{(x_c - x_n)^2 + (y_c - y_n)^2 + (z_c - z_n)^2} - v \delta t = (T_n - T_c) v.$$

В полученное выражение входят четыре неизвестных, поэтому таких измерений должно быть не менее четырех.

## 135. Влияние и учет ошибок, возникающих при измерениях системами ГЛОНАСС и NAVSTAR GPS

### 1. Влияние вращения Земли

Координаты ИСЗ в геоцентрической системе координат вычисляют на определенный момент времени. За время  $\tau$  распространения электромагнитных волн от спутника до приемника вследствие вращения Земли сигнал будет принят не в точке 1, а в точке 2 (рис. 207). Вследствие этого вместо координат  $X, Y, Z$  из-за поворота на угол  $\alpha$  получим координаты  $X', Y', Z'$  [14]. На

рис. 207, учитывая  $\sin \alpha_0 = \frac{x}{r}, \cos \alpha_0 = \frac{y}{r}$ , имеем

$$\begin{aligned} x^1 &= r \sin(\alpha_0 - \alpha) = r(\sin \alpha_0 \cos \alpha - \cos \alpha_0 \sin \alpha) = x \cos \alpha - y \sin \alpha; \\ y^1 &= r \cos(\alpha_0 - \alpha) = r(\cos \alpha_0 \cos \alpha + \sin \alpha_0 \sin \alpha) = y \cos \alpha + x \sin \alpha; \\ z^1 &= z, \end{aligned} \quad (307)$$

где  $\alpha = \omega \tau$  – угол поворота Земли вокруг оси вращения за время  $\tau$ .

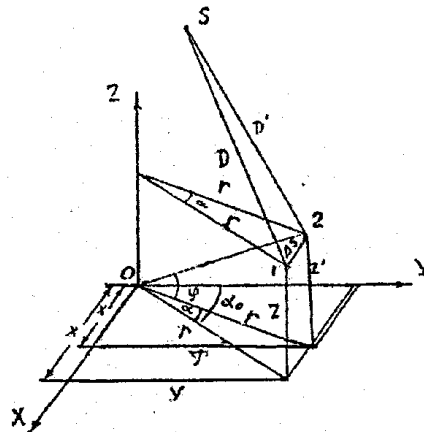


Рис. 207. Смещение приемника за время распространения сигнала

При  $D = 20\,000 - 23\,000 \text{ км}$   $\tau = \frac{D}{C} \approx 0,07 - 0,08 \text{ с}$ . Земля за это

время повернется на угол  $\alpha = 1,0 - 1,2''$  и приемник в зависимости от широты точки, в которой он находится, сместится на величину

$$\Delta s = \frac{r \alpha}{\rho} = \frac{\alpha R \cos \gamma}{\rho}.$$



При  $R = 6371,2$  км на экваторе ( $\varphi = 0^\circ$ )  $\Delta s = 31 - 35$  м, при  $\varphi = 45^\circ$   $\Delta s = 22 - 25$  м и при  $\gamma = 90^\circ$  – на полюсе  $\Delta s = 0$ . Поэтому возникает необходимость учитывать это явление, используя формулы (307).

## 2. Поправка за релятивистские эффекты

В работе [14] отмечается, что поправка за релятивистский эффект связана с тем, что основные часы, определяющие шкалу времени системы GPS и часы на спутнике расположены в местах с различными гравитационными потенциалами и перемещаются с различными скоростями. Это обстоятельство приводит к смещению частот генераторов на спутниках. Величина смещения имеет небольшую постоянную компоненту и периодическую компоненту. Постоянная часть учитывается в поправочном коэффициенте часов спутника. Максимальная величина поправки в спутниковые часы равна 70 наносекунд, а дрейф часов – 0,01 наносекунд (1 наносекунда равна  $10^{-9}$  секунды, т.е. одной миллиардной секунды).

## 3. Влияние ионосферы

Начиная с высот 50–60 км в атмосфере резко увеличивается содержание заряженных частиц – ионов и электронов. Поэтому часть атмосферы на высотах 50–20000 км называют ионосферой. В ионосфере газ частично или полностью ионизирован и содержит большое число свободных электронов. Число электронов в единице объема называют электронной плотностью. Электронная плотность имеет основной максимум на высотах 250 + 400 км, часть ионосферы ниже основного максимума ионизации называют внутренней, а выше – внешней ионизацией. Наиболее изучена внутренняя ионизация, которая имеет несколько неярко выраженных максимумов концентрации зарядов, называемых областями, или слоями, ионосферы (слои D, E, F).

Слой D расположен на высоте 60 + 80 км, электронная плотность его не превышает  $10^3 - 10^4$  эл/см<sup>3</sup>. Слой E имеет нижнюю границу на высоте 100 км, электронная плотность днем  $1,5 \cdot 10^5$  эл/см<sup>3</sup>, ночью  $5 \cdot 10^4$  эл/см<sup>3</sup>. Слой F расположен на высотах 250 + 400 км, имеет максимум электронной плотности. Ионизация слоя F зависит от широты и долготы, зимой в северном по-

лушарии ионизация в слое F обычно возрастает. Слой F является основным, отражающим короткие волны.

Летом слой F днем расщепляется на два слоя:  $F_1$  – высоте 200 + 230 км (электронная плотность  $2 - 4 \cdot 10^5$  эл/см<sup>3</sup>) и  $F_2$  – на высоте 300 + 400 км (электронная плотность  $4 - 9 \cdot 10^5$  эл/см<sup>3</sup>). В слое F электронная плотность сильно изменяется и даже в спокойные дни в один и тот же час суток она существенно отклоняется от среднего значения.

Наблюдается корреляция между усредненным количеством солнечных пятен и параметрами ионосферы. Особенно сильно деятельность Солнца сказывается на ионизации внешней ионосферы и основного максимума слоя F. Ночью электронная плотность снижается.

Ионосфера обладает дисперсией для радиоволн, и фазовый показатель преломления для практических расчетов определяется по формуле

$$n_\phi = 1 - \frac{40,3n_e}{f^2},$$

где  $n_e$  – электронная плотность,  $f$  – частота.

Групповой показатель преломления

$$n_{гр} = n_\phi + f \frac{dn}{df}.$$

Учитывая  $\frac{dn}{df} = -\frac{2C_2}{f^3} - \frac{3C_3}{f^4} - \frac{4C_4}{f^5}$ , находим [14],

$$n_{гр} = 1 - \frac{C_2}{f^2} - \frac{C_3}{f^3} - \frac{C_4}{f^4}, \quad C_2 = -40,3 n_e$$

Для практических расчетов используют приближенную формулу

$$n_{гр} = 1 + \frac{40,3n_e}{f^2}.$$

При фазовых измерениях двухчастотным приемником возможно значительное ослабление ионосферы. Максимальные ошибки, вносимые ионосферой в расстояние между приемником и спутником при зенитном расстоянии  $z = 0$ , приведены в табл. 34 [14]

Таблица 34

Частота	Ошибки, м		
	первого порядка $f^{-2}$	второго порядка $f^{-3}$	третьего порядка $f^{-4}$
$L_1$	32,5	0,036	0,002
$L_2$	53,5	0,076	0,007
$L_1+L_2$	0,0	0,026	0,006

#### 4. Влияние тропосферы

Известно, что скорость  $v$  электромагнитных волн (ЭМВ) в атмосфере

$$v = \frac{c}{n},$$

где  $c$  – скорость ЭМВ в вакууме,  $n$  – коэффициент преломления. С учетом этого значения  $v$  для элементарного участка пути ЭМВ, на которой  $v$  можно считать постоянной,

$$dD = \frac{c}{n} dt.$$

Учитывая  $n = 1 + N \cdot 10^{-6}$ , где  $N$  – индекс преломления, прибавляя и вычитая  $cdt = dD_0$ , находим

$$dD = \frac{cdt}{n} + cdt - cdt = dD_0 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)dD_0 = dD_0 - N \times 10^{-6} dD.$$

Весь путь ЭМВ равен сумме элементарных участков пути. Учитывая  $dD = dH \sec z$ , где  $z$  – зенитное расстояние в текущей точке ЭМВ, имеем

$$D = \int_0^{D_0} dD_0 - 10^{-6} \int_0^D NdD = D_0 - 10^{-6} \int_0^H (N \sec z) dH = D_0 + \Delta D,$$

где

$$D_0 = c\Delta t, \Delta D = -10^{-6} \int_0^H (N \sec z) dH = -10^{-6} \int_0^H (N_c + N_w) \sec z dH, \quad (308)$$

$N_c, N_w$  – сухая и влажная составляющие индекса преломления.

Строгое интегрирование (308) невозможно, поэтому задачу можно решить приближенными методами, например методом численного интегрирования, для чего необходимо знать  $N_i$  и  $D_i$  или  $N_i, Z_i, H_i$  в текущих точках траектории ЭМВ. Кроме того,

интегрирование (308) можно выполнить, используя теорему о среднем значении. В этом случае

$$\Delta D = -10^{-6} N_m D = -10^{-6} (\sec z)_m \int_0^H NdH = -10^{-6} (\sec z)_m \int_0^H (N_c + N_w) dH,$$

где индекс «m» означает среднеинтегральное значение величины;  $N_c, N_w$  – индексы преломления сухого воздуха и водяного пара соответственно.

Сухую составляющую поправки

$$\Delta D_c = -10^{-6} (\sec z)_m \int_0^H N_c dH \quad (309)$$

можно определить, используя основное уравнение статики атмосферы и гидросферы, которое с учетом  $\rho_c = p_c / TR_c$  имеет вид

$$-dp_c = q\rho_c dH = \frac{g p_c}{R_c T} dH, \quad (310)$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести;  $p_c, \rho_c, R_c$  – давление, плотность и удельная газовая постоянная сухого воздуха соответственно.

Подставляя в формулу (309) вместо  $dH$  ее значение из (310), а вместо  $N_c$  – первое слагаемое формулы Фрума-Эссена с учетом  $p = p_c + e$ , т. е.

$$N = 77,624 \frac{p_c}{T} + 64,700 \frac{e}{T} + 371896 \frac{e}{T^2}, \quad (311)$$

где  $p_c, e$  – давление и влажность в гПа /мбарх/,  $T$  – абсолютная температура ( $T = 273,15 + t$  °C), получаем

$$\Delta D_c = -77,624 \times 10^{-6} (\sec z)_m R_c \int_{p_g}^{p_a} \frac{dp_c}{g} = -77,624 \times 10^{-6} (\sec z)_m \frac{R_c}{g_c} (p_{gc} - p_{ac}), \quad (312)$$

где  $p_{gc} = p_g - e_g, p_{ac} = p_a - e_a, e_g, e_a$  – влажность воздуха в начальной G и конечной A точках траектории ЭМВ;  $g_c$  – среднеинтегральное значение ускорения силы тяжести, которое можно определить по формуле

$$g_c = Qg_g,$$

$R_c$  – удельная газовая постоянная, которая практически не изменяется до высот 90 км и равна  $287,05287 \text{ м}_2/\text{с}^2\text{К}$  (ГОСТ 4401-81). Значения  $Q$  для различных высот  $H_a$ , полученные эмпирическим способом для условий стандартной атмосферы ГОСТ 4401-81, приведены в табл. 35

Таблица 35<sup>а</sup>

$H_0$ , км	$Q$	$H_0$ , км	$Q$	$H_0$ , км	$Q$
0	1,00000	13	0,99844	30	0,99781
1	0,99985	14	0,99837	32	0,99779
2	0,99970	15	0,99830	34	0,99777
3	0,99956	16	0,99824	36	0,99776
4	0,99942	17	0,99819	38	0,99775
5	0,99928	18	0,99814	40	0,99774
6	0,99916	19	0,99809	44	0,99772
7	0,99904	20	0,99805	48	0,99772
8	0,99892	22	0,99798	52	0,99771
9	0,99881	24	0,99792	56	0,99771
10	0,99871	26	0,99788	60	0,99770
11	0,99861	28	0,99784	70	0,99770
12	0,99852				

Значение  $g_0$  на уровне моря можно определить, используя формулу нормальной силы тяжести.

$g_0 = 9,7803266 (1 + 0,00530248 \sin^2 B - 0,00000585 \sin^2 2B)$ , соответствующую фундаментальным геодезическим постоянным геодезической референц-системы 1980 г.

Значение  $Q$  можно определить также по полученной по данным табл. 35 с использованием метода наименьших квадратов формуле

$$Q = 1 - \frac{0,01H}{0,03800H^2 + 1,358H + 60,87}$$

где  $H$  – км. Максимальное отклонение  $Q$ , вычисленное по этой формуле при  $H \leq 44$  км, от данных табл. 35 равно  $3 \cdot 10^{-5}$ .

Исследования показали, что для условий, близких к условиям стандартной атмосферы, для вертикальных трасс ( $z = 0^\circ$ ) использование данных табл. 35 или значений  $Q$ , вычисленных по приведенной формуле, для определения  $g_0$  позволяет определить значение по формуле (312) с ошибкой менее 0,1 мм.

Вклад влажной составляющей в значение  $N$  с высотой быстро падает. Это происходит вследствие того, что в большей части тропосферы водяной пар конденсируется, давление  $e$  водяного пара убывает с высотой значительно быстрее, чем давление воздуха, поэтому для определения изменения влажности воздуха с

высотой нельзя использовать уравнение статики атмосферы и гидросферы.

Формулы, позволяющие описывать распределение влажности с высотой, получены в 1889 г. Ганном по материалам наблюдений в Альпах и в 1900 г. немецким ученым Зюрингом. По формуле Ганна

$$e = e_0 10^{\frac{H}{6,3}} = e_0 \exp(-0,3655H). \quad (313)$$

По формуле Зюринга

$$e = e_0 10^{\frac{H}{6} - \frac{H^2}{120}} = e_0 \exp(-0,3838H - 0,01919H^2); \quad (314)$$

$$s = s_0 10^{\frac{H}{9} - \frac{H^2}{120}},$$

где  $s$  – удельная влажность.

Значения  $e$ , вычисленные по формулам Ганна и Зюринга при  $e_0 = 17,00$  гПа, имеют максимальную разность 1,25 гПа при  $H = 4$  км.

А.Х. Хргиан (1945 г.) по материалам самолетного зондирования получил формулу

$$s = s_0 10^{-AH - BH^2}, \quad (315)$$

где для различных сезонов года постоянные  $A$  и  $B$  имеют следующие значения для:

зимы.....  $A = 0,0483$ ,  $B = 0,0158$   
 весны .....  $A = 0,0941$ ,  $B = 0,0163$   
 лета .....  $A = 0,0947$ ,  $B = 0,0138$   
 осени.....  $A = 0,0905$ ,  $B = 0,0124$   
 в среднем за год.....  $A = 0,0845$ ,  $B = 0,0161$

Для перехода в формуле (315) от удельной влажности к упругости водяного пара  $e$  можно использовать известную формулу

$$s = \frac{0,622e}{p - 0,378e} = \frac{0,622e}{p}$$

После подстановки вместо  $s$  и  $s_0$  соответствующих значений согласно формуле (315) находим

$$e = \frac{p e_0 Q'}{p_0 - 0,378 e_0 (1 - Q')} = \frac{p}{p_0} e_0 Q' = \frac{p}{p_0} e_0 10^{-AH - BH^2}. \quad (316)$$

Кроме того, значение  $E$  при относительной влажности  $f = 100\%$  можно определить по формуле (Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1976, с. 337)

$$E = 6,107 \times 10^{241,9+t}, e = Eu, \quad (317)$$

где  $E$  и  $e$  – в гПа/мбарх/.

Если значение  $f$  менее 100%, то для определения  $e$  величину  $E$  нужно умножить на  $u = f\%/100\%$ .

Для суждения о точности формул (313) – (317) значения  $e$  для различных высот, вычисленные по этим формулам, сравнивались со значениями  $e$ , приведенными в ГОСТ 26352-84 (Модель влажности в северном полушарии. – М.: Издательство стандартов, 1985) для станции Калькутта, имеющей высокую влажность – 31,30 гПа. Сравнение показало [15], что наиболее точные значения влажности ( $m = 0,30$  гПа) на различных высотах можно получить по формуле (317), поэтому, если известна температура воздуха на различных высотах, то целесообразно для определения влажности  $e$  использовать эту формулу. Формулы (313) – (316) позволяют определять  $e$  примерно с одинаковой точностью (по формуле Ганна  $m = 1,17$  гПа,  $\theta = 0,55$  гПа; по формуле Зюринга  $m = 1,47$  гПа,  $\theta = -1,00$  гПа; по формуле Хргиана с коэффициентами для лета  $m = 1,33$  гПа,  $\theta = -1,00$  гПа, где  $m$  – средняя квадратическая и  $\theta$  – систематическая ошибки).

Для радиоволи с учетом формул (311) и (312) находим

$$\Delta D = -77,624 \times 10^{-6} (\sec z)_m \frac{R_c}{g_c} (p_{gc} - p_{ac}) - 64,700 \times 10^{-6} (\sec z)_m \times \int_0^H \frac{e}{T} \left(1 + \frac{5748,006}{T}\right) dH. \quad (318)$$

Второе слагаемое формулы (318) (влажную составляющую) целесообразно определять методом численного интегрирования, для чего необходимо знать высотный профиль упругости  $e$  водяного пара:

Для определения поправок  $\Delta D$  в наклонную дальность необходимо учитывать значение  $(\sec z)_m$ . При зенитных расстояниях до 45–50° в большинстве случаев можно считать  $(\sec z)_m = \sec z_g$ , где  $z_g$  – зенитное расстояние наблюдаемого объекта в пункте наблюдения.

При зенитных расстояниях, превышающих 45–50°, для высокоточного определения поправки  $\Delta D$  необходимо учитывать изменения  $z$  с высотой. Исследования показали, что значение  $(\sec z)_m$  зависит в основном от высоты и при зенитном расстоянии до 80° при  $H_a \leq 40$  км можно считать

$$(\sec z)_m = \sec[z_g - k(z_g - z_a)] = \sec z'$$

где  $z' = z_g - k(z_g - z_a)$ ,

$$K = 0,5 - 0,008409 H_a - 0,0485 \sin 4,5^\circ H_a,$$

$H_a$  – в км.

Для атмосферы выше 40 км можно принять

$$\delta D_c = -77,624 \times 10^{-6} \frac{R_c}{g_c} p_{40} \sec z_{40} = -22,333 \frac{p_{40}}{g_g} \sec z_{40}.$$

При  $z_g = 80^\circ$ ,  $z_{40} = 78,2507^\circ$ ,  $p_{40} = 2,85$  гПа,  $g_g = 9,80665$  м/с<sup>2</sup>,  $\delta D_c = -31,87$  мм.

Полученное методом численного интегрирования  $\delta D_c = -31,95$  мм, т.е. эти значения практически совпадают. С учетом изложенного вместо формулы (318) имеем

$$\Delta D = -22,333 \frac{p_{gc} - p_{40}}{g_g} \sec[z_g - k(z_g - z_{40})] - 22,333 \frac{p_{40}}{g_g} \sec z_{40} - 64,700 \times 10^{-6} \int_0^H \frac{e}{T} \left(1 + \frac{5748,006}{T}\right) \sec z dH. \quad (319)$$

Для сферической модели атмосферы зенитное расстояние  $z$  в текущей точке трассы ЭМВ с высотой  $H$  определяют по известной формуле

$$\sin z = \frac{(R+H_g)(1+10^{-6}N_g)\sin z_g}{(R+H)(1+10^{-6}N)} = \frac{(R+H_a)(1+10^{-6}N_a)\sin z_a}{(R+H)(1+10^{-6}N)}, \quad (320)$$

где  $H_g$ ,  $N_g$ ,  $z_g$ ;  $H_a$ ,  $N_a$ ,  $z_a$ ;  $H$ ,  $N$ ,  $z$  – высота, индекс преломления и зенитное расстояние в начальной, конечной и текущей точках траектории ЭМВ;  $R$  – радиус кривизны Земли по направлению траектории ЭМВ.

Если в первые два слагаемых формулы (319) подставить давление  $p$  в гПа (мбарх),  $g_g$  в м/с<sup>2</sup>, упругость водяного пара  $e$  в гПа, абсолютную температуру в кельвинах (К), высоту  $H$  в км, то получим результат вычисления поправки в мм. При численном интегрировании в последнем слагаемом формулы (319) значение  $H_a$  равно высоте, на которой упругость водяного пара  $e = 0$ .

Приведенные в [15] расчеты показывают, что разности значений  $\Delta D$ , полученные по формуле (319) и методом численного интегрирования, не превышают 1,5 мм при  $z_g = 60^\circ$  и 4,1 мм при  $z_g = 80^\circ$ .

## 5. Влияние отраженных сигналов (многопутность распространения сигналов)

Приемник принимает не только сигналы со спутника по прямой линии, но и отраженные от окружающих предметов и земной поверхности. В итоге фазовые измерения по суммарному сигналу имеют искажения, которые могут достигать 5 см, и в случаях, когда отраженный сигнал превышает прямой, эта ошибка может приближаться к 10 см [21].

Для ослабления ошибок, обусловленных многопутностью, целесообразно [21]: 1) пункты наблюдений выбирать в местах, вблизи которых нет отражающих объектов; 2) при разработке антенных систем для спутниковых приемников предусмотреть установку экранирующих приспособлений, препятствующих попаданию отраженных радиосигналов на вход антенны; 3) на пунктах, подверженных влиянию отражений, выполнять более длительные сеансы наблюдений, усреднение полученных результатов может существенно ослабить влияние многопутности; 4) при обработке результатов наблюдений использовать только те, на которые влияние отражающих поверхностей наименьшее.

## 6. Системы координат и их преобразование

Система координат 1942 г. создана в СССР по материалам астрономо-геодезических и гравиметрических сетей нашей и других стран. Средняя квадратическая ошибка положения пункта относительно начального (Пулково) равна единицам метров на западе страны и достигает 15 м на востоке.

В 1970-х годах Главное управление геодезии и картографии приступило к модернизации государственной геодезической сети с повышением точности положения удаленных пунктов до 1 м путем использования методов космической геодезии, которые за последние 25 лет развивались по трем направлениям [21]:

- 1) создание и наблюдение спутников типа «Лягеос», «Лагеос», «Эталон» методами фотографирования и лазерной локации;
- 2) создание и наблюдение специализированных геодезических спутников типа Гео-ИК;
- 3) применение космических навигационных систем первого (Цикада, Транзит) и второго (ГЛОНАСС, GPS) поколения.

Параметры Земли 1990 г. (ПЗ-90) получены с помощью спутника Гео-ИК, оснащенного радиовысотомером с точностью определения высот над поверхностью морей и океанов, равной

1 м; доплеровским передатчиком, позволяющим измерять радиальную скорость с точностью 1 см/с, угловыми отражателями, радиодальномерной системой с точностью измерения расстояний 1–2 м, импульсной световой сигнализацией, позволяющей измерять направления пункт – спутник с точностью 1".

Геоцентрическая система координат ПЗ-90 закреплена координатами 30 опорных пунктов на территории СНГ, полученных по наблюдениям спутника Гео-ИК с точностью 1–2 м. Основные параметры общеземного эллипсоида, полученные по 30 млн спутниковых измерений на суше и мировом океане, имеют следующие значения [21]: большая полуось  $a = 6378136$  м, знаменатель сжатия  $f = 298,257839303$ .

Геоцентрическая система координат WGS-84, полученная в США по наблюдениям спутников, неоднократно уточнялась, с 1994 г. используется версия WGS-84 (G730). Основные параметры общеземного эллипсоида WGS-84, полученные по спутниковым измерениям на суше и мировом океане, имеют следующие значения:  $a = 6378137$  м,  $f = 298,257223563$ .

Параметры связи координатных систем СК-42, ПЗ-90 и WGS-84 приведены в табл. 36 [21].

Таблица 36

Параметры преобразования	Системы координат		
	СК-42 ПЗ-90	СК-42* WGS-84	ПЗ-90* WGS-84
$\Delta X$ , м	+ 25	+ 25	0
$\Delta Y$ , м	- 141	- 141	0
$\Delta Z$ , м	- 80	- 78,5	+ 1,5
$m \cdot 10^{-6}$	0	0	0
$\omega_x$	0"	0"	0"
$\omega_y$	- 0,35"	- 0,35"	0"
$\omega_z$	- 0,66"	- 0,736"	- 0,076"

\* данные приближенные

1. *Гириберг М.А.* Геодезия. – М.: Недра, 1967.
2. Геодезия. Геодезические и фотограмметрические приборы / Н.Н. Воронков, В.С. Плотников, Е.И. Калантаров, А.Н. Голубев, П.Н. Кузнецов, Х.К. Ямбаев. – М.: Недра, 1991.
3. Геодезия. Топографические съемки / Ю.К. Неумывакин, Е.И. Халугин, П.Н. Кузнецов, А.В. Бойко. – М.: Недра, 1991.
4. *Клюшин Е.Б., Михелев Д.Ш.* Инженерная геодезия. – М.: Недра, 1990.
5. *Кузнецов П.Н., Васютинский И.Ю., Ямбаев Х.К.* Геодезическое инструментоведение. М.: Недра, 1984.
6. *Куштин И.Ф.* Справочник техника-геодезиста. – М.: Недра, 1993.
7. *Найдин И.Н., Найдина К.В.* Руководство к практическим занятиям по геодезии. – М.: Недра, 1991.
8. *Седун А.В., Лимонов В.И.* Геодезия. – М.: Недра, 1992.
9. *Стороженко А.Ф., Некрасов О.К.* Инженерная геодезия. – М.: Недра, 1993.
10. *Хаймов З.С.* Основы высшей геодезии. – М.: Недра, 1984.
11. *Шилов П.И., Федоров В.И.* Инженерная геодезия и аэрогеодезия. – М.: Недра, 1971.
12. *Яковлев Н.В.* Высшая геодезия. – М.: Недра, 1989.
13. Инструкция по топографическим съемкам в масштабах 1 : 5000, 1 : 2000, 1 : 1000 и 1 : 500. – М.: Недра, 1982.
14. Инженерная геодезия / Е.Б. Клюшин, М.И. Киселев, Д.Ш. Михелев, В.Д. Фельдман; под ред. Д.Ш. Михелева. – М.: Высшая шк., 2000.
15. *Куштин И.Ф.* Геодезия. – М.: Приор, 2001.
16. *Куштин И.Ф.* Уравнивание геодезических построений. Ростов-на-Дону: РГСУ, 1999.
17. *Чешев А.С., Фесенко И.П.* Земельный кадастр. – М.: Приор, 2000.
18. *Куштин И.Ф., Брусевич П.Н., Лысков Г.А.* Справочник техника-фотограмметриста. – М.: Недра, 1988.
19. *Марков С.* КНУСА. Принципы работы системы GPS и ее использование.
20. *Bentler G., Rothacher M., Springer T., Kouba J., Neilan R.E.* Международная служба GPS (IGS). Междисциплинарная служба в поддержку наук о Земле. Перевод проф. Генике А.А.
21. *Генике А.А., Побединский Г.Г.* Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии. – М.: Картгеоцентр – Геодезиздат, 1999.
22. *Грудинская Г.П.* Распространение радиоволн. – М.: Высшая школа, 1975.

Предисловие .....	3
-------------------	---

## Раздел первый.

## ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ПО ГЕОДЕЗИИ

## 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О ГЕОДЕЗИИ, ТОПОГРАФИЧЕСКИХ КАРТАХ И ТЕОРИИ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ

## 1.1. Сведения о фигуре Земли и системах координат

1. Предмет геодезии.....	4
2. Задачи инженерной геодезии.....	5
3. Краткий исторический очерк о развитии геодезии.....	6
4. Уровенная поверхность. отвесная линия. Геоид, квази-геоид, земной эллипсоид, Нормальная Земля. Укло- нение отвесных линий.....	14
5. Основные системы координат, используемые в геодезии .....	19
6. Ориентирование линий .....	24
7. Карта, план, профиль.....	26
8. Аппроксимация участка сферической поверхности Зем- ли горизонтальной плоскостью .....	27
9. Метод проекций в геодезии .....	29
10. Высоты точек местности. Влияние кривизны Земли на высоты ее точек.....	32
11. Система плоских прямоугольных координат в геоде- зии .....	34
12. Единицы мер, используемые в геодезии.....	35

## 1.2. Топографическая карта

13. Масштабы, точность масштаба.....	36
14. Топографические карты, их разграфка и номенклатура .....	39
15. Содержание карт и планов .....	44
1. Условные знаки.....	44
2. Основные формы рельефа.....	46
3. Изображение рельефа горизонталями.....	47
16. Решение задач на топографических картах и планах .....	50
1. Определение прямоугольных координат точки.....	50
2. Определение широты В и долготы L точки.....	51
3. Определение углов ориентирования.....	51
4. Определение высот точек.....	53
5. Построение профиля линии местности, заданной на карте .....	53

6. Построение на карте линии заданного уклона.....	54
7. Определение границы водосборной площади.....	56
17. Цифровые и математические модели местности.....	56

### 1.3. Теория ошибок измерений

18. Виды ошибок.....	58
19. Критерии оценки точности измерений.....	60
20. Исследование рядов ошибок на нормальное распределение.....	62
21. Определение коэффициента корреляции и уравнения регрессий по опытным данным.....	66
22. Оценка точности функций измеренных величин.....	71
23. Обработка результатов равноточных измерений одной величины.....	74
24. Интервальные оценки результатов измерений.....	77
25. Оценка точности по разностям двойных равноточных измерений.....	79
26. Неравноточные измерения. Веса результатов измерений.....	80
27. Веса функций измеренных величин.....	81
28. Обработка результатов неравноточных измерений одной величины.....	82
29. Оценка точности по разностям двойных неравноточных измерений.....	85
30. Понятие о методе наименьших квадратов.....	86

## II. УГЛОВЫЕ И ЛИНЕЙНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

### II.1. Угловые измерения

31. Измерение горизонтальных и вертикальных углов.....	88
32. Классификация угломерных приборов.....	91
33. Условия эксплуатации оптических теодолитов.....	92
34. Основные части геодезических приборов.....	93
35. Осевые системы и уровни теодолита.....	98
36. Высокоточные теодолиты.....	102
37. Точные и технические теодолиты.....	104
38. Электронные теодолиты.....	107
39. Гироскопический теодолит (гиротеодолит).....	108
40. Лазерный теодолит.....	110
41. Принцип совмещенного отсчета. Оптические микрометры.....	110
42. Поверки и юстировки теодолитов.....	112

43. Измерение горизонтальных углов.....	117
44. Измерение горизонтальных углов техническим теодолитом.....	122
45. Влияние на измеренные горизонтальные углы ошибок центрирования прибора и установки визирных целей (вех).....	124
46. Источники ошибок при угловых измерениях и точность измерения горизонтального угла техническим теодолитом.....	125
47. Измерение вертикальных углов. Поверка вертикального круга.....	127

### II.2. Линейные измерения

48. Общие сведения о линейных измерениях.....	130
49. Закрепление точек на местности. Геодезические знаки и центры.....	131
50. Вешение линий на местности.....	136
51. Приборы для непосредственного измерения линий.....	137
52. Базисный прибор.....	139
53. Нормальные меры и эталонирование проволок на компараторах.....	141
54. Измерение линий мерными приборами.....	143
55. Определение неприступных для непосредственного измерения длин линий.....	149
56. Косвенные методы измерения расстояний.....	150
57. Нитяной дальномер.....	151
58. Определение горизонтальных проложений наклонных расстояний, измеренных нитяным дальномером.....	153
59. Дальномеры двойного изображения.....	154
60. Краткие сведения о методах измерения расстояний при помощи электромагнитных волн.....	156
61. Фазовый метод измерения расстояний. Светодальномеры и радиодальномеры.....	158

## III. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕВЫШЕНИЙ И ОТМЕТОК ТОЧЕК

62. Способы определения превышений и отметок точек.....	162
63. Виды геометрического нивелирования. Невязки нивелирных ходов.....	163
64. Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты геометрического нивелирования.....	166
65. Классификация нивелиров.....	172
66. Высокоточные нивелиры.....	173

67. Точные нивелиры.....	175
68. Технические нивелиры.....	179
69. Лазерные нивелиры.....	180
70. Нивелирные рейки.....	181
71. Исследование и поверки нивелиров с уровнями.....	182
72. Поверки и юстировки нивелиров с компенсатором.....	189
73. Исследование и компарирование нивелирных реек.....	190
74. Тригонометрическое нивелирование.....	192
75. Учет оптической рефракции.....	196
76. Номограммные тахеометры.....	203
77. Электронные тахеометры.....	206
78. Отечественные и зарубежные электронные тахеометры.....	209
79. Выгоднейшее время измерения зенитных расстояний. Обработка результатов тригонометрического нивелирования. Точность тригонометрического нивелирования.....	212
80. Понятие о гидростатическом и гидродинамическом нивелировании.....	217
81. Микронивелирование.....	219
82. Барометрическое нивелирование.....	220
<b>IV. ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ СЕТЬ</b>	
83. Геодезические сети, их назначение, классификация.....	226
84. Необходимая плотность и точность построения государственной геодезической сети.....	227
85. Основные методы построения государственной геодезической сети.....	230
86. Государственная геодезическая сеть. Программа Ф.Н. Красовского. Основные положения 1954 – 1961 гг.....	235
87. Программа автономных методов спутниковых координатных определений.....	242
88. Государственная нивелирная сеть. Классификация и основные характеристики нивелирных сетей.....	246
89. Нивелирование I класса.....	248
90. Нивелирование II класса.....	249
91. Нивелирование III класса.....	250
92. Нивелирование IV класса.....	251
93. Техническое нивелирование.....	252
94. Источники ошибок при геометрическом нивелировании и методы ослабления их влияния.....	252

95. Основные источники ошибок при техническом нивелировании.....	260
--	-----

## V. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ УЧАСТКОВ МЕСТНОСТИ

96. Способы определения площадей.....	262
97. Аналитические способы определения площадей.....	262
98. Графические способы определения площадей.....	265
99. Механический способ определения площадей.....	266
100. Вывод формул для определения площади планиметра.....	269
101. Измерение площадей способом А.Н. Савича.....	271
102. Геометрическая сущность постоянных планиметра.....	272

## VI. СГУЩЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ

103. Классификация и характеристика геодезической сети сгущения.....	273
104. Триангуляция I и 2 разрядов.....	274
105. Полигонометрия.....	276
106. Способ бездиагональных четырехугольников.....	281
107. Съёмочная геодезическая сеть (съёмочное обоснование).....	283
108. Теодолитный и тахеометрический ходы. Прямая и обратная геодезические задачи на плоскости. Определение координат точек теодолитного хода.....	286
109. Вычисление отметок точек тахеометрического хода.....	295

## VII. ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ

110. Общие сведения о топографических съемках.....	296
111. Теодолитная съемка.....	300
112. Тахеометрическая съемка.....	305
113. Мензуральная съемка.....	309
114. Нивелирование поверхности.....	311

### Раздел второй

## ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

115. Виды и задачи инженерных изысканий.....	313
116. Изыскание площадных сооружений.....	314
117. Изыскания для линейных сооружений.....	315
118. Детальная разбивка закруглений. Вынос пикетов на кривую.....	326



119. Переходные кривые .....	329
120. Проектирование трассы трубопроводов .....	330
121. Вертикальная планировка. Определение объемов земляных работ .....	332
122. Геодезические разбивочные работы .....	337
123. Вынос в натуру проектных углов и длин линий .....	338
124. Вынос в натуру проектных отметок, линий и плоскостей .....	340
125. Передача отметок на строительные горизонты .....	345
126. Геодезические работы на строительной площадке .....	346
127. Геодезическая сеть на строительной площадке .....	350
128. Вертикальное проектирование точек .....	352
129. Способы разбивочных работ .....	354
1. Способ прямоугольных координат .....	354
2. Способ полярных координат .....	356
3. Способ прямой угловой засечки .....	357
4. Способ обратной угловой засечки .....	359
5. Способ линейной засечки .....	362
6. Способ пересечения створов .....	363
7. Способ бокового нивелирования .....	364
130. Геодезические разбивочные работы при возведении зданий и сооружений .....	365
1. Геодезическая подготовка проекта .....	365
2. Вынос на местность основных осей сооружения .....	367
3. Закрепление на местности основных осей сооружения .....	367
4. Вынос в натуру контуров котлована .....	368
5. Геодезические работы при сооружении котлована .....	368
6. Геодезические работы при сооружении фундамента .....	369
7. Геодезические работы при строительстве наземной части здания .....	371
131. Геодезические работы при строительстве и эксплуатации подземных коммуникаций .....	373
132. Геодезические методы определения деформаций сооружений .....	377
1. Виды деформаций .....	377
2. Точность и периодичность наблюдений .....	379
3. Геодезические знаки .....	380
4. Наблюдения за осадками сооружений .....	381

5. Наблюдения за горизонтальными смещениями сооружений .....	384
6. Наблюдения за кренами, трещинами, оползнями .....	385
7. Обработка и анализ результатов наблюдений .....	387
133. Геодезические работы для земельного кадастра .....	389
1. Общие сведения .....	389
2. Геодезические работы для кадастра .....	390
3. Определение площадей земельных участков .....	391
4. Вынос в натуру границ землепользования .....	392
134. Спутниковые методы определения координат точек .....	392
1. Космический сегмент .....	393
2. Сегмент управления .....	396
3. Система отсчета времени и координат .....	398
4. Движение ИСЗ и элементы его орбиты. Определение координат спутника. Эфемериды .....	399
135. Влияние и учет ошибок, возникающих при измерениях системами ГЛОНАСС и NAVSTAR GPS .....	407
1. Влияние вращения Земли .....	407
2. Поправка за релятивистские эффекты .....	408
3. Влияние ионосферы .....	408
4. Влияние тропосферы .....	410
5. Влияние отраженных сигналов (многопутность распространения сигналов) .....	416
6. Системы координат и их преобразование .....	416
Литература .....	418

**Иван Федорович Куштин  
Владимир Иванович Куштин**

## **ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОДЕЗИЯ**

**Учебник**

Ответственные редакторы **Хазизяну М.Б.**  
**Полякова В.Д.**

Редактор **Булатов И.**  
Корректор **Ковалева Л.**  
Художник **Пащенко А.**

Лицензия ЛР № 065194 от 2 июня 1997 г.

Налоговая льгота – общероссийский классификатор  
продукции ОК-00-93, том 2; 953000 – книги, брошюры

Сдано в набор 10.10.01. Подписано в печать 30.03.02.  
Формат 84x108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Бумага типографская.  
Гарнитура Times.  
Тираж 10000. Заказ 187.

Издательство «Феникс»  
344002, г. Ростов н/Д, пер. Соборный, 17

Отпечатано с готовых диапозитивов в ЗАО «Книга»  
344019, г. Ростов-на-Дону, ул Советская, 57.